



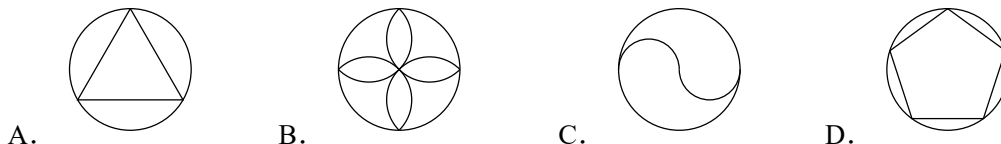
初三年级 12 月阶段性练习

数学

(清华附中初 21 级) 2023.12

一. 选择题 (本大题共 24 分, 每小题 3 分)

1. 下列图形中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()



2. 抛物线 $y = -2(x+2)^2 - 5$ 的顶点坐标是 ()

- A. (2,-5) B. (-2,-5) C. (2,5) D. (-2,5)

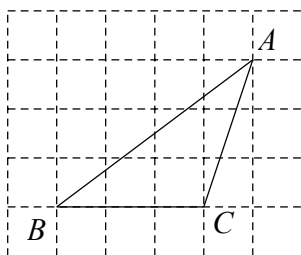
3. 用配方法解一元二次方程 $x^2 - 8x + 1 = 0$, 将其化成 $(x+a)^2 = b$ 的形式, 则变形正确的是 ()

- A. $(x+4)^2 = 17$ B. $(x-4)^2 = 17$ C. $(x+4)^2 = 15$ D. $(x-4)^2 = 15$

4. 在一个不透明的口袋中装有 3 个白球, 4 个红球和 5 个黑球, 它们除颜色外都相同, 从中随机摸出一个球, 恰好是白球的概率为 ()

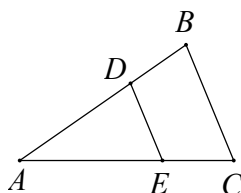
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{1}{3}$

5. 如图, 每个小正方形的边长为 1, 点 A、B、C 均在格点上, 则 $\sin B$ 的值是 ()



- A. 1 B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

6. 如图, 已知 $DE \parallel BC$, 且 $AD:DB = 2:1$, 则 $S_{\triangle ADE} : S_{\text{四边形}BDEC} = ()$



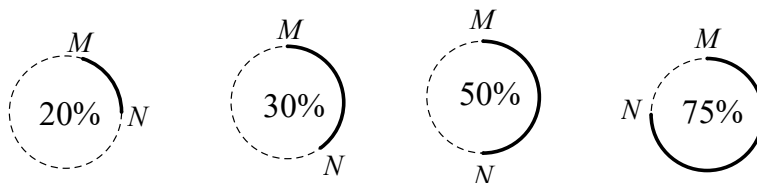


- A. 2:3 B. 4:9 C. 5:4 D. 4:5

7. 在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $P(1, m)$ ，且在 y 轴左侧， y 随 x 的增大而减小，则点 P 在()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

8. 计算机处理任务时，经常会以圆形进度条的形式显示任务完成的百分比。下面是同一个任务进行到不同阶段时进度条的示意图：



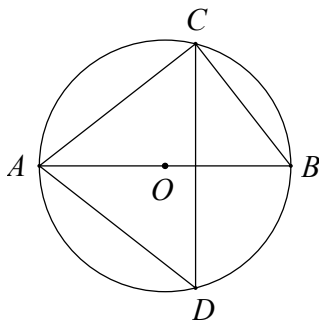
当任务完成的百分比为 x 时，线段 MN 的长度记为 $d(x)$ 。下列描述正确的是()

- A. 当 $x_1 > x_2$ 时， $d(x_1) > d(x_2)$ B. 当 $d(x_1) > d(x_2)$ 时， $x_1 > x_2$
 C. 当 $x_1 + x_2 = 1$ 时， $d(x_1) = d(x_2)$ D. 当 $x_1 = 2x_2$ 时， $d(x_1) = 2d(x_2)$

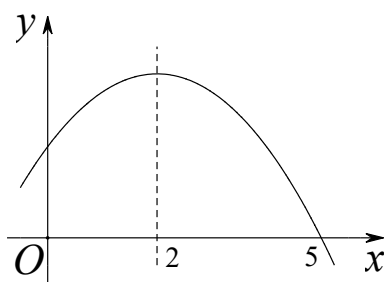
二. 填空题 (本大题共 24 分，每小题 3 分)

9. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 的一个根为 -1 ，则 m 的值为_____.

10. 如图， $\odot O$ 的直径 AB 垂直于弦 CD ， $\angle CAB = 38^\circ$ ，则 $\angle BCD =$ _____ $^\circ$.

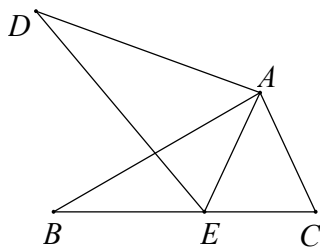


11. 如图是函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的部分图象，则该函数图象与 x 轴负半轴的交点横坐标是_____.





12. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕着点 A 顺时针旋转 x° 到 $\triangle ADE$ 的位置，使点 E 首次落在 BC 上. 已知 $\angle ABC = 30^\circ$ ， $\angle BAE = 35^\circ$ ，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.



13. 下表显示了同学们用计算机模拟随机投针实验的某次实验的结果.

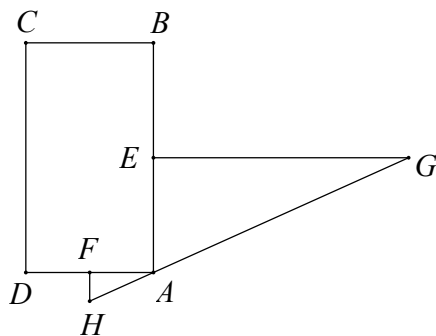
投针次数 n	1000	2000	3000	4000	5000	10000	20000
针与直线相交的次数 m	454	970	1430	1912	2386	4769	9548
针与直线相交的频率 $p = \frac{m}{n}$	0.454	0.485	0.4767	0.478	0.4772	0.4769	0.4774

下面有三个推断：

- ①投掷 1000 次时，针与直线相交的次数是 454，针与直线相交的概率是 0.454；
- ②随着实验次数的增加，针与直线相交的频率总在 0.477 附近摆动，显示出一定的稳定性，可以估计针与直线相交的概率是 0.477；
- ③若再次用计算机模拟此实验，则当投掷次数为 10000 时，针与直线相交的频率一定是 0.4769.

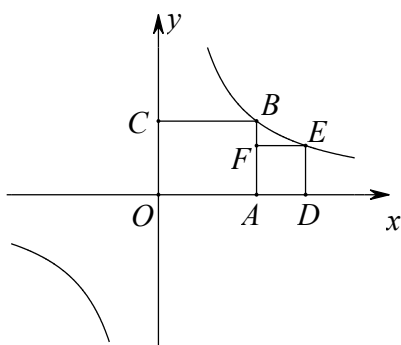
其中合理的推断的序号是：_____.

14. 《九章算术》中，有一数学史上有名的测量问题：“今有邑，东西五里，南北九里，各开中门，出东门十里有木，问：出南门几何步而见木？”今译如下：如图，矩形 $ABCD$ ，东边城墙 AB 长 9 里，南边城墙 AD 长 5 里，东门点 E ，南门点 F 分别位于 AB ， AD 的中点， $EG \perp AB$ ， $FH \perp AD$ ， $EG = 10$ 里， HG 经过 A 点，则 FH 的长为_____里.





15. 如图，矩形 $OABC$ 的顶点 B 和正方形 $ADEF$ 的顶点 E 都在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象上，点 B 的坐标为 $(4,3)$ ，则点 E 的坐标为_____.



16. 定义：等腰三角形中底边与腰的比叫做顶角的正对. 例如，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle A$ 的正对记作 $\text{sad } A = \frac{\text{底边}}{\text{腰}} = \frac{BC}{AB}$. 若 $\angle A$ 为锐角， $\sin A = \frac{4}{5}$ ，则 $\text{sad } A = \underline{\hspace{2cm}}$.

三. 解答题（本题共 72 分，第 17 题 5 分，第 18 题 6 分，第 19~20 题，每题 4 分，第 21~22 题，每小题 5 分，第 23~26 题，每小题 7 分，第 27 题 8 分，第 28 题 7 分）

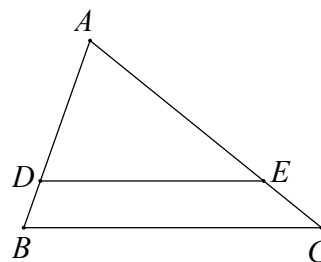
17. 计算： $2\sin 60^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + |\sqrt{3}-2| - (\tan 48^\circ - \cos 42^\circ)^0$.

18. 用适当的方法解下列方程：

(1) $x^2 - 4x + 2 = 0$;

(2) $x^2 - 5x + 6 = 0$.

19. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在 AB 上，点 E 在 AC 上，且 $DE \parallel BC$ ， $AD=3$ ， $AB=4$ ， $AC=6$ ，求 EC 的长.





20. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = k(x-1) + 6 (k \neq 0)$ 的图象与反比例函数

$y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 的图象的一个交点坐标为 $(1, n)$.

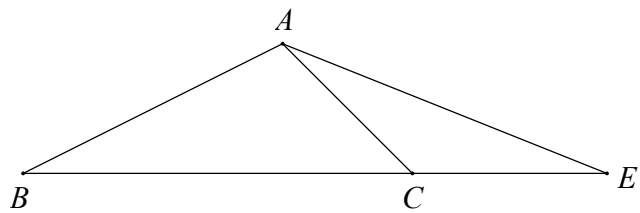
(1) 求这个反比例函数的解析式;

(2) 当 $x \leq -2$ 时，对于 x 的每一个值，反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的值大于一次函数 $y = k(x-1) + 6$ 的值，直接写出 k 的取值范围.

21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 45^\circ$ ， $AC = 2\sqrt{2}$ ， $\tan B = \frac{1}{2}$.

(1) 求 BC 的长;

(2) 延长 BC 至 E ，使 $CE = \frac{1}{2}BC$ ，连接 AE ，直接写出 $\tan \angle CAE$ 的值.



22. 将背面完全相同，正面分别标有数字 1、2、3、4 的四张卡片洗匀后，背面朝上放在桌面上.

(1) 小明从四张卡片中随机抽取一张，抽到卡片上的数字是偶数的概率为_____;

(2) 小明先从四张卡片中随机抽取一张，卡片上的数字记为 a ，再从剩下的卡片中随机抽取一张，卡片上的数字记为 b . 请用列表或画树状图的方法求关于 x 的一元二次方程 $x^2 + ax + b = 0$ 有实根的概率.

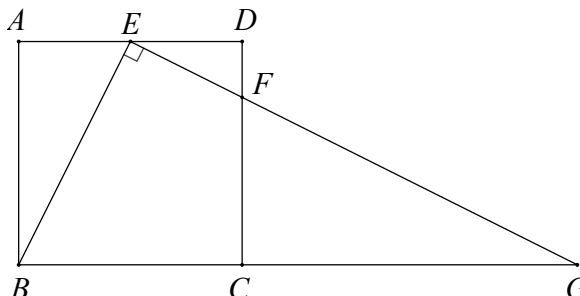


23. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 为 AD 边上一点, $EF \perp BE$ 交 CD 于点 F .

(1) 求证: $\triangle ABE \sim \triangle DEF$;

(2) 若 $AB = 4$, $CF = 3FD$, 求 DE 的长;

(3) 在 (2) 的条件下, 延长 EF 交 BC 延长线于点 G , 直接写出 FG 的长.



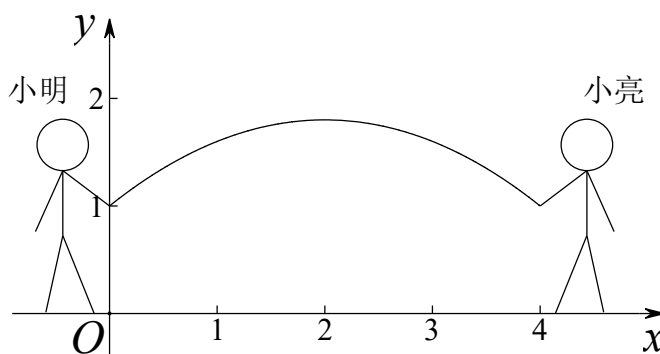
24. 跳绳是大家喜欢的一项体育运动. 集体跳绳时, 需要两人同频甩动绳子, 当绳子甩到最高处时, 其形状可近似看作抛物线. 下图是小明和小亮甩绳子到最高处时的示意图, 已知两人拿绳子的手离地面的高度都为 1m , 并且相距 4m . 当身高为 1.6m 的小红站在小明右侧绳子的下方, 且距小明拿绳子的手 1m 时, 绳子恰好碰到小红的头顶. 现以两人的站立点所在的直线为 x 轴, 过小明拿绳子的手作 x 轴的垂线为 y 轴, 建立如图所示的平面直角坐标系.

(1) 求绳子所对应的抛物线的解析式;

(2) 若身高为 1.75m 的小蓝也站在绳子的下方,

①当小蓝在距小明拿绳子的手右侧 2m 时, 绳子_____ (填“会”或“不会”) 碰到小蓝的头顶;

②设小蓝与小明拿绳子的手之间的水平距离为 $d\text{m}$, 为保证绳子不会碰到小蓝的头顶, 求 d 的取值范围.

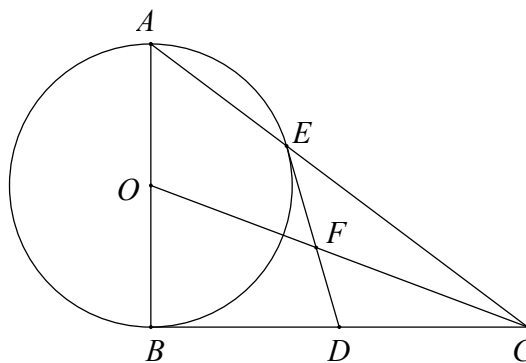




25. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 AC 于点 E , 点 D 是 BC 边上的中点, 连接 DE .

(1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 OC 交 DE 于点 F , 若 $\odot O$ 的半径为 3, $DE = 4$, 求 $\frac{OF}{CF}$ 的值.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的对称轴为直线 $x = t$, 且

$$4a + b + 2c = 0.$$

(1) 当 $c = 0$ 时, 求 t 的值;

(2) 点 $(-1, y_1)$, $(3, y_2)$, $(5, y_3)$ 在抛物线上, 若 $a > c > 0$, 试比较 y_1 , y_2 与 y_3 的大小关系, 并说明理由.



27. 如图1, 在 $\triangle ABC$ 中, 将 AB 绕点 B 逆时针旋转 90° 得到线段 BD , 将 AC 绕点 C 顺时针旋转 90° 得线段 CE , 连接 DE , 取 DE 中点 O , 连接 OC .

(1) ①依题意补全图1, 求证: $\angle A = \angle D + \angle E$,

②用等式表示 BC 和 OC 之间的数量关系, 并证明;

(2) 若 $\angle BAC = 135^\circ$, $BC = 3$, 直接写出 DE 的长.

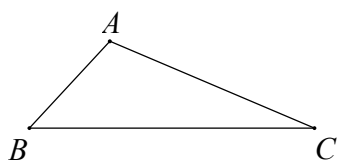
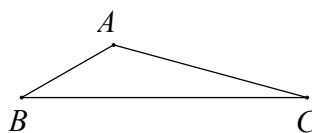


图1



备用图

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为1, 已知点 $A(2,0)$, 点 P 不在 $\odot O$ 上, 给出如下定义: $\odot O$ 上存在一点 T , 使点 A 关于直线 PT 的对称点 A' 在 $\odot O$ 上, 则称点 P 为点 A 关于 $\odot O$ 的反射点.

(1) 在点 $P_1(0,0)$, $P_2\left(\frac{1}{2}, 0\right)$, $P_3(-1, \sqrt{3})$ 中, 点 A 关于 $\odot O$ 的反射点是_____;

(2) 若点 $P(0, y)$ 是点 A 关于 $\odot O$ 的反射点, 直接写出 y 的取值范围;

(3) 点 $P(m, n)$ 是直线 $y = -\sqrt{3}(x-2)$ 上的动点, $0 < m < 2$, 且点 P 是点 A 关于 $\odot O$ 的反射点, 当 PA 最小时,

①直接用等式表示 AA' 与 TA' 的数量关系;

②直接写出 AA' 的长度.