

# 北京市燕山地区 2020 年初中毕业年级质量监测

## 数学试卷

2020 年 5 月



### 一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个.

1. 2020 年 5 月 1 日起, 北京市全面推行生活垃圾分类. 下面图标分别为厨余垃圾、可回收物、有害垃圾、其他垃圾, 其中不是轴对称图形的是



A.



B.



C.



D.

2. 为解决延期开学期间全市初高三学生的学习需求, 提升学生的实际获得, 北京市教委打造了“答疑平台”, 全市 144000 名初高三学生全部纳入在线答疑辅导范围. 将 144000 用科学记数法表示应为

A.  $144 \times 10^3$

B.  $14.4 \times 10^4$

C.  $1.44 \times 10^5$

D.  $1.44 \times 10^6$

3. 方程组  $\begin{cases} 2m - n = -4, \\ m - 2n = 1 \end{cases}$  的解为

A.  $\begin{cases} m = -3, \\ n = -2 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} m = -3, \\ n = 2 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} m = 3, \\ n = -2 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} m = 3, \\ n = 2 \end{cases}$

4. 在数轴上, 点  $A, B$  分别表示实数  $a, b$ , 将点  $A$  向左平移 1 个单位长度得到点  $C$ , 若点  $C, B$  关于原点  $O$  对称, 则下列结论正确的是

A.  $a + b = 1$

B.  $a + b = -1$

C.  $a - b = 1$

D.  $a - b = -1$

5. 若一个多边形的内角和是  $720^\circ$ , 则该多边形的边数为

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

6. 若  $a + b = 1$ , 则代数式  $\left(\frac{a^2}{b^2} - 1\right) \frac{2b^2}{a-b}$  的值为

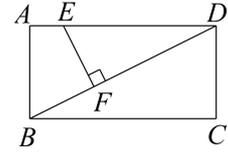
A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

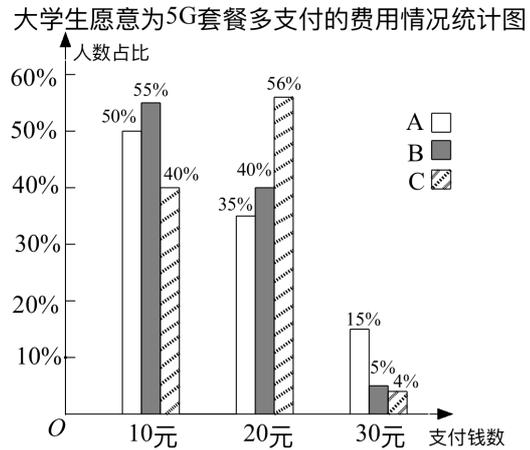
7. 如图, 矩形  $ABCD$  中,  $BC=2AB$ , 点  $E$  在边  $AD$  上,  $EF \perp BD$  于点  $F$ . 若  $EF=1$ , 则  $DE$  的长为



- A.  $\sqrt{3}$                       B.  $\sqrt{5}$                       C. 2                      D. 3

8. 为了解高校学生对 5G 移动通信网络的消费意愿, 从在校大学生中随机抽取了 1000 人进行调查, 下面是大学生用户分类情况统计表和大学生愿意为 5G 套餐多支付的费用情况统计图 (例如, 早期体验用户中愿意为 5G 套餐多支付 10 元的人数占有早期体验用户的 50%) .

用户分类	人数
A: 早期体验用户 (目前已升级为 5G 用户)	260 人
B: 中期跟随用户 (一年内将升级为 5G 用户)	540 人
C: 后期用户 (一年后才升级为 5G 用户)	200 人



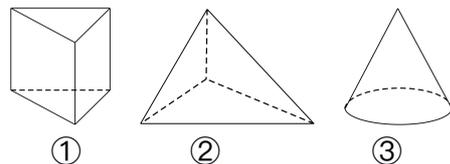
下列推断中, 不合理的是

- A. 早期体验用户中, 愿意为 5G 套餐多支付 10 元, 20 元, 30 元的人数依次递减  
 B. 后期用户中, 愿意为 5G 套餐多支付 20 元的人数最多  
 C. 愿意为 5G 套餐多支付 10 元的用户中, 中期跟随用户人数最多  
 D. 愿意为 5G 套餐多支付 20 元的用户中, 后期用户人数最多

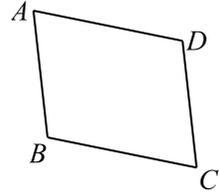
二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 若分式  $\frac{3}{x-2}$  有意义, 则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

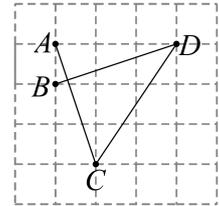
10. 下列几何体中, 主视图是三角形的是\_\_\_\_\_.



11. 如图, 已知  $\square ABCD$ , 通过测量, 计算得  $\square ABCD$  的面积约为 \_\_\_\_\_  $cm^2$ .  
(结果保留一位小数)

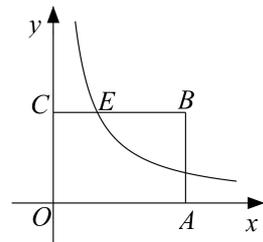


12. 如图, 正方形网格中, 点  $A, B, C, D$  均在格点上, 则  $\angle ACD + \angle BDC =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



13. 用四个不等式① $a > b$ , ② $ab > b^2$ , ③ $a > 0$ , ④ $b > 0$ 中的两个不等式作为题设, 余下的两个不等式中选择一个作为结论, 组成一个真命题: \_\_\_\_\_.

14. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A, C$  分别在  $x$  轴,  $y$  轴的正半轴上, 以  $OA, OC$  为边作矩形  $OABC$ , 双曲线  $y = \frac{3}{x} (x > 0)$  与  $BC$  边交于点  $E$ , 且  $CE : EB = 1 : 2$ , 则矩形  $OABC$  的面积为 \_\_\_\_\_.



15. 某大学为了解学生在  $A, B$  两家餐厅用餐的满意度, 从在  $A, B$  两家餐厅都用过餐的学生中随机抽取了 100 人, 每人分别对这两家餐厅进行了评分, 统计如下:

满意度评分 人数 餐厅	满意度评分					合计
	非常满意 (20分)	较满意 (15分)	一般 (10分)	不太满意 (5分)	非常不满意 (0分)	
$A$	28	40	10	10	12	100
$B$	25	20	45	6	4	100

若小芸要在  $A, B$  两家餐厅中选择一家用餐, 根据表格中数据, 你建议她去 \_\_\_\_\_ 餐厅(填  $A$  或  $B$ ), 理由是 \_\_\_\_\_.



16. 已知 $\odot O$ . 如图,

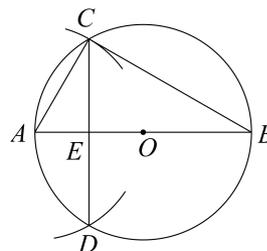
(1)作 $\odot O$ 的直径 $AB$ ;

(2)以点 $A$ 为圆心,  $AO$ 长为半径画弧, 交 $\odot O$ 于 $C, D$ 两点;

(3)连接 $CD$ 交 $AB$ 于点 $E$ , 连接 $AC, BC$ .

根据以上作图过程及所作图形, 有下面三个推断:

①  $CE=DE$ ;    ②  $BE=3AE$ ;    ③  $BC=2CE$ . 所有正确推断的序号是\_\_\_\_\_.



三、解答题 (本题共68分, 第17-22题, 每小题5分, 第23-26题, 每小题6分, 第27, 28题, 每小题7分) 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

17. 计算:  $4\sin 30^\circ + |-\sqrt{2}| - \sqrt{8} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ .

18. 解不等式组: 
$$\begin{cases} 2(x-1) \leq x, \\ \frac{x-1}{3} > -2. \end{cases}$$

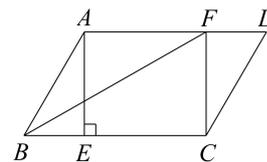
19. 关于 $x$ 的方程 $x^2 + 4x + m + 2 = 0$ 有两个不相等的实数根, 且 $m$ 为正整数, 求 $m$ 的值及此时方程的根.



20. 如图,  $\square ABCD$  中, 点  $E, F$  分别在边  $BC, AD$  上,  $BE=DF$ ,  $\angle AEC=90^\circ$ .

(1) 求证: 四边形  $AECF$  是矩形;

(2) 连接  $BF$ , 若  $AB=4$ ,  $\angle ABC=60^\circ$ ,  $BF$  平分  $\angle ABC$ , 求  $AD$  的长.



21. 抗击新冠肺炎疫情期间, 某小区为方便管理, 为居民设计了一个身份识别图案系统: 在  $4 \times 4$  的正方形网格中, 白色正方形表示数字 1, 黑色正方形表示数字 0, 将第  $i$  行第  $j$  列表示的数记为  $a_{i,j}$  (其中  $i, j$  都是不大于 4 的正整数), 例如, 图 1 中,  $a_{1,2}=0$ . 对第  $i$  行使用公式  $A_i = a_{i,1} \times 2^3 + a_{i,2} \times 2^2 + a_{i,3} \times 2^1 + a_{i,4} \times 2^0$  进行计算, 所得结果  $A_1, A_2, A_3, A_4$  分别表示居民楼号, 单元号, 楼层和房间号. 例如, 图 1 中,  $A_3 = a_{3,1} \times 2^3 + a_{3,2} \times 2^2 + a_{3,3} \times 2^1 + a_{3,4} \times 2^0 = 1 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1 = 9$ ,  $A_4 = 0 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 3$ , 说明该居民住在 9 层, 3 号房间, 即 903 号.

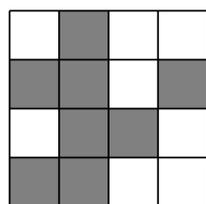


图 1

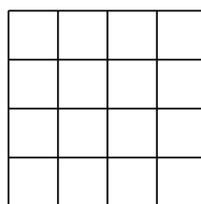


图 2

(1) 图 1 中,  $a_{1,3} =$  \_\_\_\_\_;

(2) 图 1 代表的居民居住在 \_\_\_\_\_ 号楼 \_\_\_\_\_ 单元;

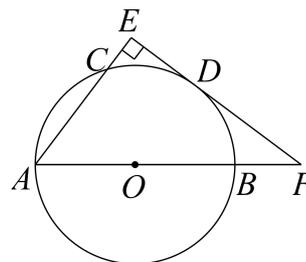
(3) 请仿照图 1, 在图 2 中画出 8 号楼 4 单元 602 号居民的身份识别图案.



22. 如图,  $AB$  为  $\odot O$  的直径,  $AC$  为弦, 点  $D$  为  $\widehat{BC}$  中点, 过点  $D$  作  $DE \perp$  直线  $AC$ , 垂足为  $E$ , 交  $AB$  的延长线于点  $F$ .

(1) 求证:  $EF$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 若  $EF=4$ ,  $\sin \angle F = \frac{3}{5}$ , 求  $\odot O$  的半径.

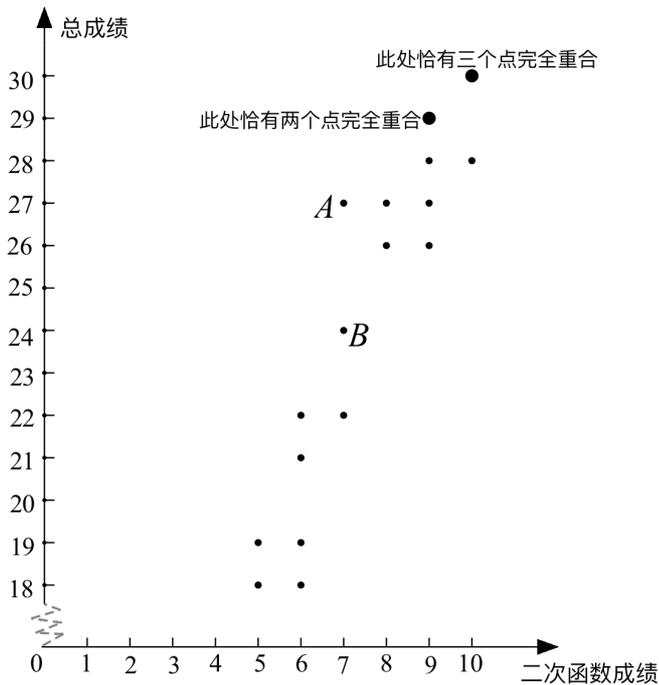


23. 为了解学生居家学习期间对函数知识的掌握情况, 某学校数学教师对九年级全体学生进行了一次摸底测试, 测试含一次函数、二次函数和反比例函数三项内容, 每项满分 10 分. 现随机抽取 20 名学生的成绩 (成绩均为整数) 进行收集、整理、描述和分析, 下面给出了部分信息:

a. 该 20 名学生一次函数测试成绩如下:

7 9 10 9 7 6 8 10 10 8  
6 10 10 9 10 9 9 9 10 10

b. 该 20 名学生总成绩和二次函数测试成绩情况统计图:



c. 该 20 名学生总成绩平均分为 25 分, 一次函数测试平均分为 8.8 分.

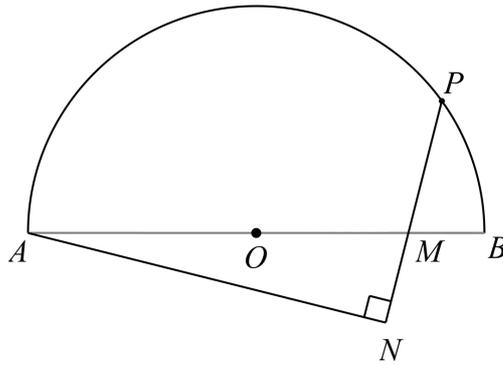
根据以上信息, 回答下列问题:

- (1) 该 20 名学生一次函数测试成绩的中位数是\_\_\_\_\_，众数是\_\_\_\_\_.
- (2) 若该校九年级共有 400 名学生, 且总成绩不低于 26 分的学生成绩记为优秀, 估计该校九年级本次测试总成绩优秀的约有\_\_\_\_\_人.
- (3) 在总成绩和二次函数测试成绩情况统计图中,  $A$  同学的一次函数测试成绩是\_\_\_\_\_分; 若  $B$  同学的反比例函数测试成绩是 8 分, 则  $B$  同学的一次函数测试成绩是\_\_\_\_\_分.
- (4) 一次函数、二次函数和反比例函数三项内容中, 学生掌握情况最不好是\_\_\_\_\_.

24. 如图, 半圆  $O$  的直径  $AB=6\text{cm}$ , 点  $M$  在线段  $AB$  上, 且  $BM=1\text{cm}$ , 点  $P$  是  $AB$  上的动点,

过点  $A$  作  $AN \perp$  直线  $PM$ , 垂足为点  $N$ .

小东根据学习函数的经验, 对线段  $AN$ ,  $MN$ ,  $PM$  的长度之间的关系进行了探究.



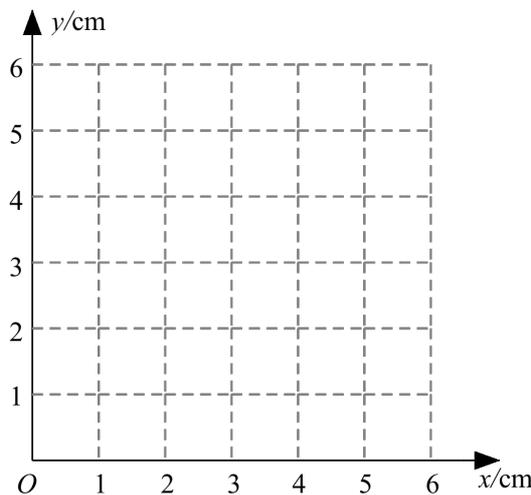
下面是小东的探究过程, 请补充完整:

- (1) 对于点  $P$  在  $AB$  上的不同位置, 画图、测量, 得到了线段  $AN$ ,  $MN$ ,  $PM$  的长度的几组值, 如下表:

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7
$AN/cm$	0.00	3.53	4.58	5.00	4.58	4.00	0.00
$MN/cm$	5.00	3.53	2.00	0.00	2.00	3.00	5.00
$PM/cm$	1.00	1.23	1.57	2.24	3.18	3.74	5.00

在  $AN, MN, PM$  的长度这三个量中, 确定\_\_\_\_\_的长度是自变量, \_\_\_\_\_和 \_\_\_\_\_的长度都是这个自变量的函数;

- (2) 在同一平面直角坐标系  $xOy$  中, 画出(1)中所确定的函数的图象;



- (3) 结合函数图象, 解决问题: 当  $AN=MN$  时,  $PM$  的长度约为\_\_\_\_\_  $cm$ .



25. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l: y = \frac{3}{2}x$  与反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象交于点  $A(2, a)$ .

(1) 求  $a, k$  的值;

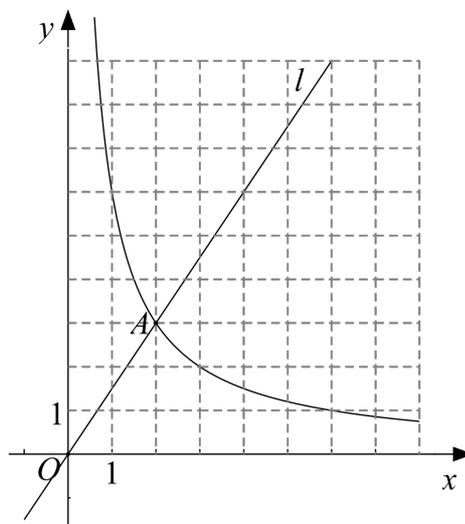
(2) 横, 纵坐标都是整数的点叫做整点. 点  $P(m, n)$  为射线  $OA$  上一点, 过点  $P$  作  $x$  轴,

$y$  轴的垂线, 分别交函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象于点  $B, C$ . 由线段  $PB, PC$  和函数

$y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象在点  $B, C$  之间的部分所围成的区域(不含边界)记为  $W$ .

①若  $PA=OA$ , 求区域  $W$  内的整点个数;

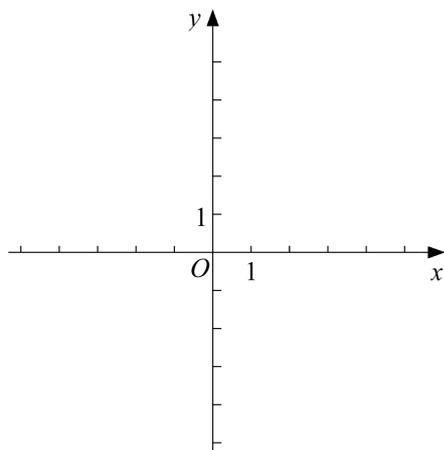
②若区域  $W$  内恰有 5 个整点, 结合函数图象, 直接写出  $m$  的取值范围.



26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = ax^2 + bx - 3a (a \neq 0)$  经过点  $A(-1, 0)$ .

(1) 求抛物线的顶点坐标; (用含  $a$  的式子表示)

(2) 已知点  $B(3, 4)$ , 将点  $B$  向左平移 3 个单位长度, 得到点  $C$ . 若抛物线与线段  $BC$  恰有一个公共点, 结合函数的图象, 求  $a$  的取值范围.



27.  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $AC=BC=\sqrt{2}$ ,  $M$  为  $BC$  边上的一个动点(不与点  $B, C$  重合), 连接  $AM$ , 以点  $A$  为中心, 将线段  $AM$  逆时针旋转  $135^\circ$ , 得到线段  $AN$ , 连接  $BN$ .

(1)依题意补全图 1;

(2)求证:  $\angle BAN=\angle AMB$ ;

(3)点  $P$  在线段  $BC$  的延长线上, 点  $M$  关于点  $P$  的对称点为  $Q$ , 写出一个  $PC$  的值, 使得对于任意的点  $M$ , 总有  $AQ=BN$ , 并证明.

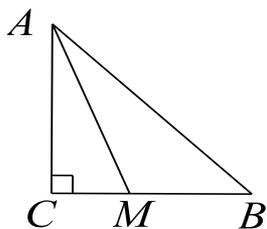
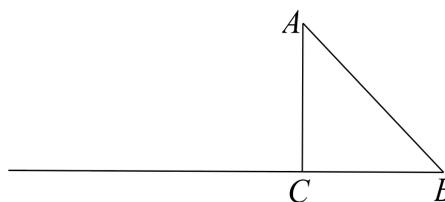


图 1



备用图



28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 过  $\odot T$  (半径为  $r$ ) 外一点  $P$  引它的一条切线, 切点为  $Q$ , 若  $0 < PQ \leq 2r$ , 则称点  $P$  为  $\odot T$  的伴随点.

(1) 当  $\odot O$  的半径为 1 时,

① 在点  $A(4, 0)$ ,  $B(0, \sqrt{5})$ ,  $C(1, \sqrt{3})$  中,  $\odot O$  的伴随点是\_\_\_\_\_;

② 点  $D$  在直线  $y = x + 3$  上, 且点  $D$  是  $\odot O$  的伴随点, 求点  $D$  的横坐标  $d$  的取值范围;

(2)  $\odot M$  的圆心为  $M(m, 0)$ , 半径为 2, 直线  $y = 2x - 2$  与  $x$  轴,  $y$  轴分别交于点  $E, F$ . 若线段  $EF$  上的所有点都是  $\odot M$  的伴随点, 直接写出  $m$  的取值范围.

