

# 2022 北京十三中分校初三 10 月月考

## 数 学

2022.10

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1. 下列各式中， $y$  是  $x$  的二次函数的是（ ）

- A.  $y = 3x - 1$       B.  $y = \frac{1}{x^2}$       C.  $y = 3x^2 + x - 1$       D.  $y = 2x^2 + \frac{1}{x}$

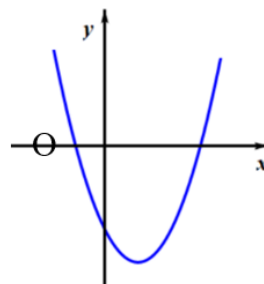
2. 受新冠肺炎疫情影响，某企业生产总值从某月份的 300 万元，连续两个月降至 260 万元，设平均降低率为  $x$ ，则可列方程（ ）

- A.  $300(1+x)^2 = 260$       B.  $300(1-x^2) = 260$   
 C.  $300(1-2x) = 260$       D.  $300(1-x)^2 = 260$

3. 将抛物线  $y = -3x^2$  平移，得到抛物线  $y = -3(x-1)^2 - 2$ ，下列平移方式中，正确的是（ ）。

- A. 先向左平移 1 个单位，再向上平移 2 个单位  
 B. 先向左平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位  
 C. 先向右平移 1 个单位，再向上平移 2 个单位  
 D. 先向右平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位

4. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的图象如图所示， $\Delta = b^2 - 4ac$ ，则下列四个选项正确的是（ ）



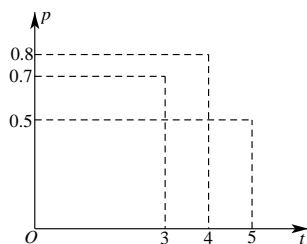
- A.  $b < 0, c < 0, \Delta > 0$       B.  $b > 0, c < 0, \Delta < 0$   
 C.  $b > 0, c < 0, \Delta > 0$       D.  $b < 0, c > 0, \Delta < 0$

5. 关于  $x$  的方程  $(k-3)x^2 - 4x + 2 = 0$  有实数根，则  $k$  的取值范围是（ ）

- A.  $k \leq 5$       B.  $k < 5$  且  $k \neq 3$       C.  $k \leq 5$  且  $k \neq 3$       D.  $k \geq 5$  且  $k \neq 3$

6. 小高发现，用微波炉加工爆米花时，时间太短，一些颗粒没有充分爆开；时间太长，就糊了。如果将爆开且不糊的粒数的百分比称为“可食用率”。在特定条件下，可食用率  $p$  与加工时间  $t$ （单位：分钟）满足的函数关系  $p = at^2 + bt + c$ （ $a, b, c$  是常数），小高记录了三次实验的数据（如下图）。根据上述函数模型和实验数据，可以得到最佳加工时间为（ ）

- A. 3.50 分钟      B. 3.75 分钟      C. 4.00 分钟      D. 4.25 分钟



7. 已知 4 是关于  $x$  的方程  $x^2 - 5mx + 12m = 0$  的一个根，且这个方程的两个根恰好是等腰三角形  $ABC$  的两条边长，则  $\triangle ABC$  的周长为（ ）

A. 14

B. 16

C.12 或 14

D.14 或 16

8. 下表中所列  $x, y$  的 6 对值是二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  图象上的点所对应的坐标, 其中  $-3 < x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < 1, n < m$ .

$x$	...	-3	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	1	...
$y$	...	$m$	0	$c$	0	$n$	$m$	...

根据表中信息, 下列 4 个结论: ①  $b - 2a = 0$ ; ②  $abc < 0$ ; ③  $3a + c > 0$ ; ④ 如果  $x_3 = \frac{1}{2}, c = -\frac{5}{4}$ , 那么当  $-3 < x < 0$  时, 直线  $y = k$  与该二次函数图象有一个公共点, 则  $-\frac{5}{4} \leq k < \frac{7}{4}$ ; 其中正确的有 ( ) 个.

A. 1

B. 2

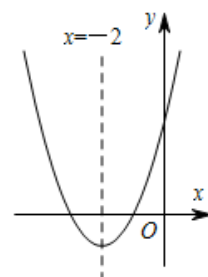
C. 3

D. 4

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 请写出一个一元二次方程, 要求满足下列两个条件: ① 有两个不等实根; ② 其中一个解为  $x = 2$ , 所写方程是\_\_\_\_\_.

10. 二次函数  $y = x^2 + bx + c$  的图象如图所示, 若点  $A(0, y_1)$  和  $B(-3, y_2)$  在此函数图象上, 则  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$  (填 “<”, “>”, 或 “=”).

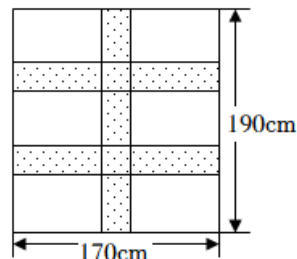


10 题图

11. 有一个人患了新冠肺炎, 经过两轮传染后共有 169 人患了新冠肺炎, 每轮传染中平均一个人传染了\_\_\_\_\_个人.

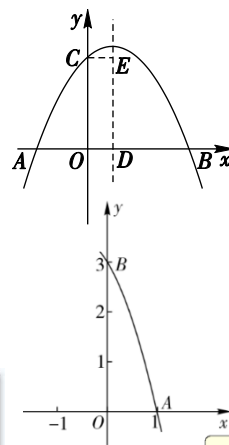
12. 若二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象经过点  $(-1, 0)$  和  $(3, 0)$ , 则方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的解为\_\_\_\_\_.

13. 特殊时期, 市疾控专家提醒广大市民, 乘坐电梯切莫大意, 务必做好个人防护措施. 如图所示, 某商场在厢式电梯地面铺设了醒目的隔离带, 提醒顾客乘坐电梯时持足够的空间距离, 减少接触. 电梯地面部分为一个长为  $190\text{cm}$ , 宽为  $170\text{cm}$  的矩形地面, 已知无隔离带区域 (空白部分) 的面积为  $29700\text{cm}^2$ , 若设隔离带的宽度均为  $x\text{cm}$ , 那么  $x$  满足的一元二次方程是\_\_\_\_\_.



14. 若  $x_1, x_2$  是方程  $x^2 - 4x - 2020 = 0$  的两个实数根, 则代数式  $x_1^2 - 2x_1 + 2x_2$  的值等于\_\_\_\_\_.

15. 如图, 抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  与  $y$  轴交于点  $C$ , 与  $x$  轴交于  $A, B$  两点, 其中点  $B$  的坐标为  $B(4, 0)$ , 抛物线的对称轴交  $x$  轴于点  $D$ ,  $CE \parallel AB$ , 并与抛物线的对称轴交于点  $E$ . 现有下列结论: ①  $a > 0$ ; ②  $b > 0$ ; ③  $4a + 2b + c < 0$ ; ④  $AD + CE = 4$ . 其中所有正确结论的序号是\_\_\_\_\_.



16 题图

16. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 开口向下的抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  的一部分图象如图所示, 它与  $x$  轴交于  $A(1, 0)$ , 与  $y$  轴交于点  $B(0, 3)$ , 可以判断  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

三、解答题

17. 用适当的方法解下列方程 (每小题 5 分, 共 10 分):

(1)  $(x - 3)^2 = 25$

(2)  $3x^2 + 2x - 2 = 0$



18. (5分)

已知  $a$  是方程  $x^2 - 2x - 4 = 0$  的一个实数根, 求代数式  $(a-2)^2 + (a+1)(a-1)$  的值.

19. (5分)

已知: 二次函数  $y = x^2 + bx + c$  的图象与  $y$  轴交于点  $A(0, -3)$ , 且经过点  $B(2, 5)$ .

(1) 求二次函数的解析式;

(2) 将 (1) 中求得的函数解析式用配方法化成  $y = (x-h)^2 + k$  的形式.

20. (6分) 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - mx + m - 1 = 0$ .

(1) 求证: 方程总有两个实数根;

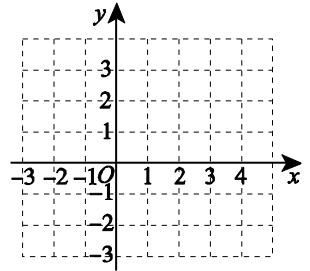
(2) 若方程有一个根为负数, 求  $m$  的取值范围.

21. (7分) 对于抛物线  $y = x^2 - 4x + 3$ .

(1) 它与  $x$  轴交点的坐标为\_\_\_\_, 与  $y$  轴交点的坐标为\_\_\_\_, 顶点坐标为\_\_\_\_\_;

(2) 在坐标系中画出此抛物线的图象;

(3) 当  $-1 < x < \frac{7}{2}$  时,  $y$  的取值范围是\_\_\_\_\_.



22. (6分) 运动员将小球沿与地面成一定角度的方向击出, 在不考虑空气阻力的条件下, 小球的飞行高度  $h$  (m) 与它的飞行时间  $t$  (s) 满足二次函数关系,  $t$  与  $h$  的几组对应值如下表所示.

$t$ (s)	0	0.5	1	1.5	2	...
$h$ (m)	0	8.75	15	18.75	20	...

(1) 求  $h$  与  $t$  之间的函数关系式 (不要求写  $t$  的取值范围);

(2) 求小球飞行 3 s 时的高度;

(3) 问: 小球的飞行高度能否达到 22 m? 请说明理由.



23. 如图, 要在墙边围一个矩形花圃. 花圃的一边靠墙 (墙的长度不限), 另三边用篱笆围成. 如果矩形花圃的面积为 50 平方米, 篱笆长 20 米, 求矩形花圃的长和宽各是多少米?



24. 小明在学习中遇到这样一个问题: 若  $1 \leq x \leq m$ , 求二次函数  $y = x^2 - 6x + 7$  的最大值. 他画图研究后发现,  $x = 1$  和  $x = 5$  时的函数值相等, 于是他认为需要对  $m$  进行分类讨论.

他的解答过程如下:

∵ 二次函数  $y = x^2 - 6x + 7$  的对称轴为直线  $x = 3$ ,

∴ 由对称性可知,  $x = 1$  和  $x = 5$  时的函数值相等.

∴ 若  $1 \leq m < 5$ , 则  $x = 1$  时,  $y$  的最大值为 2;

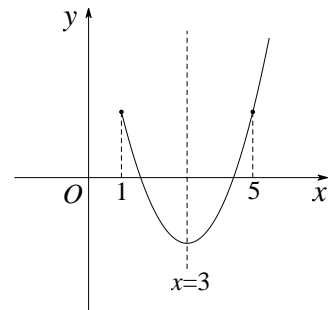
若  $m \geq 5$ , 则  $x = m$  时,  $y$  的最大值为  $m^2 - 6m + 7$ .

请你参考小明的思路, 解答下列问题:

(1) 当  $-2 \leq x \leq 4$  时, 二次函数  $y = 2x^2 + 4x + 1$  的最大值为\_\_\_\_\_;

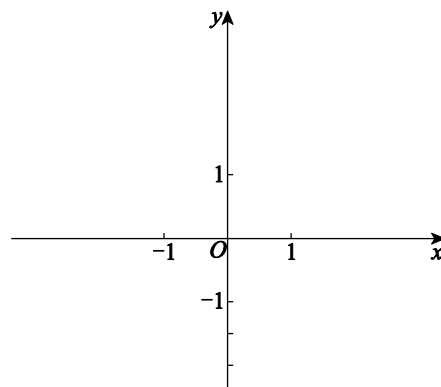
(2) 若  $p \leq x \leq 2$ , 求二次函数  $y = 2x^2 + 4x + 1$  的最大值;

(3) 若  $t \leq x \leq t+2$  时, 二次函数  $y = 2x^2 + 4x + 1$  的最大值为 31, 则  $t$  的值为\_\_\_\_\_.



25. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线  $y = -x^2 + mx + n$  与  $x$  轴交于点  $A, B$  ( $A$  在  $B$  的左侧)。

- (1) 抛物线的对称轴为直线  $x = -3$ ,  $AB = 4$ . 求抛物线的表达式;
- (2) 平移 (1) 中的抛物线, 使平移后的抛物线经过点  $O$ , 且与  $x$  正半轴交于点  $C$ , 记平移后的抛物线顶点为  $P$ , 若  $\triangle OCP$  是等腰直角三角形, 求点  $P$  的坐标;
- (3) 当  $m = 4$  时, 抛物线上有两点  $M(x_1, y_1)$  和  $N(x_2, y_2)$ , 若  $x_1 < 2, x_2 > 2, x_1 + x_2 > 4$ , 试判断  $y_1$  与  $y_2$  的大小, 并说明理由.



26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线  $y = ax^2 - 2ax - 3a$  ( $a < 0$ ) 经过点  $A(-1, 0)$ , 将点  $B(0, 4)$  向右平移 5 个单位长度, 得到点  $C$

- (1) 求点  $C$  的坐标;
- (2) 求抛物线的对称轴;
- (3) 若抛物线与线段  $BC$  恰有一个公共点, 结合函数图像, 求  $a$  的取值范围.

27. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的点  $P$  和正方形给出如下定义: 若正方形的对角线交于点  $O$ , 四条边分别和坐标轴平行, 我们称该正方形为“原点正方形”. 当“原点正方形”上存在点  $Q$ , 满足  $PQ \leq 1$  时, 称点  $P$  为原点正方形的“友好点”.

(1) 当“原点正方形”边长为 4 时,

- ① 在点  $P_1(0, 0), P_2(-1, 1), P_3(1, 3), P_4(3, 3)$  中, “原点正方形”的“友好点”是\_\_\_\_\_.
- ② 点  $P$  在直线  $y = x$  的图象上, 若点  $P$  为“原点正方形”的“友好点”, 求点  $P$  横坐标的取值范围;

(2) 一次函数  $y = -x + 2$  的图象分别与  $x$  轴,  $y$  轴交于点  $A, B$ , 若线段  $AB$  上存在“原点正方形”的“友好点”, 直接写出“原点正方形”边长  $a$  的取值范围.

