陈经纶中学 2019-2020 第一学期初三数学期中检测

评分标准

一、选择题：本大题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	B	A	D	D	C	A

二、填空题：本大题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分.

9. $y=(x-3)^2$（答案不唯一）；　10.（-1，2）；　11. 55；　12. $6\sqrt{3}$；　13. -2 或 1；　14. $2\sqrt{3}$；

15. 直径所对的圆周角是 90°，经过半径外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线；　16. $(-\sqrt{2}$，0)

三、解答题：本大题共 12 小题，共 68 分.第 17-22 题每题 5 分，第 23-26 题每题 6 分，第 27、28 题每题 7 分.

17. 解：法一：由对称性，函数图象与 x 轴另一个交点为（-1，0）……………1 分

设二次函数解析式为 $y=a(x+1)(x-3)(a\neq 0)$ ……………………2 分

将（0，-1）代入，解得：$a=\frac{1}{3}$ ……………………3 分

∴ 二次函数解析式为 $y=\frac{1}{3}(x+1)(x-3)$

即 $y=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-1$ ……………………5 分

法二：由对称性，函数图象与 x 轴另一个交点为（-1，0）…………………1 分

设二次函数解析式为 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ ……………………2 分

图象经过三点，可得 $\begin{cases}a-b+c=0\\9a+3b+c=0\\c=-1\end{cases}$ ……………………3 分

解得 $\begin{cases}a=\frac{1}{3}\\b=-\frac{2}{3}\\c=-1\end{cases}$ ……………………4 分

∴ 二次函数解析式为 $y=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-1$ ……………………5 分

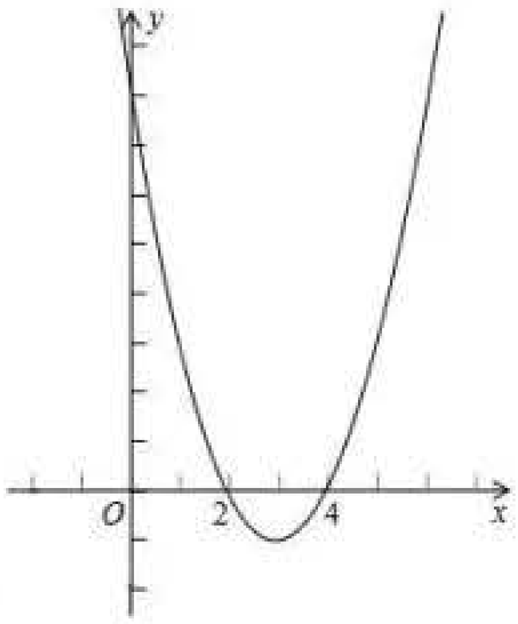
法三：设二次函数解析式为 $y=a(x-1)^2+k(a\neq 0)$ ……………………1 分

图象经过两点，可得 $\begin{cases}0=4a+k\\-1=a+k\end{cases}$ ……………………3 分

解得 $\begin{cases}a=\frac{1}{3}\\k=-\frac{4}{3}\end{cases}$ ……………………4 分

∴ 二次函数解析式为 $y=\frac{1}{3}(x-1)^2-\frac{4}{3}$ ……………………5 分

18.解：(1) $y=(x-3)^2-1$ ……………………2 分

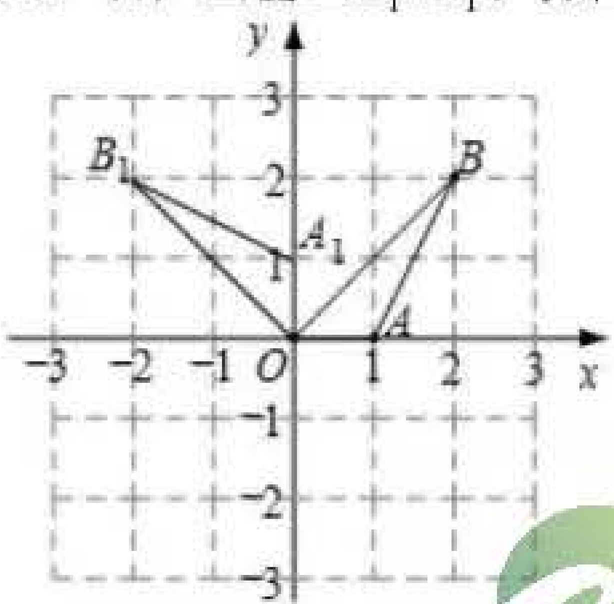


（2） …………………4 分

（3） $-1 \leqslant y \leqslant 8$ ………………………5 分

19. 解：∵ ∠D=35°，
∴ ∠B=∠D=35°， …………………1 分
∵ BC 是直径，
∴ ∠BAC=90°. ……………………2 分
∴ ∠ACB=90°-∠ABC=55°， …………………3 分
∵ OA=OC， …………………4 分
∴ ∠OAC=∠OCA=55°. ………………………5 分
解法二：
解：∵ ∠D=35°，
∴ ∠AOC=2∠D=70°， …………………1 分
∵ OA=OC， ……………………2 分
∴ ∠OAC=∠OCA， ……………………3 分
∵ ∠OAC+∠OCA+∠AOC=180°， …………………4 分
∴ ∠OAC=55°. …………………5 分

20. （1）画出△A_1OB_1，如图.

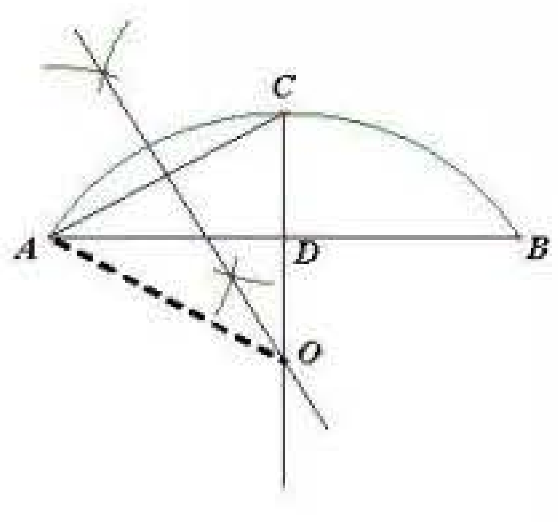


（没标对应点扣一分） ……………………2 分

（2）点 $A_1(0,1)$，点 $B_1(-2,2)$. ……………………4 分

（3） $OB_1=OB=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$. ……………………5 分

21. （1）



点 O 即为所求作的点. ………………………2 分

（2）解：连接 AO

∵ 在 Rt$\triangle ACD$ 中，$\angle CAD=30°$

$\therefore AC=\dfrac{2}{5}$，$\angle ACD=60°$ ……………………………3 分

∵ $AO=CO$

$\therefore AO=CO=AC=\dfrac{2}{5}$ ……………………………4 分

答：此弓形所在圆的半径为 $\dfrac{2}{5}$ ……………………………5 分

22. 解：∵ $\triangle ABC$ 是等边三角形，

∴ $AC=BC$，$\angle B=\angle ACB=60°$， ……………………………1 分

∵ 线段 CD 绕点 C 顺时针旋转 60°得到 CE，

∴ $CD=CE$，$\angle DCE=60°$， ……………………………2 分

∴ $\angle DCE=\angle ACB$， ……………………………3 分

即 $\angle BCD+\angle DCA=\angle DCA+\angle ACE$，

∴ $\angle BCD=\angle ACE$， ……………………………4 分

在 $\triangle BCD$ 与 $\triangle ACE$ 中，

$$\begin{cases} BC=AC \\ \angle BCD=\angle ACE \\ DC=EC \end{cases}，$$

∴ $\triangle BCD\cong\triangle ACE$，

∴ $\angle EAC=\angle B=60°$，

∴ $\angle EAC=\angle ACB$， ……………………………5 分

∴ $AE\,/\!/\,BC$

23. 以抛物线的顶点 O 为坐标原点，过点 O 作直线 AB 的平行线和垂线分别作为 x 轴和 y 轴，建立平面直角坐标系. …………………1 分

则 $D(3,-6)$ ……………2 分

设抛物线解析式为 $y=ax^2\,(a\neq 0)$，

∵ $D(3,-6)$ 在抛物线上

代入得：$a=-\dfrac{2}{3}$

$\therefore y=-\dfrac{2}{3}x^2$ ……………3 分

∵ $\triangle ABO$ 是等边三角形

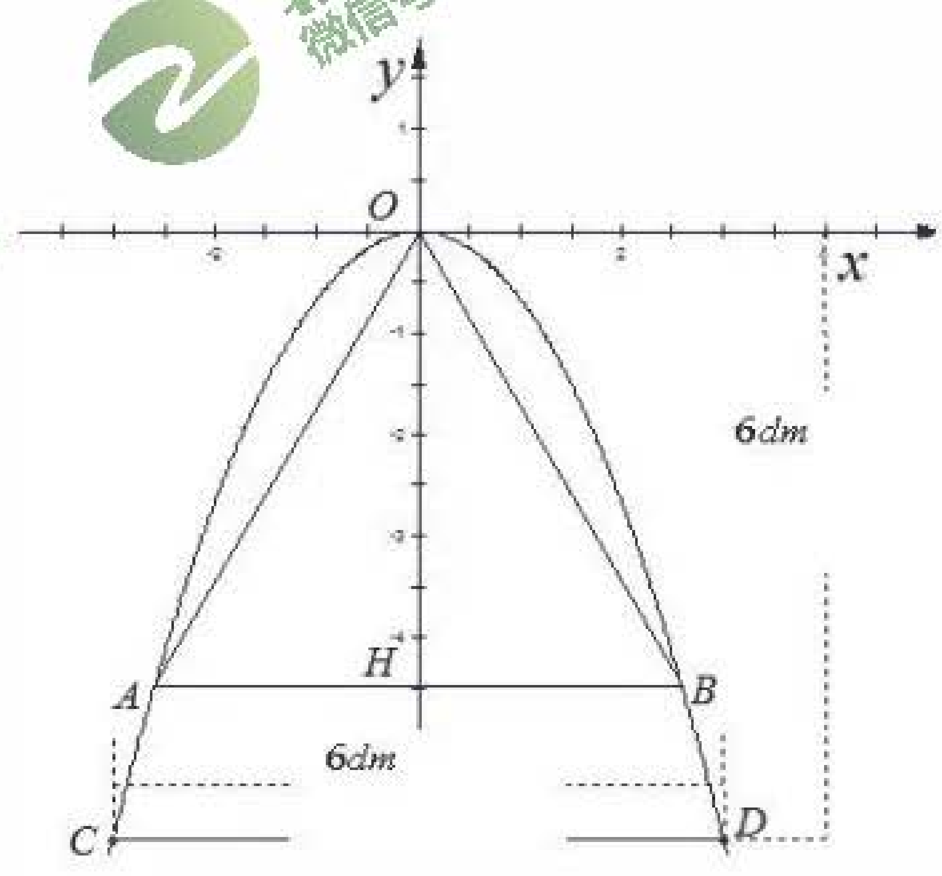
$\therefore OH=\sqrt{3}BH$

设 $B(x,-\sqrt{3}x)$ ………………4 分

$-\sqrt{3}x=-\dfrac{2}{3}x^2$

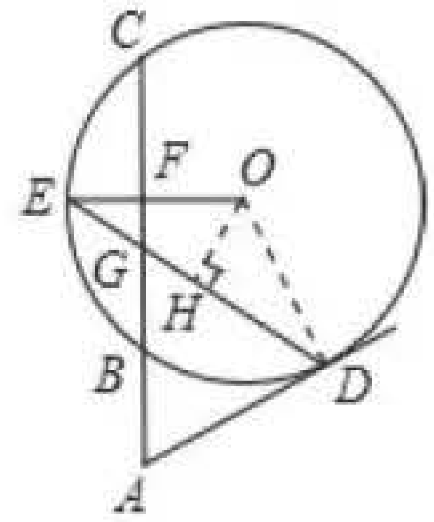
$\therefore x_1=0$（舍），$x_2=\dfrac{3}{2}\sqrt{3}$

$\therefore BH=\dfrac{3}{2}\sqrt{3}$，$AB=3\sqrt{3}$ ……………………………5 分



答：等边三角形的边长为 $3\sqrt{3}dm$． ……………………………6 分

24.（1）证明：连接OD．



$\because E$ 为弧BC的中点，

$\therefore OE \perp BC$ 于 F．　　　　　　……………………1 分

$\therefore \angle AGD + \angle ODE = \angle EGF + \angle OED = 90°$，……………2 分

则$OD = OE$，

$\therefore \angle ODE = \angle OED$，

$\because \angle AGD = \angle ADG$，

$\therefore \angle ADG + \angle ODE = 90°$．

即$OD \perp AD$，　　　　　　……………3 分

$\therefore AD$是$\odot O$ 的切线；

（2）作$OH \perp ED$于H，

$\therefore DE = 2DH$，　　　　　　………………4 分

$\because \angle ADG = \angle AGD$，

$\therefore AG = AD$，

$\because \angle A = 60°$，

$\therefore \angle ADG = 60°$，

$\therefore \angle ODE = 30°$，

$\because OD = 4$，

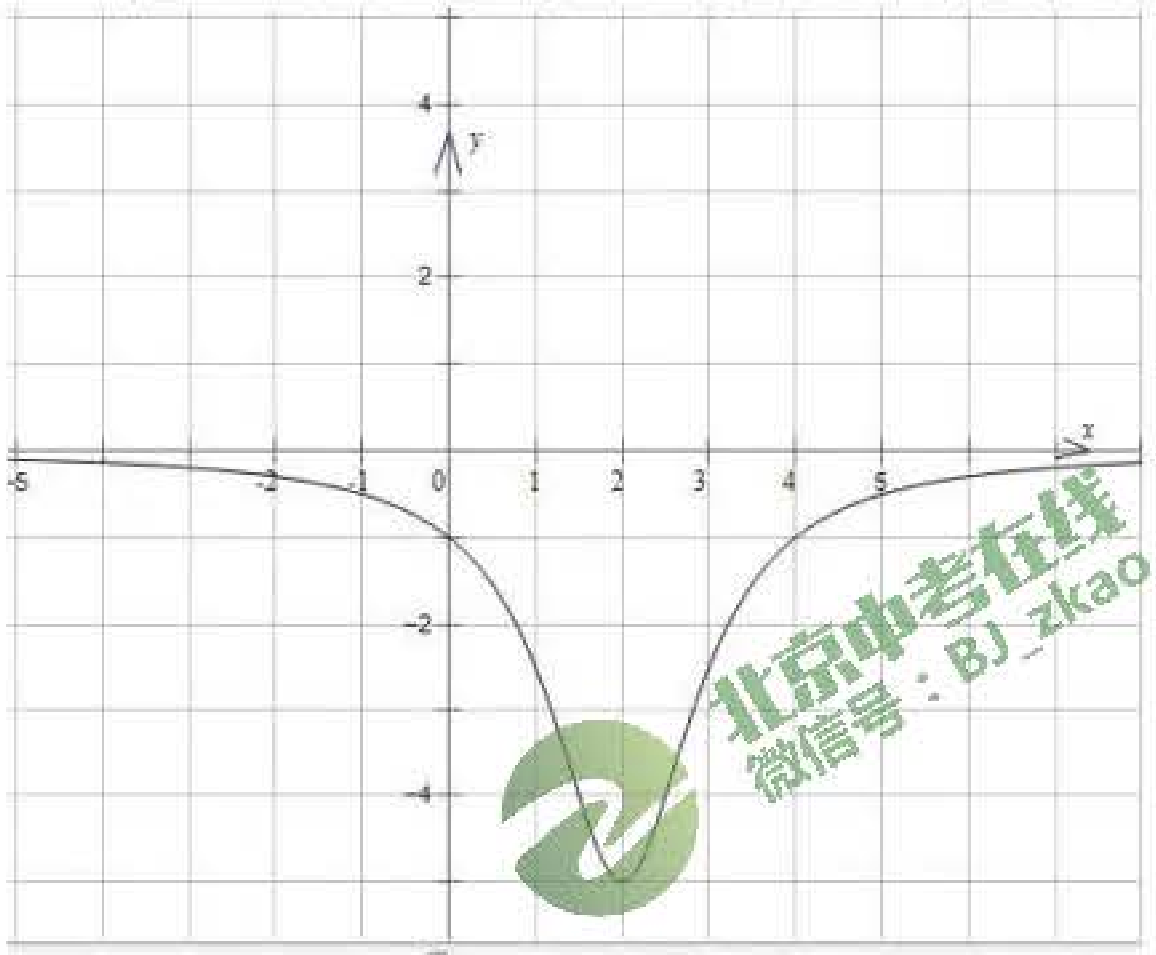
$\therefore DH = \dfrac{\sqrt{3}}{2} OD = 2\sqrt{3}$，　　　　……………………5 分

$\therefore DE = 2DH = 4\sqrt{3}$．　　　　……………………… 6 分

25.（1）一切实数；…………………………1 分

（2）$-\dfrac{1}{2}$　　　　…………………………2 分

（3）建立适当的直角坐标系，描点画出图形，如下图所示：



………………4 分

（4）观察所画出的函数图象，有如下性质：①该函数有最小值是-5；②该函数图象关于直线 $x = 2$ 对称.（答案不唯一，还可以填增减性）　　　　…………………6 分

26.

解：（1）$\because$抛物线的对称轴为$x=1$，

$\therefore x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{2m}{-1\times 2}=1$．

解得：$m=1$．

$\therefore$抛物线的解析式为$y=-x^2+2x$．　　　　………………1 分

（2）将$x=3$代入抛物线的解析式得$y=-3^2+2\times3=-3$．

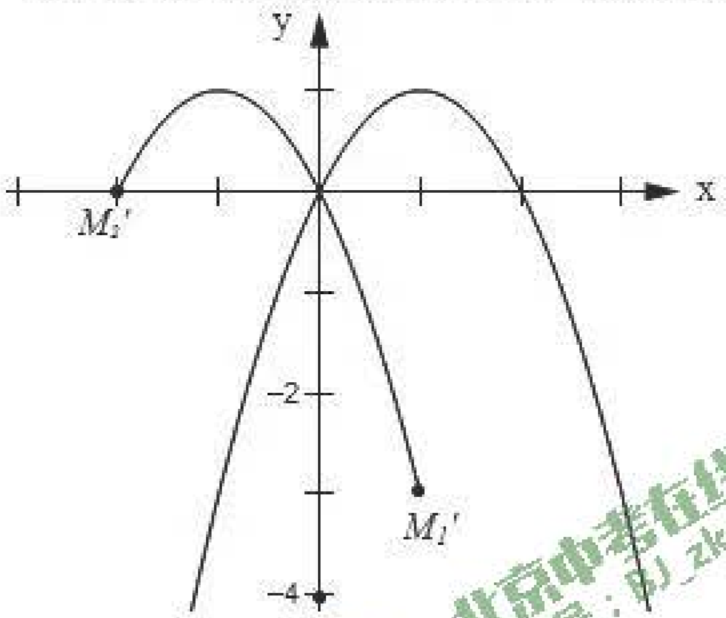
将$y=-3$代入得：$-x^2+2x=-3$．

解得：$x_1=-1$，$x_2=3$．

$\because a=-1<0$，

$\therefore$当$n<-1$或$n>3$时，$y_1<y_2$．　　　　…………………3 分

（3）设点M关于y轴对称点为M'，则点M'运动的轨迹如图所示：



$\because$当$P=-1$时，$q=-(-1)^2+2\times(-1)=-3$．

$\therefore$点M关于y轴的对称点M_1'的坐标为（1，−3）．

$\because$当$P=2$时，$q=-2^2+2\times2=0$，

$\therefore$点M关于y轴的对称点M_2'的坐标为（−2，0）．

①当$k<0$时，

$\because$点M关于y轴的对称点都在直线$y=kx-4$的上方，

$\therefore -2k-4\leqslant0$．

解得：$k\geqslant-2$．　　　　…………………4 分

②当$k>0$时，

$\because$点M关于y轴的对称点都在直线$y=kx-4$的上方，

$\therefore k-4\leqslant-3$．

解得；$k\leqslant1$．　　　　…………………5 分

$\therefore k$的取值范围是$-2\leqslant k\leqslant1$．　　　　…………………6 分

27.（1）①证明：$\because \angle BAC=90°$，$AB=AC$，AE 平分$\angle BAC$，

$\therefore \angle1=\angle2=45°$，$\angle ABC=\angle ACB=45°$．

又$\because AE=AE$，

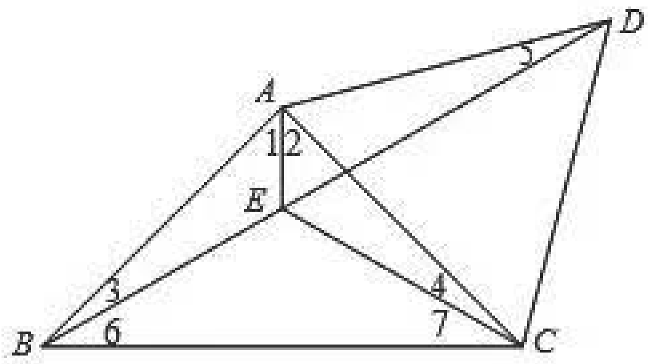
$\therefore \triangle ABE\cong\triangle ACE$（SAS）．…………1 分

$\therefore \angle3=\angle4$．

由旋转可得$\triangle ACD$是等边三角形．

$\therefore \angle CAD=60°$，$AC=AD$．

$\therefore \angle BAD=\angle BAC+\angle CAD=150°$，



$AB=AD$.

$\therefore \angle 3=\angle 5=15^\circ$.

$\therefore \angle AED=\angle 1+\angle 3=60^\circ$.

$\because \angle 3=\angle 4=15^\circ$，$\angle ABC=\angle ACB=45^\circ$.

$\therefore \angle 6=\angle 7=30^\circ$.

$\therefore \angle CED=\angle 6+\angle 7=60^\circ$.

$\angle AED=\angle CED$. --2 分

② 线段 AE、CE、BD 之间的数量关系是 $\underline{2CE+AE=BD}$.

答案不唯一，如$(\sqrt{3}+2)AE+EC=BD$ 或 $BD=\sqrt{3}(AE+CE)$-----------3 分

（2）补全图形如图 2，-----------4 分

线段 AE、CE、BD 之间的数量关系是 $\underline{2CE-AE=BD}$.（答案不唯一）-----5 分

证明：如图 2，以 A 为顶点，AE 为一边作 $\angle EAF=60^\circ$，AF 交 DB 延长线于点 F，

$\because \angle BAC=90^\circ$，$AB=AC$，$AE$ 平分 $\angle BAC$，

$\therefore \angle BAE=\angle CAE=45^\circ$.

由旋转可得$\triangle ACD$ 是等边三角形.

$\therefore \angle CAD=60^\circ$，$AC=AD$.

$\therefore \angle DAE=\angle CAD-\angle CAE=15^\circ$，$AB=AD$.

$\therefore \angle BAD=30^\circ$.

$\therefore \angle ABD=\angle ADB=75^\circ$.

$\therefore \angle 1=180^\circ-\angle ABD-\angle BAE=60^\circ$.

又$\because \angle EAF=60^\circ$，

$\therefore \angle F=60^\circ$.

$\therefore \triangle AEF$ 是等边三角形.

$\therefore AE=AF=EF$.

在$\triangle CAE$ 和$\triangle DAF$ 中，

$\because AC=AD$，$\angle CAE=\angle DAF=45^\circ$，$AE=AF$，

$\therefore \triangle CAE\cong\triangle DAF$（SAS）.

$\therefore CE=DF$.

$\because AB=AC$，$\angle BAE=\angle CAE=45^\circ$，$AE=AE$，

$\therefore \triangle BAE\cong\triangle CAE$（SAS）.

$\therefore BE=CE$.

$\therefore BE=CE$.

$\because DF+BE-EF=BD$，

$\therefore 2CE-AE=BD$. --7 分

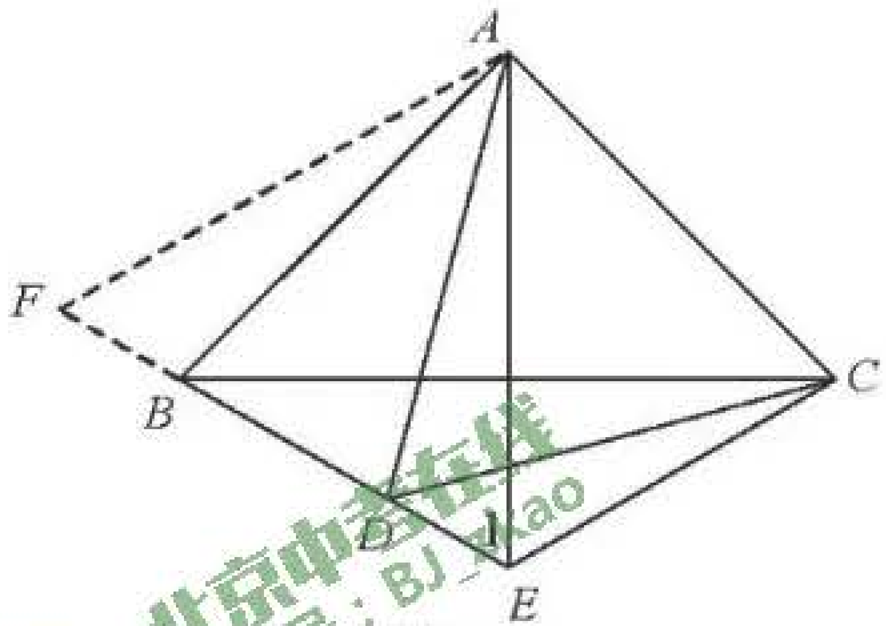


图2

28.（1）$CD=3+\sqrt{3}$ -----------------------------1 分

（2）①经过点 C 的“蛋圆”切线的解析式为：$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$，-----------------------------2 分

②经过点 D 的“蛋圆”切线的解析式为：$y=-2x-3$. -----------------------------3 分

（3）如图 1，$\because$经过点 D 的“蛋圆”切线的解析式为：$y=-2x-3$，

∴ E 点坐标为$(-\frac{3}{2}，0)$，

∵ $S_{\triangle CDE}=S_{\triangle CDF}$，

∴ F 点的横坐标为$\frac{3}{2}$，

在$Rt\triangle MQF_1$ 中可求得 $F'Q=\frac{\sqrt{15}}{2}$，

把 $x=\frac{3}{2}$ 代入 $y=x^2-2x-3$，可求得 $y=-\frac{15}{4}$．

∴ $F'(\frac{3}{2}，\frac{\sqrt{15}}{2})$，$F''(\frac{3}{2}，-\frac{15}{4})$

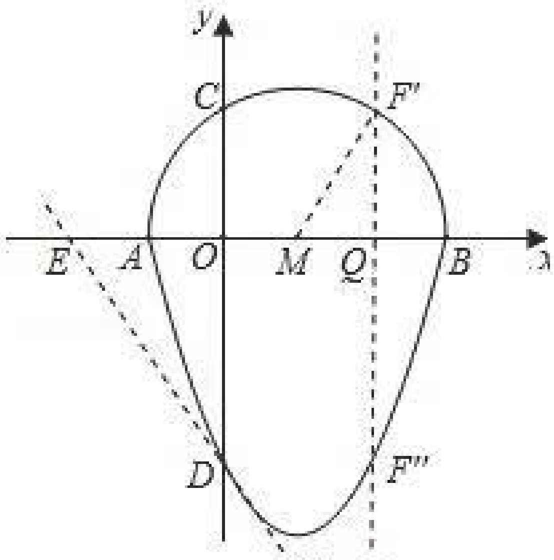


图 1

--------------------------5 分

（4）如图，P 的坐标为$(1，2\sqrt{3})$．

--------------------------7 分

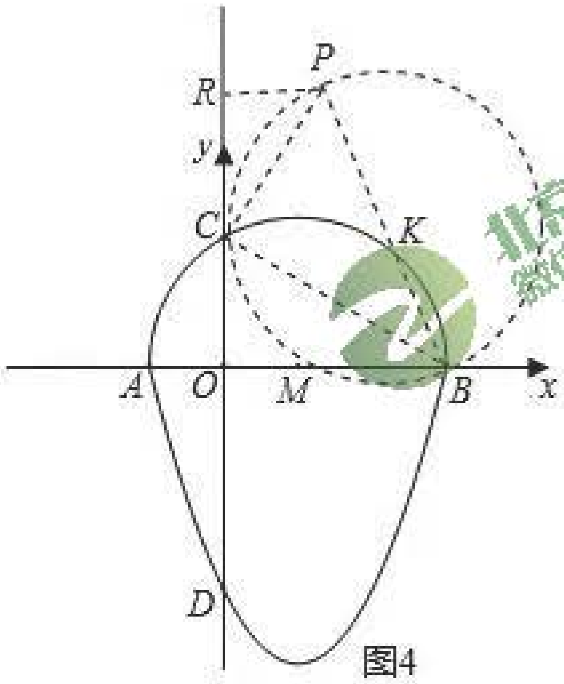


图4