东城区 2022—2023 学年度第一学期期末统一检测

初三数学参考答案及评分标准

2023.1

一、选择题(每题 2 分,共 16 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	D	A	C	B	B	B

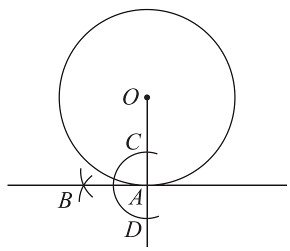
二、填空题(每题 2 分,共 16 分)

9. $(0,5)$　10. $y=\frac{1}{2}(x+1)^2-2$　11. 答案不唯一,$c<1$ 即可. 如:$c=0$　12. 0.9　13. $(2,-1)$

14. 20　15. 8.92　16. $3-\sqrt{5}\leqslant d\leqslant 2$

三、解答题(共 68 分. 17—22 题,每题 5 分;23—26 题,每题 6 分;27—28 题,每题 7 分)

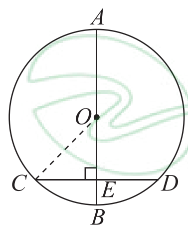
17. 解:(1)补全图形如图所示.



…………………………………………………… 2 分

(2)BD;$\perp$;经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线. ………………… 5 分

18. 解:如图,连接 OC.



∵ AB 是 $\odot O$ 的直径,弦 $CD\perp AB$ 于点 E,

∴ $CE=DE$. …………………………………………… 1 分

又 ∵ $CD=2OE$,

∴ $CE=OE$. …………………………………………… 2 分

∵ $AB=4$,

∴ $OC=2$. …………………………………………… 3 分

在 Rt$\triangle COE$ 中,可求 $CE=\sqrt{2}$. …………………………………… 4 分

∴ $CD=2\sqrt{2}$. …………………………………………… 5 分

19. 解:(1)等式的性质 2:等式两边乘同一个数,或除以同一个不为 0 的数,结果仍相等.

…………………………………………………… 1 分

(2)不正确,解答从第③步开始出错. …………………………………… 3 分

此方程的解为 $x_1=\frac{2+\sqrt{2p+4}}{2}$，$x_2=\frac{2-\sqrt{2p+4}}{2}$. …………………………… 5 分

20. 解：(1)将点 $A(0,-5)$，$B(5,0)$代入 $y=x^2+bx+c$，

得$\begin{cases}-5=c,\\0=25+5b+c.\end{cases}$ …………………………… 1 分

解这个方程组，得$\begin{cases}b=-4,\\c=-5.\end{cases}$ …………………………… 3 分

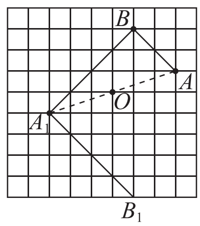
(2)抛物线的解析式是 $y=x^2-4x-5$.

对称轴为直线 $x=2$.

可求直线 AB 的解析式为 $y=x-5$.

∴此抛物线的对称轴与直线 AB 的交点 M 的坐标为$(2,-3)$. …………………… 5 分

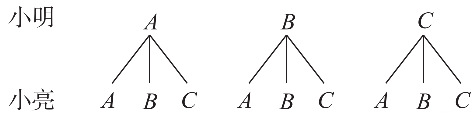
21. 解：(1)(2)画图结果如图所示.



…………………………………………………………………………………… 3 分

(3)$S_{\triangle ABB_1}=8$. …………………………………………………… 5 分

22. 解：画树状图如下：



由上述树状图可知：所有可能出现的结果共有 9 种，并且每一个结果出现的可能性相同. 其中小明和小亮选择相同模块的结果有 3 种.

∴P(小明和小亮选择相同模块)$=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$. …………………………… 5 分

23. (1)证明：∵$\Delta=(2m+1)^2-4\times(m-2)=4m^2+9$，

又∵$m^2\geqslant0$，…………………………………………………………… 2 分

∴$\Delta=4m^2+9>0$.

∴无论 m 取何值，方程总有两个不相等的实数根. …………………………… 3 分

(2)解：由题意可知，当 $m=0$ 时，$\Delta=4m^2+9$ 的值最小.

将 $m=0$ 代入 $x^2+(2m+1)x+m-2=0$，得 $x^2+x-2=0$.

解方程可得 $x_1=-2$，$x_2=1$. ……………………………………………… 6 分

24. 解：(1)2.95；

由表格数据可知，抛物线的顶点坐标为(4，2.95).

设抛物线的解析式为 $y=a(x-4)^2+2.95$，

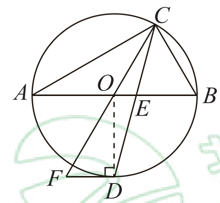
将点(0，1.67)代入，得 $1.67=16a+2.95$.

解得 $a=-0.08$.

∴抛物线的解析式为 $y=-0.08(x-4)^2+2.95$. …………………………………… 4 分

(2)$>$. ……………………………………………………………………………………………… 6 分

25. (1)证明：如图，连接 OD.



∵AB 是⊙O 的直径，CD 平分 $\angle ACB$，

∴$\angle AOD=\angle BOD=90°$.

又∵$FD /\!/ AB$，

∴$\angle ODF=90°$.

即 $OD \perp DF$.

∴直线 DF 为⊙O 的切线. ………………………………………………………………… 3 分

(2)解：∵AB 是⊙O 的直径，

∴$\angle ACB=90°$.

又∵$\angle A=30°$，$AC=2\sqrt{3}$，

∴$AB=4$.

∴$OD=2$.

∵$AO=CO$，

∴$\angle COB=60°$.

∵$FD /\!/ AB$，

∴$\angle F=60°$.

∴在 $\mathrm{Rt}\triangle ODF$ 中，$FD=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. ……………………………………………… 6 分

26. 解：(1)令 $x=0$，则 $y=3$.

∴抛物线与 y 轴交点的坐标为(0，3).

对称轴 $x=-\dfrac{-4a}{2a}=2$. ………………………………………………………………… 2 分

(2)①$=$.

②∵函数图象的对称轴为直线 $x=2$，

∴点$(3,y_1)$，$(1,y_2)$关于直线 $x=2$ 对称.

∴$y_1=y_2$.

∵$3>2>1>-1>-2$，

∴点$(1,y_2)$,$(-1,y_3)$,$(-2,y_4)$在对称轴的左侧,点$(3,y_1)$在对称轴的右侧.

当 $a>0$ 时,在对称轴的左侧,y 随 x 的增大而减小,

∴$y_1=y_2<y_3<y_4$.

不合题意.

当 $a<0$ 时,在对称轴的左侧,y 随 x 的增大而增大,

∴$y_1=y_2>y_3>y_4$.

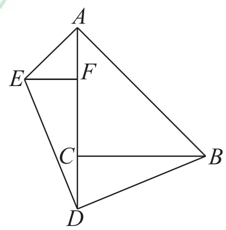
y_1,y_2,y_3,y_4 四个函数值可以满足 $y_1=y_2>y_3\geqslant 0>y_4$.

∴$y_3\geqslant 0$,$y_4<0$.

即当 $x=-1$ 时,$y_3=a+4a+3\geqslant 0$;$x=-2$ 时,$y_4=4a+8a+3<0$.

解得$-\dfrac{3}{5}\leqslant a<-\dfrac{1}{4}$. ………………………………………………………………… 6 分

27.解:(1)补全图形如图所示.



……………………………………………………………………………………………………… 1 分

(2)$AF=CD$.

证明:∵$EF\perp AD$,

∴$\angle EFD=90°$.

∵$\angle ACB=90°$,

∴$\angle EFD=\angle BCD$.

∵$\angle ACB=90°$,

∴$\angle CBD+\angle CDB=90°$.

由题意知,$\angle BDE=90°$.

∴$\angle EDF+\angle BDC=90°$.

∴$\angle EDF=\angle CBD$.

在$\triangle EFD$ 和$\triangle DCB$ 中,

$$\begin{cases}\angle EDF=\angle CBD,\\ \angle EFD=\angle DCB,\\ ED=BD,\end{cases}$$

∴$\triangle EFD\cong\triangle DCB$(AAS).

∴$EF=DC$,$DF=BC$.

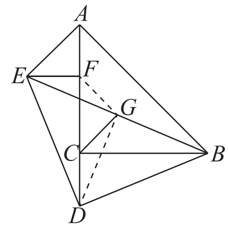
∵ $BC=AC$，

∴ $AC=DF$.

∴ $AF=CD$. ………………………………………………………………………… 4 分

(3)结论：$BC=CD+\sqrt{2}CG$.

证明：如图，连接 DG，FG.



∵ $DE=BD$，G 为 BE 的中点，$\angle BDE=90°$，

∴ $EG=BG=DG$，$\angle DGE=90°$.

∵ $\angle EFD=\angle DGE=90°$，

∴ $\angle GEF=\angle CDG$.

在 $\triangle EFG$ 和 $\triangle DCG$ 中，

$$\begin{cases} EF=DC, \\ \angle GEF=\angle CDG, \\ EG=DG, \end{cases}$$

∴ $\triangle EFG \cong \triangle DCG$.

∴ $FG=CG$，$\angle EGF=\angle DGC$.

∴ $\angle EGF+\angle EGC=\angle DGC+\angle EGC=90°$.

即 $\angle CGF=90°$.

∴ $\triangle CGF$ 为等腰直角三角形.

∴ $CF=\sqrt{2}CG$.

∵ $BC=AC=AF+CF$，$AF=CD$，

∴ $BC=CD+\sqrt{2}CG$. ………………………………………………………………… 7 分

28. 解：(1)(2，3). ………………………………………………………………………… 2 分

(2)(3，-2). ………………………………………………………………………… 4 分

(3)(3，-3)，$0\leqslant y_B\leqslant\frac{1}{2}$. ……………………………………………………… 7 分