2023北京大兴初三一模

数　　学

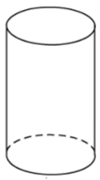
2023．5

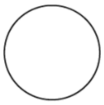
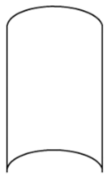
考生须知	
	1．本试卷共8页，共三道大题，28道小题，满分100分，考试时间120分钟。
	2．在答题纸上准确填写学校名称、准考证号，并将条形码贴在指定区域。
	3．题目答案一律填涂或书写在答题卡上，在练习卷上作答无效。
	4．在答题纸上，选择题、作图题用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
	5．练习结束，请将答题纸交回。

一、选择题（本题共16分，每小题2分）

第1—8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1．如图所示的圆柱，其俯视图是

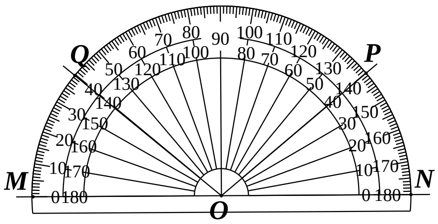


A. 
B. 
C. 
D. 

2．2022年10月12日，“天宫课堂”第三课在距离地球约400 000米的中国空间站开讲，数据400 000用科学记数法表示为

A．40×10^4　B．4×10^5　C．4×10^6　D．0.4×10^6

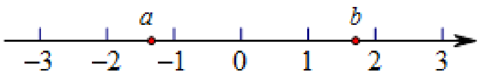
3．已知M，N，P，Q四点的位置如图所示，下列结论正确的是



A．$\angle NOQ=40°$　　B．$\angle NOP=140°$

C．$\angle NOP$比$\angle MOQ$大　　D．$\angle MOQ$与$\angle MOP$互补

4．实数a，b在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是



A．$a<-2$　B．$b>2$　C．$b-a<0$　D．$a>-b$

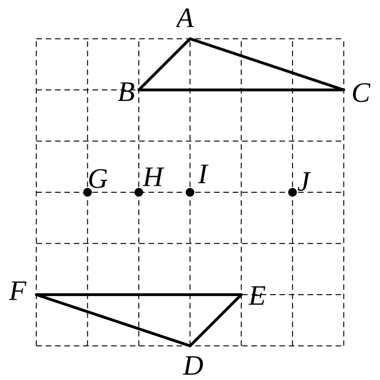
5．一个不透明的口袋中有三个完全相同的小球，把它们分别标号为1，2，3，随机摸出一个小球然后放回，再随机摸出一个小球，求两次摸出小球的标号相同的概率是

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{1}{9}$　　D．$\frac{2}{9}$

6．若关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x+m=0$ 有实数根，则实数 m 的取值范围为

A．$m<1$　B．$m\leqslant1$　C．$m>1$　D．$m\geqslant1$

7．如图，在正方形网格中，A，B，C，D，E，F，G，H，I，J 是网格线交点，△ABC 与△DEF 关于某点成中心对称，则其对称中心是



A．点 G　　B．点 H　　C．点 I　　D．点 J

8．下面的三个问题中都有两个变量：

①面积一定的等腰三角形，底边上的高 y 与底边长 x；

②将泳池中的水匀速放出，直至放完，泳池中的剩余水量 y 与放水时间 x；

③计划从 A 地到 B 地铺设一段铁轨，每日铺设长度 y 与铺设天数 x.

其中，变量 y 与变量 x 满足反比例函数关系的是

A．①②　　B．①③　　C．②③　　D．①②③

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．若 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是__________.

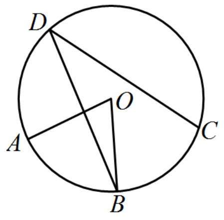
10．分解因式：$3m^2+6m+3=$__________.

11．方程 $\frac{1}{x-3}=\frac{2}{x}$ 的解为__________.

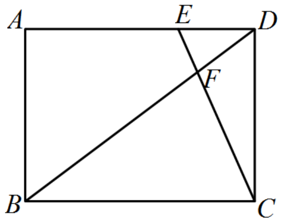
12．在平面直角坐标系 xOy 中，若反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 的图象经过点 $A(2,3)$ 和点 $B(-2,\ m)$，则 m 的值为________.

13．九年级（1）班同学分 6 个小组参加植树活动，此活动 6 个小组的植树棵数的数据如下：5，7，3，x，6，4（单位：株）．若这组数据的众数是 5，则该组数据的平均数是_____.

14．如图，A，B，C，D 是⊙O 上的四个点，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$，若∠$AOB$=68°，则∠$BDC$=____°.



第 14 题图



第 15 题图

15．如图，在矩形 $ABCD$ 中，E 是 AD 边上一点，且 $AE=2DE$, 连接 CE 交对角线 BD 于点 F. 若 $BD=10$, 则 DF 的长为______.

16．某校需要更换部分体育器材，打算用 1800 元购买足球和篮球，并且把 1800 元全部花完．已知每个足球 60 元，每个篮球 120 元，根据需要，购买的足球数要超过篮球数，并且足球数不超过篮球数的 2 倍，写出一种满足条件的购买方案____________________.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题， 每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．计算：$2\sin 60°-\sqrt{12}+\left|-\sqrt{3}\right|+\left(\pi-1\right)^0$

18．解不等式组：$\begin{cases} x+3\left(x-2\right)\geqslant 4, \\ \dfrac{x-1}{3}<x+1. \end{cases}$

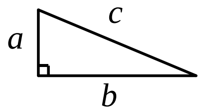
19．已知 $x^2+x-1=0$，求代数式 $(2x+1)(2x-1)-x(x-3)$ 的值.

20．下面是用面积关系证明勾股定理的两种拼接图形的方法，请选择其中一种，完成证明.

勾股定理：在直角三角形中，两直角边的平方和等于斜边的平方.

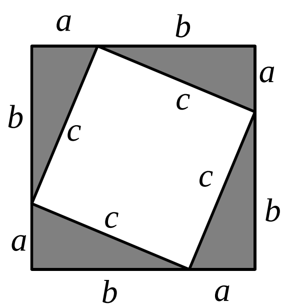
已知：如图，直角三角形的直角边长分别为 a，b，斜边长为 c.

求证：$a^2+b^2=c^2$.



方法一

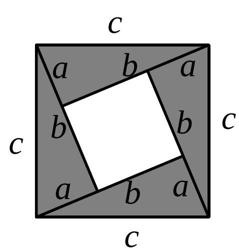
如图，大正方形的边长为（$a+b$），小正方形的边长为 c.



证明：

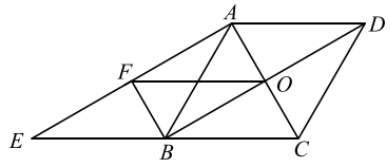
方法二

如图，大正方形的边长为 c，小正方形的边长为（$b-a$）.



证明：

21．如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC、BD 的交于点 O，延长 CB 到 E，使得 $BE=BC$．连接 AE．过点 B 作 $BF//AC$，交 AE 于点 F，连接 OF．



（1）求证：四边形 $AFBO$ 是矩形；

（2）若 $\angle ABC=60°$，$BF=1$，求 OF 的长．

22．在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象经过点（1，1），（2，3）．

（1）求该函数的解析式；

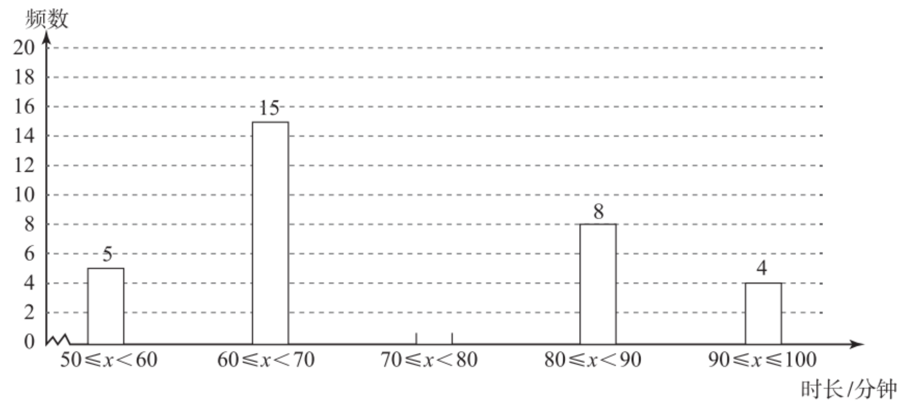
（2）当 $x>-1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=mx(m\neq 0)$ 的值大于一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的值，直接写出 m 的取值范围．

23．某校为了解九年级学生周末家务劳动时长的情况，随机抽取了 50 名学生，调查了这些学生某一周末家务劳动时长（单位：分钟）的数据，并对数据（保留整数）进行整理、描述和分析，下面给出部分信息：

a．学生家务劳动时长的数据在 $70\leqslant x<80$ 这一组的具体数据如下：

72，72，73，74，74，75，75，75，75，75，75，76，76，76，77，77，78，79

b．学生家务劳动时长的数据的频数分布直方图如下：



根据以上信息，回答下列问题：

（1）补全频数分布直方图；

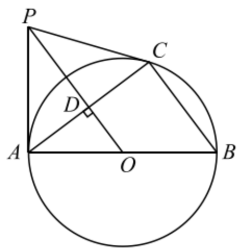
（2）学生家务劳动时长的数据的中位数为______；

（3）若该校九年级有学生 500 人，估计该校九年级学生家务劳动时长至少 90 分钟的有______人．

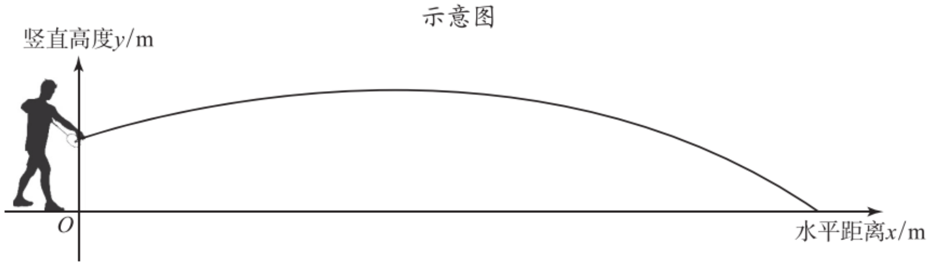
24．如图，AB 是⊙O 的直径，C 为圆上一点，连接 AC，BC，过点 O 作 $OD\perp AC$ 于点 D．过点 A 作⊙O 的的切线交 OD 的延长线于点 P，连接 CP．

（1）求证：CP 是⊙O 的切线；

（2）过点 B 作 $BE\perp PC$ 于点 E，若 $CE=4$，$\cos\angle CAB=\frac{4}{5}$，求 OD 的长．



25．羽毛球作为国际球类竞技比赛的一种，发球后羽毛球的飞行路线可以看作是抛物线的一部分．建立如图所示的平面直角坐标系，羽毛球从发出到落地的过程中竖直高度 y（单位：m）与水平距离 x（单位：m）近似满足函数关系式：$y=a(x-h)^2+k(a\neq 0)$．



某次发球时，羽毛球的水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下：

水平距离 x/m	0	2	4	6	8	…
竖直高度 y/m	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{3}{2}$	1	…

请根据上述数据，解决问题

（1）直接写出羽毛球飞行过程中竖直高度的最大值，并求出满足的函数关系 $y=a(x-h)^2+k(a\neq 0)$；

（2）已知羽毛球场的球网高度为 1.55m，当发球点 O 距离球网 5m 时羽毛球__________（填“能”或“不能”）越过球网．

26．在平面直角坐标系 xOy 中，点 $\left(-2,\ y_1\right)$，$\left(2,\ y_2\right)$，$\left(3,\ y_3\right)$ 在抛物线 $y=x^2-2tx+t^2+1$ 上．

（1）抛物线的对称轴是直线_____（用含 t 的式子表示）；

（2）当 $y_1=y_2$，求 t 的值；

（3）点 $\left(m,\ y_3\right)(m\neq 3)$ 在抛物线上，若 $y_2<y_3<y_1$，求 t 取值范围及 m 的取值范围．

27．在△ABC 中，$AC=BC$，∠C=90°，点 D 为射线 CB 上一动点（不与 B，C 重合），连接 AD，点 E 为 AB 延长线上一点，且 $DE=AD$，作点 E 关于射线 CB 的对称点 F，连接 BF，DF．

（1）如图 1，当点 D 在线段 CB 上时，

①依题意补全图形，求证：∠DAB=∠DFB；

②用等式表示线段 BD，BF，BC 之间的数量关系，并证明；

（2）如图 2，当点 D 在线段 CB 的延长线上时，请直接用等式表示线段 BD，BF，BC 之间的数量关系．

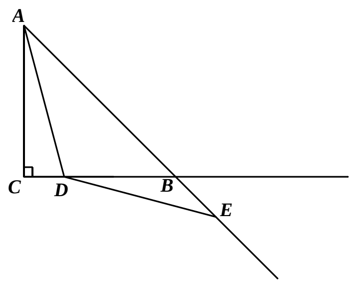


图 1

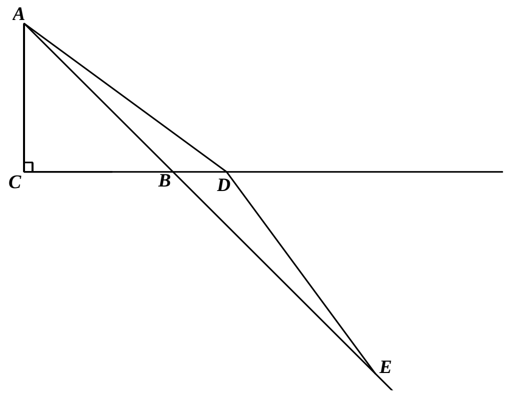


图 2

28．在平面直角坐标系 xOy 中，对于△ABC 与⊙O，给出如下定义：若△ABC 的一个顶点在⊙O 上，除这个顶点外△ABC 与⊙O 存在且仅存在一个公共点，则称△ABC 为⊙O 的“相关三角形”.

（1）如图 1，⊙O 的半径为 1，点 C（2，0），△AOC 为⊙O 的“相关三角形”.

在点 P_1（0，1），P_2，（$\frac{1}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$）P_3（1，1）这三个点中，点 A 可以与点____ 重合；

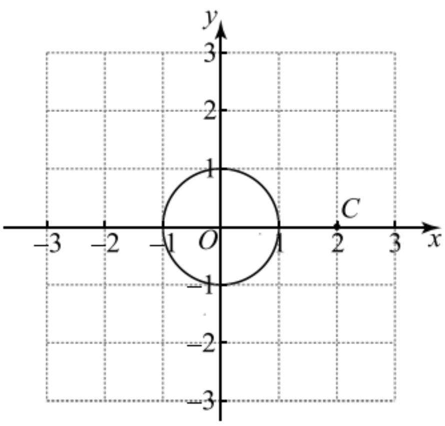


图 1

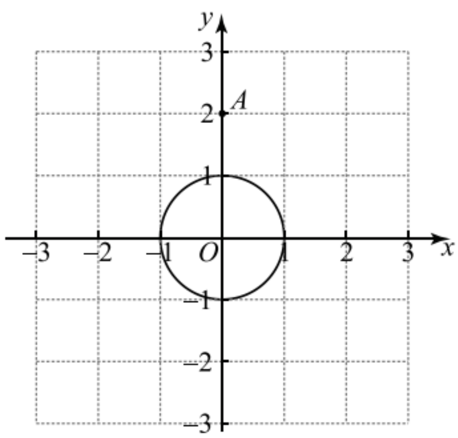
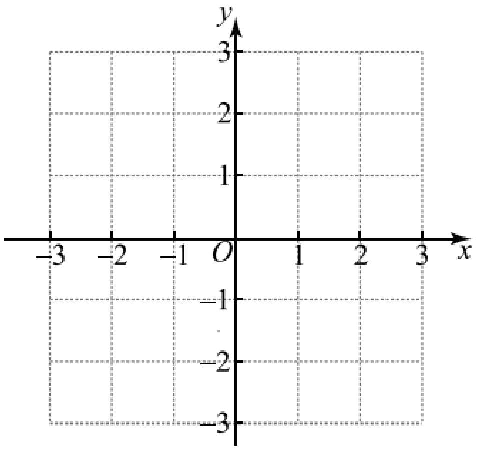


图 2

（2）如图 2，⊙O 的半径为 1，点 A（0，2），点 B 是 x 轴上的一动点，且点 B 的横坐标 x_B 的取值范围是 $-1<x_B<1$，点 C 在第一象限，若△ABC 为直角三角形，且△ABC 为⊙O 的“相关三角形”．求点 C 的横坐标 x_C 的取值范围；

（3）⊙O 的半径为 r，直线 $y=-\sqrt{3}x+\sqrt{3}$ 与⊙O 在第一象限的交点为 A，点 C（2，0）,若平面直角坐标系 xOy 中存在点 B（点 B 在 x 轴下方），使得△ABC 为等腰直角三角形，且△ABC 为⊙O 的“相关三角形”．直接写出 r 的取值范围.



备用图

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	D	D	A	B	C	B

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．$x \geqslant 1$　　10．$3(m+1)^2$

11．$x=6$　　12．-3

13．5　　14．34

15．$\dfrac{5}{2}$　　16．答案不唯一， 9 个篮球，12 个足球；8 个篮球，14 个足球

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）

17．解：原式 $=\sqrt{3}-2\sqrt{3}+\sqrt{3}+1$ ……………………………………………………4 分

$=1$．…………………………………………………………………………5 分

18．解：$\begin{cases} x+3(x-2)\geqslant 4, & ① \\ \dfrac{x-1}{3}<x+1. & ② \end{cases}$

解不等式①，得 $x\geqslant\dfrac{5}{2}$．……………………………………………………………2 分

解不等式②，得 $x>-2$．………………………………………………………………4 分

∴不等式组的解集为 $x\geqslant\dfrac{5}{2}$．……………………………………………………5 分

19．解：$(2x+1)(2x-1)-x(x-3)$

$=4x^2-1-x^2+3x$ ………………………………………………………………2 分

$=3x^2+3x-1$．……………………………………………………………………3 分

∵ $x^2+x-1=0$，

∴ $x^2+x=1$，………………………………………………………………………4 分

∴ $3x^2+3x=3$，

∴原式

$=3-1=2$．………………………………………………………………………………………

………5 分

20．选择方法一.

证明：∵$(a+b)^2=4\times\dfrac{1}{2}ab+c^2$， ……………………………………………………3 分

∴ $a^2+2ab+b^2=2ab+c^2$， ……………………………………………………………………………4 分

∴ $a^2+b^2=c^2$． ……………………………………………………………………………………5 分

选择方法二．

证明：∵ $(b-a)^2+4\times\frac{1}{2}ab=c^2$， ……………………………………………………………3 分

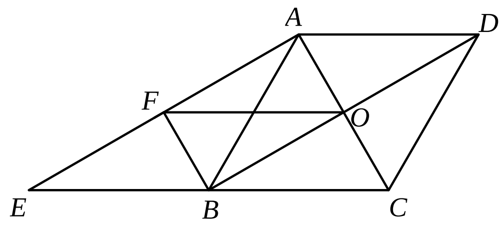
∴ $b^2-2ab+a^2+2ab=c^2$， ………………………………………………………………………4 分

∴ $a^2+b^2=c^2$． ……………………………………………………………………………………5 分

21．（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴ $AO=OC$，$AC\perp BD$，

∴ $\angle AOB=90°$．



∵ $BE=BC$，

∴ $OB\parallel AE$．

又∵ $BF\parallel AC$，

∴四边形 $AFBO$ 是平行四边形．

又∵ $\angle AOB=90°$，

∴四边形 $AFBO$ 是矩形．……………………………………………………………………………3 分

（2）解：∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴ $\angle ABO=\frac{1}{2}\angle ABC$．

∵ $\angle ABC=60°$，

∴ $\angle ABO=30°$．

∵四边形 $AFBO$ 是矩形，

∴ $OB\parallel AF$，$OF=AB$，$\angle BFA=90°$，

∴ $\angle FAB=\angle ABO$，

∴ $\angle FAB=30°$．

又∵在△ABF 中，$\angle BFA=90°$，$BF=1$，

∴ $AB=2BF=2$，

∴ $OF=2$．……………………………………………………………………………………………5 分

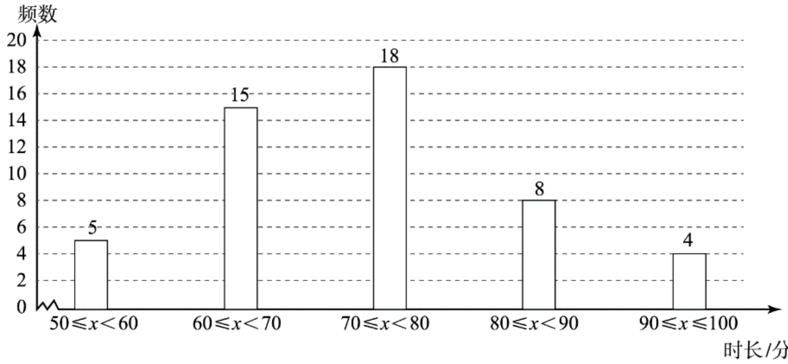
22．（1）解：依据题意，得 $\begin{cases}k+b=1,\\2k+b=3.\end{cases}$ ……………………………………………………1 分

解得 $\begin{cases}k=2,\\b=-1.\end{cases}$ ……………………………………………………………3 分

∴该函数的解析式为 $y=2x-1$．

（2）$2\leqslant m\leqslant 3$．……………………………………………………………………………………5 分

23．解：（1）如图

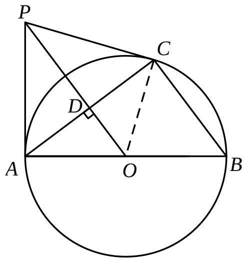


……………………………2 分

（2）74.5； ………………………………………………………………………………4 分

（3）40． …………………………………………………………………………………6 分

24．（1）证明：连接 OC.



∵AP 是⊙O 的切线，

∴$AP\perp OA$，

∴$\angle PAO=90°$.

∵$OD\perp AC$，

∴$AD=CD$，

∴$AP=CP$，

又∵$OA=OC$，$OP=OP$，

∴$\triangle AOP\cong\triangle COP$，

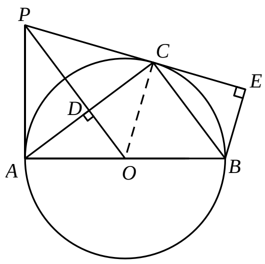
∴$\angle PAO=\angle PCO=90°$，

∴$OC\perp PC$.

又∵点 C 在⊙O 上，

∴CP 是⊙O 的切线． ……………………………………………………………3 分

（2）解：∵AB 是⊙O 的直径，



∴$\angle ACB=90°$.

∴$\angle ACO+\angle OCB=90°$.

∵CP 是⊙O 的切线，

∴$\angle OCE=90°$，

∴$\angle OCB+\angle ECB=90°$，

∴$\angle ECB=\angle OCA$.

∵$OA=OC$，

∴$\angle CAB=\angle OCA$，

∴$\angle CAB=\angle ECB$.

∵$\cos\angle CAB=\dfrac{4}{5}$，

∴$\cos\angle BCE=\dfrac{4}{5}$.

∵$BE\perp PC$，

∴$\angle CEB$=90°．

在△BCE中，∵CE=4，$\cos\angle BCE=\dfrac{CE}{CB}=\dfrac{4}{5}$，

∴CB=5．

∵OA=OB，AD=CD，

∴$OD=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{5}{2}$． ……………………………………………………………………6分

25．解：（1）最大值是$\dfrac{5}{3}$m． …………………………………………………………………1分

根据表格中的数据可知，抛物线的顶点坐标为$(4,\dfrac{5}{3})$，

∴ $h=4,k=\dfrac{5}{3}$，

∴ $y=a\left(x-4\right)^2+\dfrac{5}{3}\left(a\neq 0\right)$．

∵当$x=0$时，$y=1$，

∴ $a\left(0-4\right)^2+\dfrac{5}{3}=1$

解得$a=-\dfrac{1}{24}$，

∴函数关系为$y=-\dfrac{1}{24}\left(x-4\right)^2+\dfrac{5}{3}$． ……………………………………………4分

（2）能． ………………………………………………………………………………………6分

26．解：（1）$x=t$． ……………………………………………………………………1分

（2）∵点$\left(-2，y_1\right)$，$\left(2，y_2\right)$在抛物线上，且$y_1=y_2$，

∴ $2-t=t-(-2)$．

解得$t=0$． ……………………………………………………………………………3分

（3）∵点$\left(-2，y_1\right)$，$\left(2，y_2\right)$，$\left(3，y_3\right)$在抛物线$y=x^2-2tx+t^2+1$上，

∴ $y_1=4+4t+t^2+1$，$y_2=4-4t+t^2+1$，$y_3=9-6t+t^2+1$．

由$y_2<y_3$，得$t<\dfrac{5}{2}$．

由$y_3<y_1$，得$t>\dfrac{1}{2}$．

∴ $\dfrac{1}{2}<t<\dfrac{5}{2}$． …………………………………………………………………………5分

∵点$\left(m，y_3\right)\left(m\neq 3\right)$在抛物线上，

∴点$(m，y_3)$，$(3，y_3)$关于抛物线的对称轴$x=t$对称，且$m<t$．

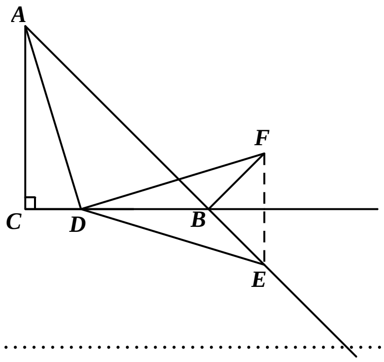
$\therefore 3-t=t-m$，

解得 $m=2t-3$．

$\therefore -2<m<2$． ……………………………………………………………………6 分

27.（1）①补全图形，如下图．……………………………………………………1 分

证明：



∵$DE=AD$，

∴$\angle DAB=\angle DEA$．

∵点 E 关于射线 CB 的对称点为 F，

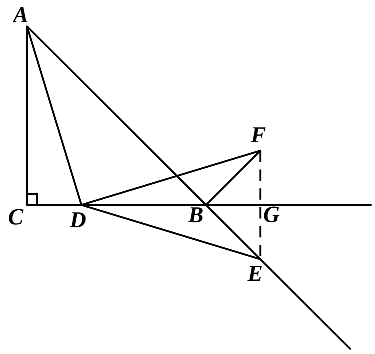
∴$\triangle DBF\cong\triangle DBE$，

∴$\angle DFB=\angle DEB$，

∴$\angle DAB=\angle DFB$． ……………………………………………………………3 分

② $BC=BD+\dfrac{\sqrt{2}}{2}FB$． ……………………………………………………4 分

证明：设 EF 与射线 CB 交于点 G．



∵点 E 关于射线 CB 的对称点为 F，

∴$\triangle DBF\cong\triangle DBE$，$EF\perp CB$，

∴$\angle BDF=\angle BDE$，$DF=DE$，$\angle DFB=\angle DEB$．

∵$AC=BC$，$\angle C=90°$，

∴$\angle BAC=\angle CBA=45°$，

∴$\angle ABC=\angle BDE+\angle DEB=45°$，

∴$\angle DFB+\angle BDF=45°$．

∵$\angle CAD+\angle DAB=45°$，

又∵$\angle DAB=\angle DFB$，

∴$\angle CAD=\angle BDF$．

∵$DE=AD$，$DF=DE$，

∴$AD=DF$．

∵$\angle C=90°$，$EF\perp CB$，

∴$\angle C=\angle FGD=90°$，

∴$\triangle ACD\cong\triangle DGF$，

∴$CD=FG$．

∵$\angle FBG=\angle DFB+\angle BDF=45°$，

∴$\triangle FBG$ 为等腰直角三角形，

∴ $FB=\sqrt{2}FG$，

∴ $FG=\dfrac{\sqrt{2}}{2}FB$，

$\therefore CD=\frac{\sqrt{2}}{2}FB$.

$\because BC=BD+CD$，

$\therefore BC=BD+\frac{\sqrt{2}}{2}FB$. ……………………………………………………………………6 分

（2）$BC=\frac{\sqrt{2}}{2}FB-BD$. ………………………………………………………………7 分

28.（1）$\underline{\quad P_2 \quad}$；………………………………………………………………………………1 分

（2）

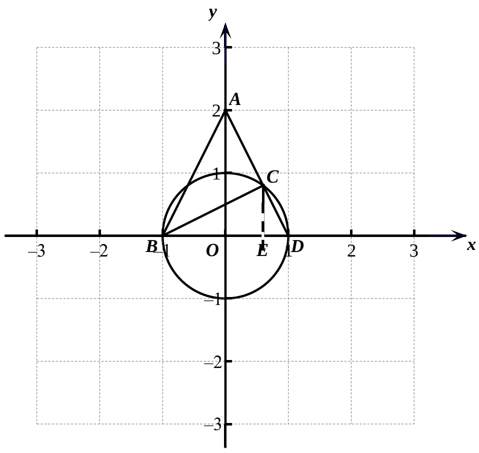


图 2-1

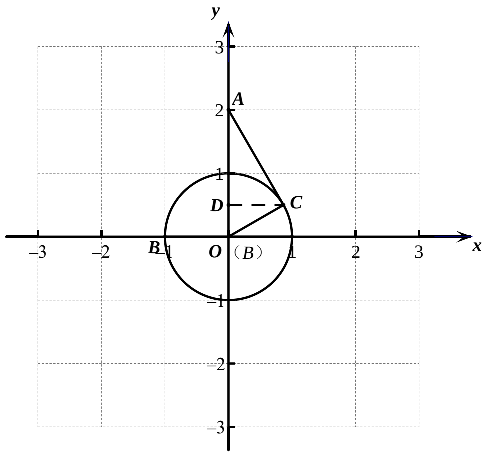


图 2-2

解：由条件可知，点 C 在⊙O 上，

如图 2-1 所示，当 B（-1，0），D（1，0）时，连接 AD，与⊙O 交于点 C，

$\therefore BD$ 为⊙O 直径，

$\therefore \angle BCD=\angle ACB=90°$.

$\because$ 在 Rt△AOD 中，$\angle AOD=90°$，

由勾股定理得 $AD=\sqrt{5}$.

$\because$ 在 Rt△BCD 中，$\cos\angle CDB=\frac{DC}{BD}$，

在 Rt△AOD 中，$\cos\angle CDB=\frac{OD}{AD}$，

$\therefore \frac{DC}{BD}=\frac{OD}{AD}$，

$\therefore \frac{DC}{2}=\frac{1}{\sqrt{5}}$，

$\therefore CD=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

过点 C 作 $CE\perp BD$.

∴在 Rt△CED 中，$\cos\angle CDB=\frac{DE}{CD}=\frac{1}{\sqrt{5}}$，

∴ $DE=\frac{2}{5}$.

∵$OD=1$，

∴ $OE=\frac{3}{5}$，

∴ $x_C=\frac{3}{5}$. ……………………………………………………………………………………3 分

如图 2-2 所示，当 B 位于原点，AC 与圆 O 相切时，过点 C 作 $CD\perp y$ 轴于点 D.

∵AC 与⊙O 相切，

∴$\angle ACO=90°$，

∴在 Rt△AOC 中，由勾股定理得 $AC=\sqrt{3}$.

∵在 Rt△DCA 中，$\sin\angle DAC=\frac{DC}{AC}$，

在 Rt△OCA 中，$\sin\angle DAC=\frac{OC}{AO}$，

∴ $\frac{DC}{AC}=\frac{OC}{AO}$，

∴ $\frac{DC}{\sqrt{3}}=\frac{1}{2}$，

∴ $DC=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

∴ $x_C=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

综上所述，$\frac{3}{5}<x_C\leqslant\frac{\sqrt{3}}{2}$. ……………………………………………………………………5 分

（3）r 的取值范围 $\frac{\sqrt{3}}{2}\leqslant r\leqslant 1$. ………………………………………………………………7 分