

2022 北京门头沟初二（上）期末

数 学

2022.1

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. $\sqrt{3}$ 的相反数是

- A. $\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. $\pm\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

2. 以下四大通讯运营商的企业图标中，是轴对称图形的是



中国移动

A



中国电信

B



中国联通

C



中国移动

D

3. 如果分式 $\frac{x-3}{x+1}$ 的值等于 0，那么 x 的值是

- A. $x = -1$ B. $x = 3$ C. $x \geq -1$ D. $x \neq 3$

4. 下列事件中，属于必然事件的是

- A. 13 人中至少有 2 个人生日在同月
 B. 任意掷一枚质地均匀的硬币，落地后正面朝上
 C. 从一副扑克牌中随机抽取一张，抽到的是红桃 A
 D. 以长度分别是 3cm, 4cm, 6cm 的线段为三角形三边，能构成一个直角三角形

5. 下列等式成立的是

- A. $\frac{a+1}{b+1} = \frac{a}{b}$ B. $\frac{-2a+1}{-2b} = \frac{a+1}{b}$ C. $\frac{b-a}{a-b} = -1$ D. $\frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}$

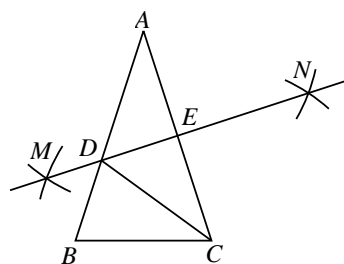
6. 下列计算正确的是

- A. $(-\sqrt{3})^2 = 3$ B. $\sqrt{(-3)^2} = -3$ C. $\sqrt{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2}$ D. $3\sqrt{2} = \sqrt{3 \times 2}$

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle A=36^\circ$ ，分别以 A ， C 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AC$ 的同样长为半径作弧，两弧分别交于点 M ， N ，作直线 MN ，分别交 AB ， AC 于点 D ， E ，连接 CD 。有以下四个结论

- ① $\angle BCD = \angle ACD = 36^\circ$
 ② $AD = CD = CB$
 ③ $\triangle BCD$ 的周长等于 $AC + BC$
 ④ 点 D 是线段 AB 的中点

其中正确的结论是



A. ①②

B. ③④

C. ①②③

D. ①②③④

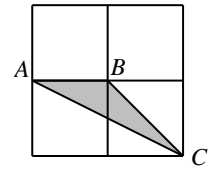
8. 如图，在 2×2 正方形网格中，格线的交点称为格点，以格点为顶点的三角形称为格点三角形，图中的 $\triangle ABC$ 为格点三角形，在图中可以画出与 $\triangle ABC$ 成轴对称的格点三角形的个数为

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个



二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 4 的算术平方根是_____.

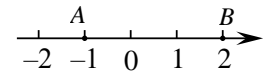
10. 如果二次根式 $\sqrt{x-5}$ 有意义，那么 x 的取值范围是_____.

11. 如图，已知 $\triangle ABC$ ，通过测量、计算得 $\triangle ABC$ 的面积约为_____ cm^2 （结果保留一位小数）.

12. 一个转盘盘面被分成 6 块全等的扇形区域，其中 2 块是红色，4 块是蓝色。用力转动转盘，当转盘停止后，指针对准红色区域的可能性大小是_____.

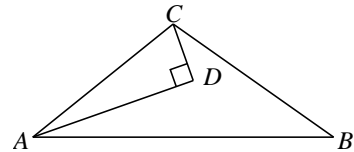
13. 如果等腰三角形的两边长分别为 3cm 和 7cm，那么它的周长是_____cm.

14. 如图，数轴上点 A, B 对应的实数分别是 $-1, 2$ ，点 C 在线段 AB 上运动，

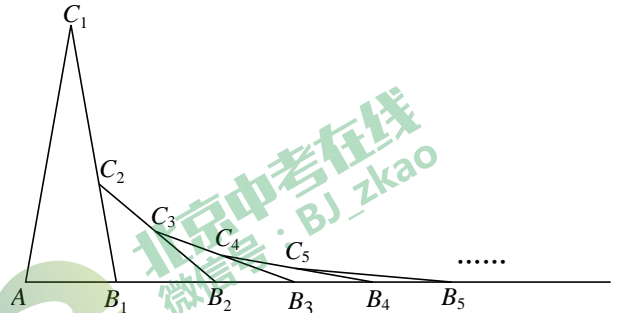


如果点 C 表示无理数，那么点 C 可以是_____（写出一个即可）.

15. 如图， D 为 $\triangle ABC$ 内一点， $AD \perp CD$ ， AD 平分 $\angle CAB$ ，且 $\angle DCB = \angle B$ 。如果 $AB=10, AC=6$ ，那么 $CD=_____$ 。



16. 如图，在 $\triangle AB_1C_1$ 中， $AC_1 = B_1C_1$ ， $\angle C_1 = 20^\circ$ ，在 B_1C_1 上取一点 C_2 ，延长 AB_1 到点 B_2 ，使得 $B_1B_2 = B_1C_2$ ，在 B_2C_2 上取一点 C_3 ，延长 AB_2 到点 B_3 ，使得 $B_2B_3 = B_2C_3$ ，在 B_3C_3 上取一点 C_4 ，延长 AB_3 到点 B_4 ，使得 $B_3B_4 = B_3C_4$ ，……，按此操作进行下去，那么第 2 个三角形的内角 $\angle AB_2C_2 = _____^\circ$ ；第 n 个三角形的内角 $\angle AB_nC_n = _____^\circ$ 。



三、解答题（本题共 68 分，第 17 题 6 分，第 18 题 8 分，第 19~25 题，每小题 5 分，第 26 题 6 分，第 27 题 7 分，第 28 题 6 分）

解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 计算：(1) $\frac{3x}{x+2} + \frac{6}{x+2}$ ；(2) $4ab^2 \div \left(\frac{-b}{a}\right)^2$ 。

18. 计算：(1) $\sqrt{8} - \sqrt[3]{27} + |\sqrt{2} - 3|$ ；(2) $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) - \sqrt{18} \div \sqrt{2}$ 。

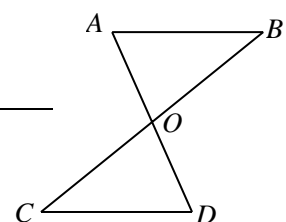
19. 解方程： $\frac{x}{x-3} - \frac{3}{(x-3)^2} = 1$ 。

20. 如图， AD, BC 相交于点 $O, AO=DO$ 。

(1) 如果只添加一个条件，使得 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$ ，那么你添加的条件是_____

（要求：不再添加辅助线，只需填一个答案即可）；

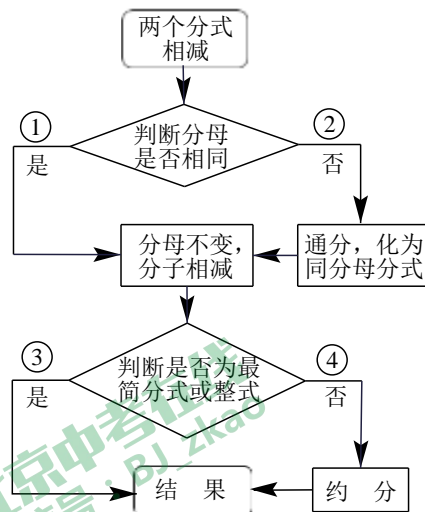
(2) 根据已知及 (1) 中添加的一个条件，证明 $AB=DC$ 。



21. 已知 $x^2 + 2x - 5 = 0$, 求代数式 $\left(x + 1 - \frac{3}{x-1}\right) \div \frac{x-2}{x^2-x}$ 的值.

22. 学习分式运算过程中, 老师布置了这样一个任务:

依据右侧的流程图, 计算 $\frac{a}{a-b} - \frac{2ab}{a^2-b^2}$.



(1) 依据右侧流程图计算 $\frac{a}{a-b} - \frac{2ab}{a^2-b^2}$ 时, 需要

经历的路径是_____ (只填写序号);

(2) 依据 (1) 中路径写出正确解答过程.

23. 下面是小丽同学设计的“作 30° 角”的尺规作图过程.

已知: 如图 1, 射线 OA .

求作: $\angle AOB$, 使 $\angle AOB = 30^\circ$.

作法: 如图 2,

- ① 在射线 OA 上任取一点 C ;
- ② 分别以 O, C 为圆心, OC 长为半径作弧, 两弧在射线 OA 的上方交于点 D , 作射线 OD , 并连接 CD ;
- ③ 以 O 为圆心, 任意长为半径作弧, 分别交射线 OA, OD 于点 E, F ;
- ④ 分别以 E, F 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}EF$ 的同样长为半径作弧, 两弧在 $\angle AOD$ 内部交于点 B ;
- ⑤ 作射线 OB ;

$\therefore \angle AOB$ 就是所求的角.

根据小丽设计的尺规作图过程, 解答下列问题:

(1) 使用直尺和圆规, 依作法补全图 2 (保留作图痕迹);

(2) 补全下面证明过程:

证明: 连接 BE, BF .

$\because OC = OD = CD,$

$\therefore \triangle OCD$ 是等边三角形.

$\therefore \angle COD = \underline{\hspace{2cm}}^\circ.$

又 $\because OE = OF, BE = BF, OB = OB,$

$\therefore \triangle OEB \cong \triangle OFB$ (_____) (填推理依据).

$\therefore \angle EOB = \angle FOB$ (_____) (填推理依据).

$\therefore \angle AOB = \frac{1}{2} \angle COD = 30^\circ.$

$\therefore \angle AOB$ 就是所求的角.



图 1



图 2



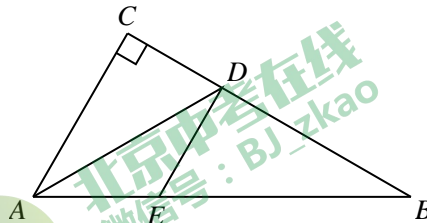
24. 列方程解应用题:

第 24 届冬奥会将于 2022 年 2 月在中国北京和张家口举行. 为了迎接冬奥会, 某公司接到制作 12000 件冬奥会纪念品的订单. 为了尽快完成任务, 该公司实际每天制作纪念品的件数是原计划每天制作纪念品件数的 1.2 倍, 结果提前 10 天完成任务, 求原计划每天制作多少件冬奥会纪念品?

25. 已知, 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于 D , 过 D 作 $DE \parallel AC$ 交 AB 于 E .

(1) 求证: $AE=DE$;

(2) 如果 $AC=3$, $AD=2\sqrt{3}$, 求 AE 的长.



26. 阅读理解:

材料: 小华在学习分式运算时, 通过具体运算: $\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$, $\frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$, $\frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$, ...

发现规律: $\frac{1}{n \times (n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ (n 为正整数), 并证明了此规律成立.

应用规律, 快速计算: $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{9 \times 10} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$.

根据材料, 回答问题:

在学习二次根式运算时, 小华根据分式学习积累的活动经验, 类比探究二次根式的运算规律, 并解决问题. 请将下面的探究过程, 补充完整.

(1) 具体运算:

特例 1: $\sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} = 1 + \frac{1}{1 \times 2} = 1 + 1 - \frac{1}{2}$,

特例 2: $\sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} = 1 + \frac{1}{2 \times 3} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$,

特例 3: $\sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} = 1 + \frac{1}{3 \times 4} = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$,

特例 4: _____ (填写一个符合上述运算特征的例子).

(2) 发现规律: $\sqrt{1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (n 为正整数), 并证明了此规律成立.

(3) 应用规律:

① 计算: $\sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{8^2} + \frac{1}{9^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{9^2} + \frac{1}{10^2}}$;

② 如果 $\sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{(n-2)^2} + \frac{1}{(n-1)^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{(n-1)^2} + \frac{1}{n^2}} = n - \frac{1}{5}$, 那么 $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

27. 已知, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=30^\circ$, 点 D 在射线 BC 上, 连接 AD , $\angle CAD = \alpha$, 点 D 关于直线 AC 的对称点为 E , 点 E 关于直线 AB 的对称点为 F , 直线 EF 分别交直线 AC , AB 于点 M , N , 连接 AF , AE , CE .

(1) 如图 1, 点 D 在线段 BC 上.



①根据题意补全图 1；

② $\angle AEF =$ _____ (用含有 a 的代数式表示)， $\angle AMF =$ _____ $^\circ$ ；

③用等式表示线段 MA ， ME ， MF 之间的数量关系，并证明。

(2) 点 D 在线段 BC 的延长线上，且 $\angle CAD < 60^\circ$ ，直接用等式表示线段 MA ， ME ， MF 之间的数量关系，不证明。

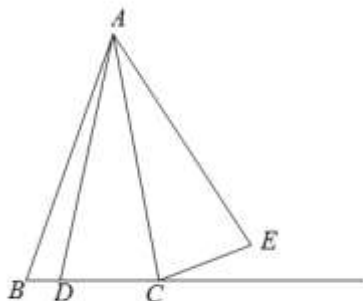
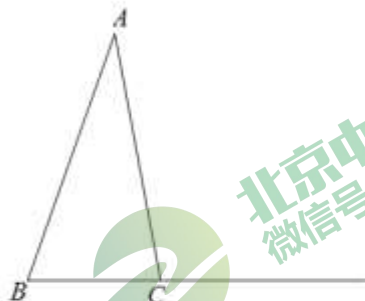


图 1



备用图

北京中考在线
微信号：BJ_zkao



28. 对于任意两个非零实数 a, b ，定义运算 \otimes 如下：
$$a \otimes b = \begin{cases} \frac{a}{b} & (a > 0) \\ a + b & (a < 0) \end{cases}$$

如： $2 \otimes 3 = \frac{2}{3}$ ， $(-2) \otimes 3 = -2 + 3 = 1$ 。

根据上述定义，解决下列问题：

(1) $\sqrt{6} \otimes \sqrt{3} =$ _____， $(-\sqrt{5}) \otimes \sqrt{5} =$ _____；

(2) 如果 $(x^2 + 1) \otimes (x^2 - x) = 1$ ，那么 $x =$ _____；

(3) 如果 $(x^2 - 3) \otimes x = (-2) \otimes x$ ，求 x 的值。

北京中考在线
微信号：BJ_zkao

北京中考在线
微信号：BJ_zkao

2022 北京门头沟初二（上）期末数学

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	B	A	C	A	C	D

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	2	$x \geq 5$	1.2	$\frac{1}{3}$	17	不唯一	2	$40, \frac{80}{2^{n-1}}$

三、解答题（本题共 68 分，第 17 题 6 分，第 18 题 8 分，第 19~25 题，每小题 5 分，第 26 题 6 分，第 27 题 7 分，第 28 题 6 分）

17. （本小题满分 6 分）

(1) 解：原式 = $\frac{3x+6}{x+2}$ ， 1 分

= $\frac{3(x+2)}{x+2}$ ， 2 分

= 3 3 分

(2) 解：原式 = $4ab^2 \div \frac{b^2}{a^2}$ ， 1 分

= $4ab^2 \cdot \frac{a^2}{b^2}$ ， 2 分

= $4a^3$ 3 分

18. （本小题满分 8 分）

(1) 解：原式 = $2\sqrt{2} - 3 + 3 - \sqrt{2}$ ， 3 分

= $\sqrt{2}$ 4 分

(2) 解：原式 = $1 - 3$ ， 3 分

= -2 4 分

19. （本小题满分 5 分）

解： $\frac{x}{x-3}(x-3)^2 - \frac{3}{(x-3)^2}(x-3)^2 = 1 \cdot (x-3)^2$ ，

$x(x-3) - 3 = (x-3)^2$ ， 1 分

$x^2 - 3x - 3 = x^2 - 6x + 9$ ， 2 分

$3x = 12$ ， 3 分

$x = 4$ 4 分



检验：当 $x=4$ 时， $(x-3)^2 \neq 0 \quad \therefore x=4$ 是原方程的解.

\therefore 原方程的解是 $x=4$5 分

20. (本小题满分 5 分)

解：(1) 略；1 分

(2) 略.4 分

21. (本小题满分 5 分)

解： $\left(x+1-\frac{3}{x-1}\right) \div \frac{x-2}{x^2-x}$

$= \left[\frac{(x+1)(x-1)}{x-1} - \frac{3}{x-1}\right] \div \frac{x-2}{x^2-x}$,1 分

$= \frac{x^2-1-3}{x-1} \div \frac{x-2}{x^2-x}$,

$= \frac{x^2-4}{x-1} \div \frac{x-2}{x^2-x}$,2 分

$= \frac{(x+2)(x-2)}{x-1} \cdot \frac{x(x-1)}{x-2}$,3 分

$= (x+2)x$,

$= x^2+2x$ 4 分

当 $x^2+2x-5=0$ 时， $x^2+2x=5$,

\therefore 原式 $= 5$ 5 分

22. (本小题满分 5 分)

解：(1) ②④；2 分

(2) 原式 $= \frac{a}{a-b} - \frac{2ab}{(a+b)(a-b)}$,

$= \frac{a(a+b)}{(a+b)(a-b)} - \frac{2ab}{(a+b)(a-b)}$,3 分

$= \frac{a^2+ab-2ab}{(a+b)(a-b)}$,

$= \frac{a^2-ab}{(a+b)(a-b)}$,4 分

$= \frac{a(a-b)}{(a+b)(a-b)}$,

$= \frac{a}{a+b}$ 5 分

23. (本小题满分 5 分)

解：(1) 作图正确；2 分

(2) 60° , SSS, 全等三角形对应角相等.5 分

24. (本小题满分 5 分)

解：设原计划每天制作 x 件冬奥会纪念品，则实际每天制作 $1.2x$ 件冬奥会纪念品...1分

根据题意，得： $\frac{12000}{x} - \frac{12000}{1.2x} = 10$ 2分

解得： $x = 200$ 3分

经检验， $x = 200$ 是原方程的解，且符合题意.....4分

答：原计划每天制作 200 件冬奥会纪念品.....5分

25. (本小题满分 5 分)

解：(1) $\because DE \parallel AC$,

$\therefore \angle CAD = \angle ADE$1分

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$,

$\therefore \angle CAD = \angle EAD$2分

$\therefore \angle EAD = \angle ADE$.

$\therefore AE = DE$3分

(2) 过点 D 作 $DF \perp AB$ 于 F .

$\because \angle C = 90^\circ, AC = 3, AD = 2\sqrt{3}$,

\therefore 在 $Rt\triangle ACD$ 中，由勾股定理得 $AC^2 + DC^2 = AD^2$.

$\therefore DC = \sqrt{3}$.

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$,

$\therefore DF = DC = \sqrt{3}$.

又 $\because AD = AD, \angle C = \angle AFD = 90^\circ$,

$\therefore Rt\triangle DAC \cong Rt\triangle DAF$.

$\therefore AF = AC = 3$4分

\therefore 在 $Rt\triangle DEF$ 中，由勾股定理得 $EF^2 + DF^2 = DE^2$.

设 $AE = x$ ，则 $DE = x, EF = 3 - x$,

$\therefore (3 - x)^2 + (\sqrt{3})^2 = x^2$,

$\therefore x = 2$.

$\therefore AE = 2$5分

26. (本小题满分 6 分)

解：(1) $\sqrt{1 + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2}} = 1 + \frac{1}{4 \times 5} = 1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$ (答案不唯一);1分

(2) $1 + \frac{1}{n(n+1)} = 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$;3分

(3) ① $\sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{8^2} + \frac{1}{9^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{9^2} + \frac{1}{10^2}}$;

$$= (1+1-\frac{1}{2}) + (1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}) + (1+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}) + \dots + (1+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}) + (1+\frac{1}{9}-\frac{1}{10}), \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$= 9 + (1-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}-\frac{1}{3} + \frac{1}{3}-\frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{8}-\frac{1}{9} + \frac{1}{9}-\frac{1}{10}),$$

$$= (9+1) - \frac{1}{10}$$

$$= 10 - \frac{1}{10},$$

$$= \frac{99}{10} \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

② 5. 6分

27. (本小题满分7分)

解: (1) ① 补全图形; 1分

② $60^\circ - \alpha$, 60; 3分

③ $MF = MA + ME$.

证明:

在 FE 上截取 $GF = ME$, 连接 AG .

\because 点 D 关于直线 AC 的对称点为 E ,

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle AEC$.

$\therefore \angle CAE = \angle CAD = \alpha$.

$\because \angle BAC = 30^\circ$,

$\therefore \angle EAN = 30^\circ + \alpha$.

又 \because 点 E 关于直线 AB 的对称点为 F ,

$\therefore AB$ 垂直平分 EF .

$\therefore AF = AE, \angle FAN = \angle EAN = 30^\circ + \alpha$,

$\therefore \angle F = \angle AEF = \frac{180^\circ - 2(30^\circ + \alpha)}{2} = 60^\circ - \alpha$.

$\therefore \angle AMG = 60^\circ - \alpha + \alpha = 60^\circ$.

$\because AF = AE, \angle F = \angle AEF, GF = ME$,

$\therefore \triangle AFG \cong \triangle AEM$ 4分

$\therefore AG = AM$.

又 $\because \angle AMG = 60^\circ$,

$\therefore \triangle AGM$ 为等边三角形. 5分

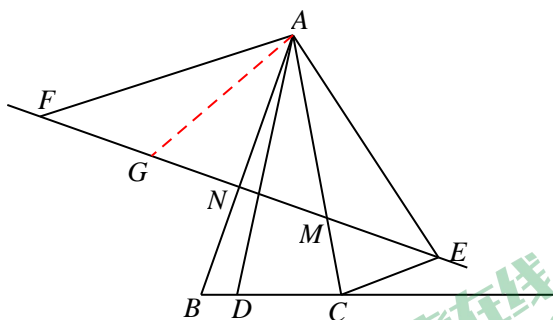
$\therefore MA = MG$.

$\therefore MF = MG + GF = MA + ME$ 6分

(2) $MF = MA - ME$ 7分

28. (本小题满分7分)

解: (1) $\sqrt{2}, 0$; 2分



(2) -1 ;3分

(3) 当 $x^2 - 3 > 0$ 时,

$$\frac{x^2 - 3}{x} = -2 + x,$$

解得: $x = \frac{3}{2}$.



经检验 $x = \frac{3}{2}$ 是原方程的解, 但不符合 $x^2 - 3 > 0$,

$\therefore x = \frac{3}{2}$ 舍去.4分

当 $x^2 - 3 < 0$ 时,

$$x^2 - 3 + x = -2 + x,$$

解得: $x = \pm 1$.

经检验 $x = \pm 1$ 是原方程的解, 且符合 $x^2 - 3 < 0$5分

$\therefore x = \pm 1$6分

说明:

若考生的解法与给出的解法不同, 正确者可参照评分参考相应给分.

