北京市第三十五中学 2023-2024 学年第一学期 期中测试

高一数学 2023.11

行政班__________教学班_________姓名__________学号_______

试卷说明：试卷分值 150 分 ，考试时间 120 分钟，I 卷为选择题，包括第 1 至第 10 题，II 卷为主观题，包括第 11 至第 22 题。

I 卷

一. 选择题（共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分.每小题只有一个正确选项，请选择正确答案填在答题卡相应的题号处）

1. 设集合 $M=\{0,1,2,3\}$，集合 $N=\{2,3\}$，则 $M\cap N=$

A. $\{0,1,2,3\}$　　B. 2,3　　C. $\{0\}$　　D. $\{2,3\}$

2. 已知命题 $p:\forall x\in R$，$x\geq 1$，那么命题 p 的否定是

A. $\forall x\in R$，$x<1$　　B. $\forall x\notin R$，$x<1$　　C. $\exists x\in R$，$x<1$　　D. $\exists x\in R$，$x\leq 1$

3. 设 $a,b,c\in R,a>b$，则下列不等式中一定正确的是

A. $2a>b$　　B. $ac^2>bc^2$　　C. $a-c>b-c$　　D. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

4. 下列函数中，在 $(0,+\infty)$ 上单调递增的是

A. $y=\frac{1}{x}$　　B. $y=x^2-2x$　　C. $y=1-x$　　D. $y=|x|-1$

5. 不等式 $ax^2+bx+3<0$ 的解集是(1，3)，则 $a+b$ 的值是

A. -3　　B. 3　　C. -5　　D. 5

6. 若函数 $f(x)$ 是偶函数，且在区间 $[0,3]$ 上单调递减，则

A. $f(3)>f(-1)>f(2)$　　B. $f(-1)>f(2)>f(3)$

C. $f(2)>f(-1)>f(3)$　　D. $f(3)>f(2)>f(-1)$

7. 函数 $f(x)=\frac{6}{x}-\sqrt{x}$ 在以下哪个区间内一定存在零点

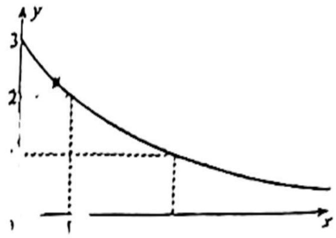
A. $(-1,0)$　　B. $(1,2)$　　C. $(2,3)$　　D. $(3,4)$

8. 已知 $a,b\in R$,则 $a^2+b^2\leq 2$ 是“$-1\leq ab\leq 1$”的

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

9. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ 上的奇函数，当 $(0,+\infty)$ 时，$f(x)$ 的图象如图所示，那么满足不等式 $f(x)\ge\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}$ 的 x 的取值范围是



A. $(-\infty,-2]\cup(0,1]$　　B. $[-2,0)\cup(0,1]$

C. $(-\infty,-3]\cup(0,1]$　　D. $[-3,0)\cup(0,1]$

10. 黎曼函数 $R(x)$ 是由德国数学家黎曼发现并提出的，它是一个无法用图象表示的特殊函数，此函数在高等数学中有着广泛应用. $R(x)$ 在 $[0,1]$ 的定义为：当 $x=\frac{q}{p}$（$p>q$，且 p,q 为互质的正整数）时，$R(x)=\frac{1}{p}$；当 $x=0$ 或 $x=1$ 或 x 为 $(0,1)$ 内的无理数时，$R(x)=0$，下列说法错误的是

(注：p,q 为互质的正整数（$p>q$），即 $\frac{q}{p}$ 为已约分的最简真分数)

A. 当 $x\in[0,1]$ 时，$R(R(x))=R(x)$

B. 若 $a,b\in[0,1]$，则 $R(a\cdot b)\ge R(a)\cdot R(b)$

C. 当 $x\in[0,1]$ 时，$R(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{1}{2}$ 对称

D. 存在大于 1 的实数 m，使方程 $R(x)=\frac{m}{m+1}(x\in[0,1])$ 有实根

二．填空题（共 6 个小题，每题 5 分，共 30 分.请将正确答案填在答题卡相应的题号处）

11．函数 $f(x)=\sqrt{4x+1}$ 的定义域为____.

12．已知正数 a,b 满足 $3a+2b=1$，则 ab 的最大值是____

13. 不等式 $\frac{1}{|x-1|}>\frac{3}{2}$ 的解集为____

14. 能够说明“若 a,b,m 均为正数，则 $\frac{b+m}{a+m}>\frac{b}{a}$”是假命题的一组整数 a,b 的值是______

15. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2, & x\ge t,\\ x, & 0<x<t\end{cases}$ $(t>0)$

（1）当 $t=1$ 时 $f(x)$ 的值域是______；

（2）若 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增，则 t 的取值范围是____

16. 设函数 $f(x)=-ax+1$，$g(x)=x^2$，且函数 $f(x),g(x)$ 定义域均为 $[2,+\infty)$，记：① $f(x)+g(x)>0$ ② $f(x)-g(x)>0$ ③ $f(x)\cdot g(x)>0$ ④ $\dfrac{f(x)}{g(x)}>0$.

（1）若 $f(x),g(x)$ 满足条件④，则 a 的取值范围为_________;

（2）若 $f(x),g(x)$ 恰满足条件①、条件②、条件③、条件④的一个，则 a 的取值范围为_________.

II 卷

三．解答题（共 6 个小题，共 80 分。请将解题过程和答案写在答题卡相应的题号处）

17.（本小题 12 分）

已知集合 $A=\left\{x\left|\dfrac{x-3}{x+1}>0\right.\right\}$，$B=\{x|x\le 4\}$

（Ⅰ）求集合 A；

（Ⅱ）已知 $U=R$，求 $A\cap B$，$(\complement_U A)\cup B$.

18.（本小题 12 分）

已知函数 $f(x)=x+\dfrac{4}{x}$.

（Ⅰ）判断 $f(x)$ 的奇偶性，并证明你的结论；

（Ⅱ）用单调性的定义证明：函数 $f(x)$ 在 $[2,+\infty)$ 上单调递增.

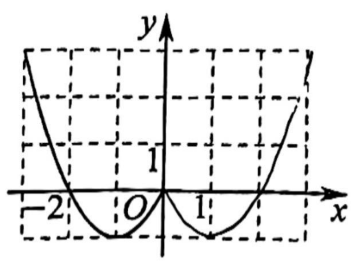
19.（本小题 12 分）

已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，且当 $x\le 0$ 时，$f(x)=x^2+2x$；

（Ⅰ）已知函数 $f(x)$ 的部分图象如图所示，请根据条件将图象补充完整，并写出函数 $f(x)$ 的单调递增区间；

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（Ⅲ）若关于 x 的方程 $f(x)=t$ 有 2 个不相等的实数根，求实数 t 的取值范围.（只需写出结论）



20．（本小题 16 分）

已知函数 $f(x)=ax^2-(2a+1)x+2, a\in R$.

（Ⅰ）当 $a=0$ 时，求函数 $f(x)$ 的零点；

（Ⅱ）当 $a=1$ 时，若 $x\in[1,3]$ 时，关于 x 的方程 $f(x)=m$ 有解，求实数 m 的取值范围；

（Ⅲ）当 $a>0$ 时，求关于 x 的不等式 $f(x)>0$ 的解集.

21．（本小题 12 分）

近年来，某企业每年消耗电费约 24 万元．为了节能减排，决定安装一个可使用 15 年的太阳能供电设备接入本企业电网．安装这种供电设备的工本费（万元）与太阳能电池板的面积（平方米）成正比，比例系数约为 0.5．为了保证正常用电，安装后采用太阳能和电能互补供电的模式，假设在此模式下，安装后该企业每年消耗的电费 C（万元）与安装的这种太阳能电池板的面积 x（平方米）之间的函数关系是 $C(x)=\dfrac{k}{20x+100}$（$x\geq 0$，k 为常数）．记 F 为该企业安装这种太阳能供电设备的费用与该企业 15 年消耗的总电费之和.

（Ⅰ）试解释 $C(0)$ 的实际意义，并建立 F 关于 x 的函数关系式；

（Ⅱ）当 x 为多少平方米时，F 取得最小值？最小值是多少万元？

22．（本小题 16 分）

设 k 是正整数，集合 A 至少有两个元素，且 $A\subseteq \mathbf{N}^*$．如果对于 A 中的任意两个不同的元素 x，y 都有 $|x-y|\neq k$，则称具有性质 $P(k)$.

（Ⅰ）试判断集合 $B=\{1,2,3,4\}$ 和 $C=\{1,4,7,10\}$ 是否具有性质 $P(2)$？并说明理由；

（Ⅱ）若集合 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_{12}\}\subseteq\{1,2,\cdots,20\}$，求证：$A$ 不可能具有性质 $P(3)$；

（Ⅲ）若集合 $A\subseteq\{1,2,\ldots,2023\}$，且同时具有性质 $P(4)$ 和 $P(7)$，求集合 A 中元素个数的最大值.