

# 北京中国人民大学附属中学九年级家庭限时练习 10

2020.05.7

满分 100 分，限时 100 分钟

## 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

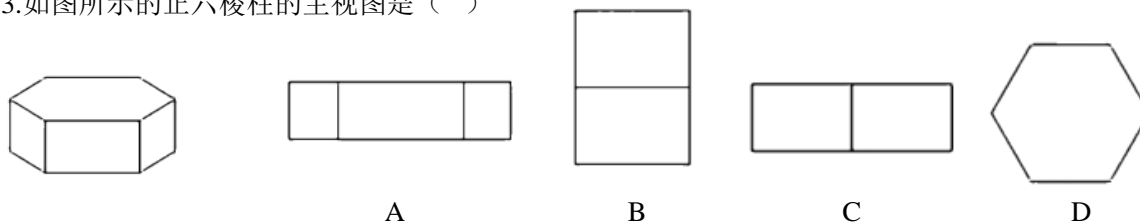
1. 据报道，到 2020 年北京地铁规划线网将由 19 条线路组成，总长度达到 561 500 米。将 561 500 用科学记数法表示为

- (A)  $0.5615 \times 10^6$       (B)  $5.615 \times 10^5$       (C)  $56.15 \times 10^4$       (D)  $561.5 \times 10^3$

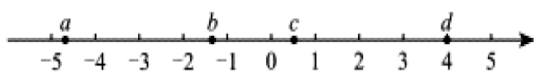
2. 下列运算结果正确的是

- A.  $3a^3 \cdot 2a^2 = 6a^6$       B.  $(-2a)^2 = -4a^2$       C.  $\tan 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$       D.  $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 如图所示的正六棱柱的主视图是 ( )



4. 实数  $a, b, c, d$  在数轴上的点的位置如图所示，则正确的结论是



- A.  $a > -4$       B.  $a + c > 0$       C.  $|a| > |d|$       D.  $ad > 0$

5. 下表是小丽填写的实践活动报告的部分内容：

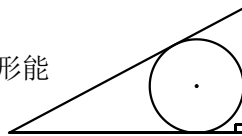
题目	测量树顶端到地面的高度	
测量目标示意图		
相关数据	AB=10m, $\alpha=45^\circ$ , $\beta=56^\circ$	

设树顶端到地面的高度  $DC$  为  $x$  m，根据以上条件，可以列出求树高的方程为

- A.  $x = (x - 10) \cos 56^\circ$       B.  $x = (x - 10) \tan 56^\circ$   
 C.  $x - 10 = x \tan 56^\circ$       D.  $x = (x + 10) \sin 56^\circ$

6. 《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有这样一个问题：“今有勾八步，股十五步，问勾中容圆，径几何？”其意思是：“如图，今有直角三角形，

勾（短直角边）长为 8 步，股（长直角边）长为 15 步，问该直角三角形能容纳的圆形（内切圆）直径是多少？”此问题中，该内切圆的直径是

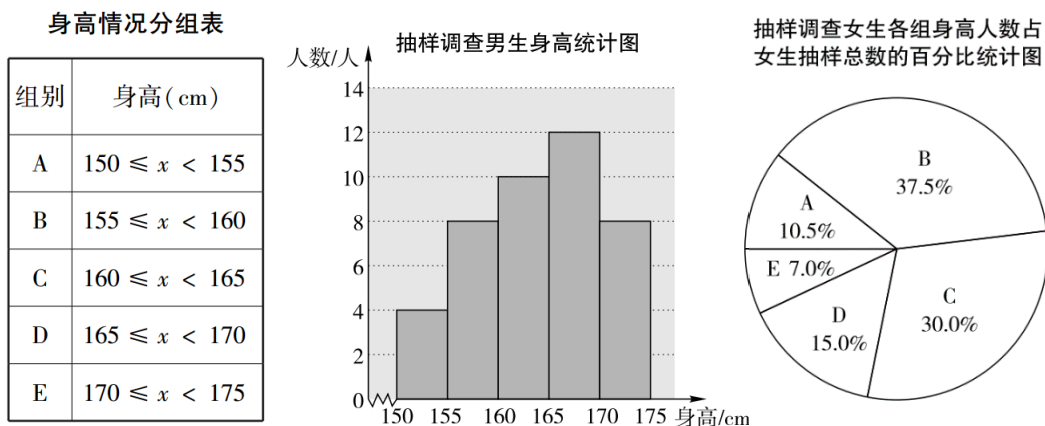


- (A) 5 步                      (B) 6 步                      (C) 8 步                      (D) 10 步

7. 若对于任意非零实数  $a$ ，抛物线  $y=ax^2+ax-2a$  总不经过点  $P(x_0-3, x_0^2-16)$ ，则符合条件的点  $P$  ( )

- A. 有且只有 1 个      B. 有且只有 2 个      C. 有且只有 3 个      D. 有无穷多个

8. 某大型文体活动需要招募一批学生作为志愿者参与服务. 已知报名的男生有 420 人, 女生有 400 人, 他们身高在  $155 \leq x < 175$ , 随机抽取该校男生、女生进行抽样调查. 已知该校共有女生 400 人, 男生 420 人, 抽取的样本中, 男生比女生多 2 人, 利用所得数据绘制如下统计图表:



根据统计图表提供的信息，下列说法中

- ① 估计报名者中男生的身高的众数在 D 组的可能性最大；
- ② 估计报名者中女生的身高的中位数在 B 组；
- ③ 抽取的样本中，抽取女生的样本容量是 38；
- ④ 估计报名者中身高在  $160 \leq x < 170$  之间的学生约有 400 人

其中合理的是

- (A) ①②                      (B) ①④                      (C) ②④                      (D) ③④

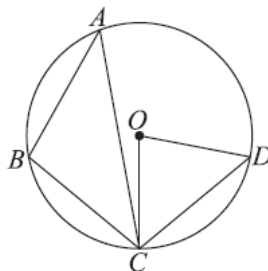
## 二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 因式分解： $x^3-9x=$ \_\_\_\_\_.

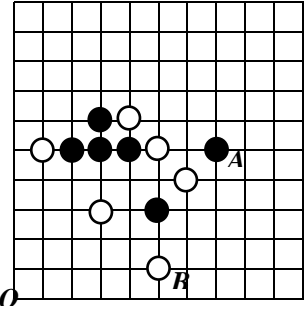
10. 一个三角形的两边长分别为 3 和 6，第三边长是方程  $x^2-10x+21=0$  的根，则三角形的周长为\_\_\_\_\_.

11. 如图，点  $A, B, C, D$  在  $\odot O$  上， $C$  是弧  $BD$  的中点， $AB=CD$ ,

若  $\angle ODC=50^\circ$ ，则  $\angle ABC$  的度数为\_\_\_\_\_°.

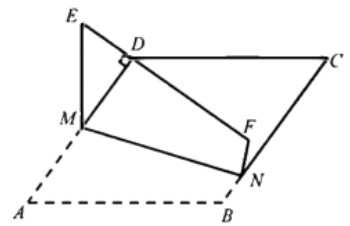


12. 五子棋是一种两人对弈的棋类游戏，规则是：在正方形棋盘中，由黑方先行，白方后行，轮流弈子，下在棋盘横线与竖线的交叉点上，直到某一方首先在任一方向（横向、竖向或者是斜着的方向）上连成五子者为胜. 如图，这一部分棋盘是两个五子棋爱好者的对弈图. 观察棋盘，以点  $O$  为原点，在棋盘上建立平面直角坐标系，将每个棋子看成一个点，若黑子  $A$  的坐标为  $(7, 5)$ ，则白子  $B$  的坐标为\_\_\_\_\_；为了不让白方获胜，此时黑方应该下在坐标为\_\_\_\_\_的位置处.

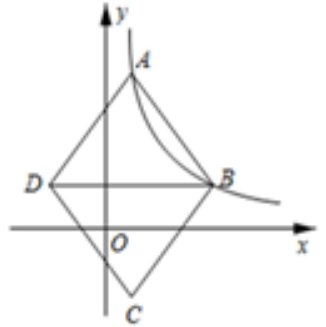


13. 某学校决定用 1200 元购买篮球和排球，其中篮球每个 120 元，排球每个 90 元，至少买一个排球,在购买资金恰好用尽的情况下，购买方案有\_\_\_\_\_种.

14. 如图，在菱形  $ABCD$  中， $\tan A=4/3$ ， $M$ ， $N$  分别在边  $AD$ ， $BC$  上，将四边形  $AMNB$  沿  $MN$  翻折，使  $AB$  的对应线段  $EF$  经过顶点  $D$ ，当  $EF \perp AD$  时， $BN/CN$  的值为\_\_\_\_\_.



15. 如图，在平面直角坐标系中，菱形  $ABCD$  的顶点  $A$ ， $B$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k > 0, x > 0$ ) 的图象上，横坐标分别为 1，4，对角线  $BD \parallel x$  轴. 若菱形  $ABCD$  的面积为  $\frac{45}{2}$ ，则  $k$  的值为\_\_\_\_\_.



16. 在矩形  $ABCD$  中， $M$ ， $N$ ， $P$ ， $Q$  分别为边  $AB$ ， $BC$ ， $CD$ ， $DA$  上的点（不与端点重合）. 对于任意矩形  $ABCD$ ，下面四个结论中，

- ①存在无数个四边形  $MNPQ$  是平行四边形；
  - ②存在无数个四边形  $MNPQ$  是矩形；
  - ③存在无数个四边形  $MNPQ$  是菱形；
  - ④至少存在一个四边形  $MNPQ$  是正方形.
- 所有正确结论的序号是 \_\_\_\_\_.

**三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27，28 题，每小题 7 分）**

17. 计算： $(\frac{1}{3})^{-1} - (3 - \pi)^0 + \tan 60^\circ + |-\sqrt{3}|$ .

18. 解不等式组  $\begin{cases} 2(x-1) \leq 4x+1, \\ \frac{x+2}{2} > x, \end{cases}$  .

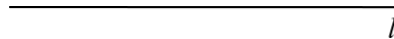
19. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $(m-2)x^2 + 2mx + m+3 = 0$  有两个不相等的实数根.

(1) 求  $m$  的取值范围;

(2) 当  $m$  取满足条件的最大整数时, 求方程的根.

20. 下面是小明设计的“作一个含  $30^\circ$  角的直角三角形”的尺规作图过程.

已知: 直线  $l$ .



求作:  $\triangle ABC$ , 使得  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $\angle ABC=30^\circ$ .

作法: 如图,

- 
- ①在直线  $l$  上任取  $A$   $O$   $l$  两点  $O, A$ ;
  - ②以点  $O$  为圆心,  $OA$  长为半径画弧, 交直线  $l$  于点  $B$ ;
  - ③以点  $A$  为圆心,  $AO$  长为半径画弧, 交  $\widehat{AB}$  于点  $C$ ;
  - ④连接  $AC, BC$ .

所以  $\triangle ABC$  就是所求作的三角形.

**根据小明设计的尺规作图过程,**

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)

(2) 完成下面的证明:

证明: 在  $\odot O$  中,  $AB$  为直径,

$\therefore \angle ACB=90^\circ$  (\_\_\_\_\_①\_\_\_\_\_). (填推理的依据)

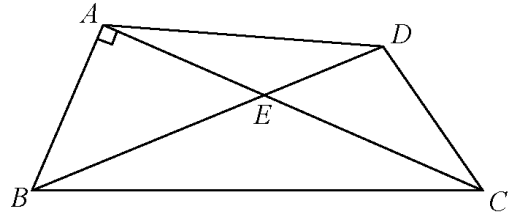
连接  $OC$ ,

$\because OA=OC=AC$ ,

$\therefore \angle CAB=60^\circ$ .

$\therefore \angle ABC=30^\circ$  (\_\_\_\_\_②\_\_\_\_\_). (填推理的依据)

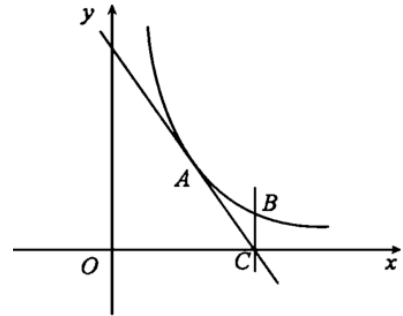
- 21.如图，在四边形  $ABCD$  中，对角线  $AC$ ， $BD$  交于点  $E$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\angle CED = 45^\circ$ ， $\angle DCE = 30^\circ$ ， $DE = \sqrt{2}$ ， $BE = 2\sqrt{2}$ 。求  $CD$  的长和四边形  $ABCD$  的面积。



- 22.如图，反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $x > 0$ ) 过点  $A(3, 4)$ ，直线  $AC$  与  $x$  轴交于点  $C(6, 0)$ ，过点  $C$  作  $x$

轴的垂线  $BC$  交反比例函数图象于点  $B$ 。

- (1) 求  $k$  的值与  $B$  点的坐标；
- (2) 在平面内有点  $D$ ，使得以  $A, B, C, D$  四点为顶点的四边形为平行四边形，试写出符合条件的所有  $D$  点的坐标。



- 23.图 1 是某小型汽车的侧面示意图，其中矩形  $ABCD$  表示该车的后备箱，在打开后备箱的过程中，箱盖  $ADE$  可以绕点  $A$  逆时针方向旋转，当旋转角为  $60^\circ$  时，箱盖  $ADE$  落在  $AD'E'$  的位置（如图 2 所示）。已知  $AD = 90$  厘米， $DE = 30$  厘米， $EC = 40$  厘米。

- (1) 求点  $D'$  到  $BC$  的距离；
- (2) 求  $E, E'$  两点的距离。

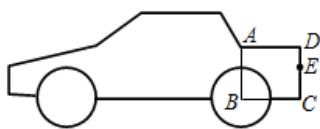


图 1

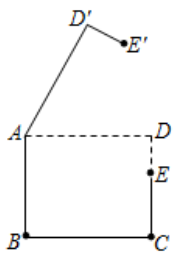
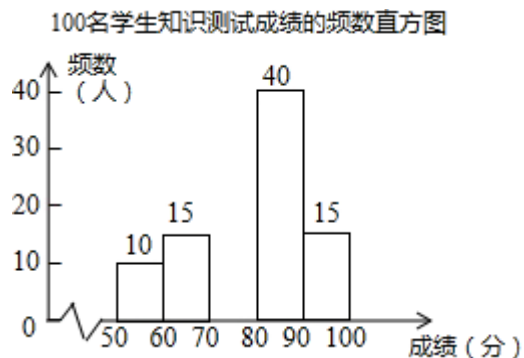


图 2

24. 今年 5 月 15 日，亚洲文明对话大会在北京开幕。为了增进学生对亚洲文化的了解，某学校开展了相关知识的宣传教育活动。为了解这次宣传活动的效果，学校从全校 1200 名学生中随机抽取 100 名学生进行知识测试（测试满分 100 分，得分均为整数），并根据这 100 人的测试成绩，制作了如下统计图表。

成绩 $a$ (分)	频数 (人)
$50 \leq a < 60$	10
$60 \leq a < 70$	15
$70 \leq a < 80$	$m$
$80 \leq a < 90$	40
$90 \leq a \leq 100$	15



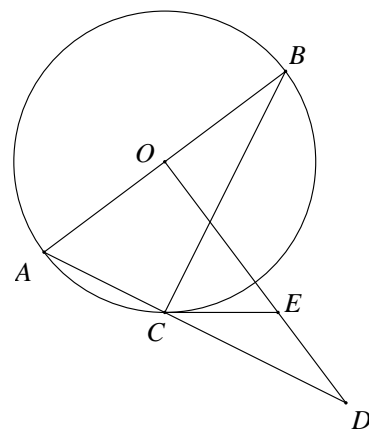
100 名学生知识测试成绩的频数表由图表中给出的信息回答下列问题：

- (1)  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ，并补全频数直方图；
- (2) 小明在这次测试中成绩为 85 分，你认为 85 分一定是这 100 名学生知识测试成绩的中位数吗？  
请简要说明理由；
- (3) 如果 80 分以上（包括 80 分）为优秀，请估计全校 1200 名学生中成绩优秀的人数。

25.如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 点  $C$  在  $\odot O$  上, 过点  $O$  作  $AB$  的垂线, 与  $AC$  的延长线交于点  $D$ , 过点  $C$  作  $\odot O$  的切线, 与  $OD$  交于点  $E$ .

(1) 求证:  $\angle ECD = \angle B$ ;

(2) 若  $CE=3$ ,  $AO=4$ , 求  $BC$  的长.

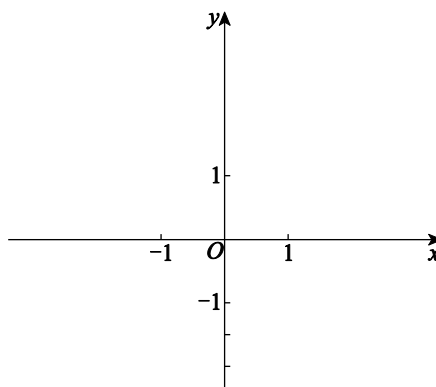


26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = -x^2 + mx + n$  与  $x$  轴交于点  $A, B$  ( $A$  在  $B$  的左侧).

(1) 抛物线的对称轴为直线  $x = -3$ ,  $AB = 4$ . 求抛物线的表达式;

(2) 平移 (1) 中的抛物线, 使平移后的抛物线经过点  $O$ , 且与  $x$  正半轴交于点  $C$ , 记平移后的抛物线顶点为  $P$ , 若  $\triangle OCP$  是等腰直角三角形, 求点  $P$  的坐标;

(3) 当  $m=4$  时, 抛物线上有两点  $M(x_1, y_1)$  和  $N(x_2, y_2)$ , 若  $x_1 < 2$ ,  $x_2 > 2$ ,  $x_1 + x_2 > 4$ , 试判断  $y_1$  与  $y_2$  的大小, 并说明理由.



27. 已知： $\triangle ABC$  是等腰三角形， $CA=CB$ ， $0^\circ < \angle ACB \leq 90^\circ$ 。点  $M$  在边  $AC$  上，点  $N$  在边  $BC$  上（点  $M$ 、点  $N$  不与所在端点重合）， $BN=AM$ ，连接  $AN$ ， $BM$ ，射线  $AG \parallel BC$ ，延长  $BM$  交射线  $AG$  于点  $D$ ，点  $E$  在直线  $AN$  上，且  $AE=DE$ 。

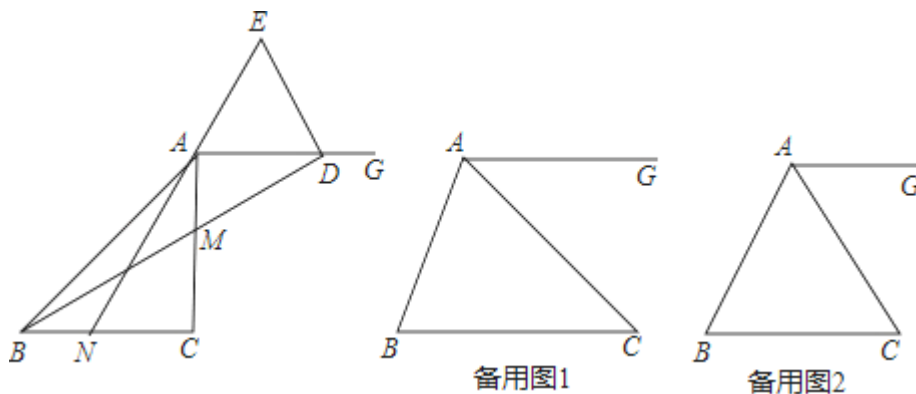
(1) 如图，当  $\angle ACB=90^\circ$  时

① 求证： $\triangle BCM \cong \triangle ACN$ ；

② 求  $\angle BDE$  的度数；

(2) 当  $\angle ACB=\alpha$ ，其它条件不变时， $\angle BDE$  的度数是\_\_\_\_\_（用含  $\alpha$  的代数式表示）

(3) 若  $\triangle ABC$  是等边三角形， $AB=3\sqrt{3}$ ，点  $N$  是  $BC$  边上的三等分点，直线  $ED$  与直线  $BC$  交于点  $F$ ，请直接写出线段  $CF$  的长。





28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 图形  $W$  在坐标轴上的投影长度定义如下: 设点  $P(x_1, y_1)$ ,  $Q(x_2, y_2)$  是图形  $W$  上的任意两点. 若  $|x_1 - x_2|$  的最大值为  $m$ , 则图形  $W$  在  $x$  轴上的投影长度  $l_x = m$ ; 若  $|y_1 - y_2|$  的最大值为  $n$ , 则图形  $W$  在  $y$  轴上的投影长度  $l_y = n$ . 如右图, 图形  $W$  在  $x$  轴上的投影长度  $l_x = |3 - 1| = 2$ ; 在  $y$  轴上的投影长度  $l_y = |4 - 0| = 4$ .

(1) 已知点  $A(3,3)$ ,  $B(4,1)$ . 如图 1 所示, 若图形  $W$  为  $\triangle OAB$ , 则  $l_x = \underline{\quad}$ ,  $l_y = \underline{\quad}$ .

(2) 已知点  $C(4,0)$ , 点  $D$  在直线  $y = -2x + 6$  上, 若图形  $W$  为  $\triangle OCD$ . 当  $l_x = l_y$  时, 求点  $D$  的坐标.

(3) 若图形  $W$  为函数  $y = x^2$  ( $a \leq x \leq b$ ) 的图象, 其中  $0 \leq a < b$ . 当该图形满足  $l_x = l_y \leq 1$  时, 请直接写出  $a$  的取值范围.

