24.（2020-2021 东城九上期末）在ΔABC中，$AB=2\sqrt{3}$，$CD\perp AB$于点D，$CD=\sqrt{2}$，

（1）如图 1，当点D时线段AB的中点时，

①AC的长为________________；

②延长AC至点E，使得$CE=AC$，此时 CE 与 CB 的数量关系是________________，$\angle BCE$与$\angle A$的数量关系是____________________；

（2）如图 2，当点D不是线段AB的中点时，画$\angle BCE$（点E与点D在直线BC的异侧），使$\angle BCE=2\angle A$，$CE=CB$，连接AE.

①按要求补全图形；

②求AE的长.

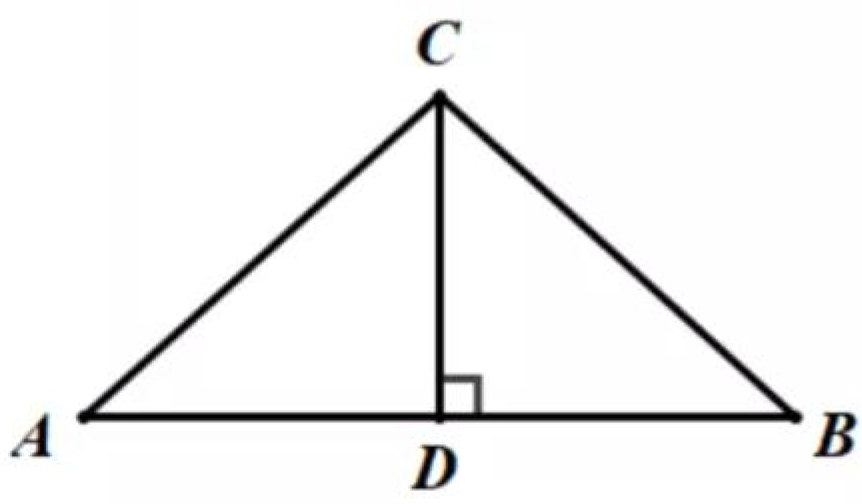


图1

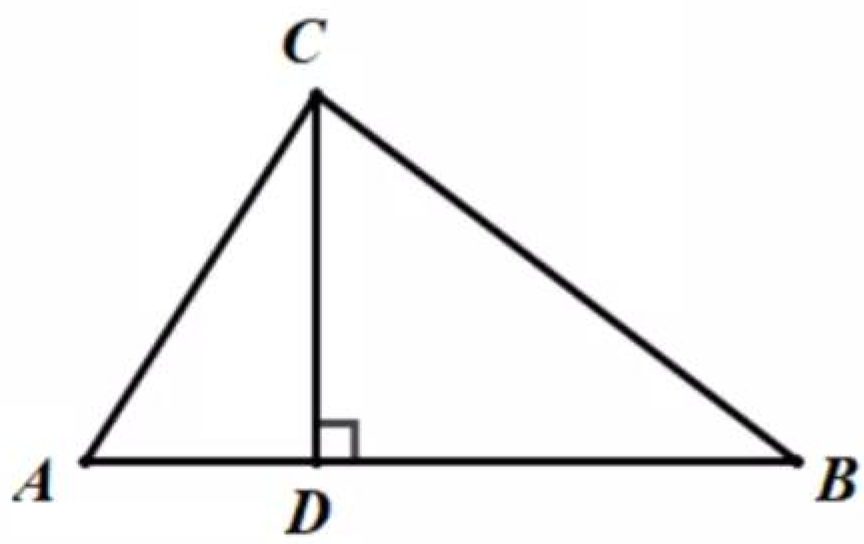
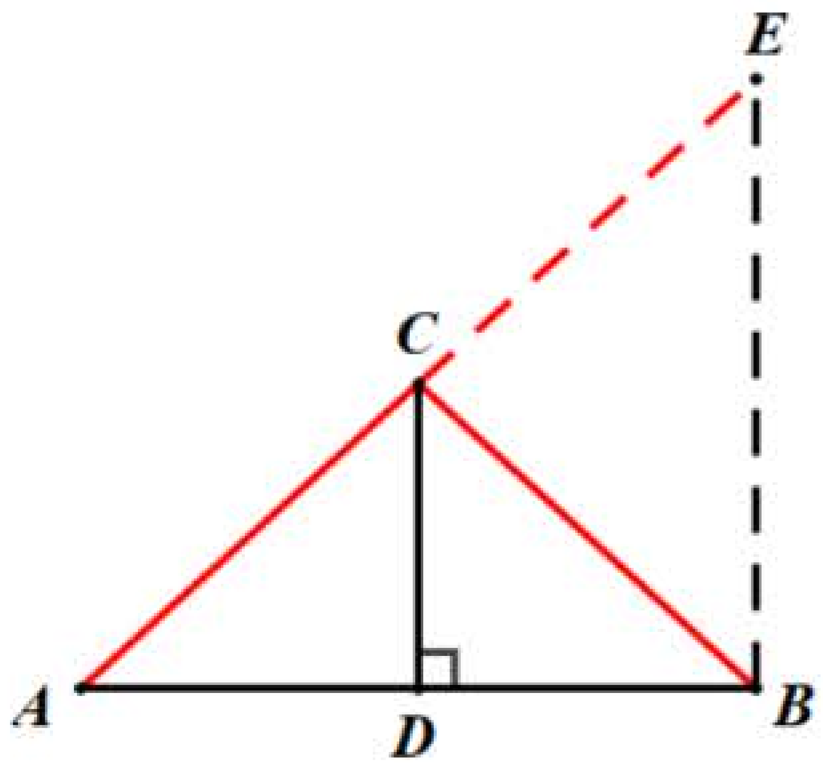


图2

（1）①$\sqrt{5}$；

②CE=CB；∠BCE=2∠A



AE=$2\sqrt{5}$

方法1：

过点C作∠ACF=2∠A,使CF=CA,连接AF,BF

①易证ΔACE≌ΔFCB

⇒BF=AE

过点C作CG⊥AF于点G

②在等腰三角形ACF中,CG⊥AF

⇒GF=AG,∠ACG=∠FCG=∠A

⇒CG//AB

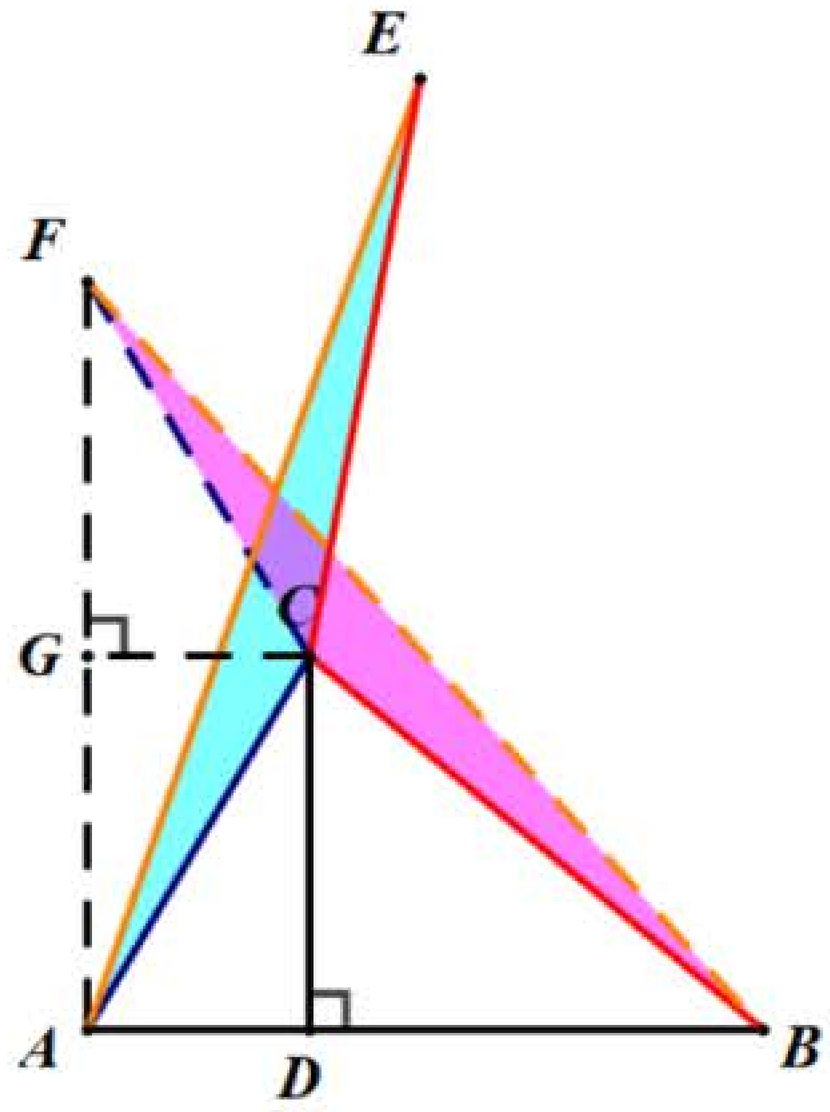
⇒四边形ADCG是矩形

⇒AF=2CD=$2\sqrt{2}$

③在RtΔABF中，由勾股定理可得：

BF=$2\sqrt{5}$

⇒AE=$2\sqrt{5}$



方法2：

作点A关于CD的对称点A',连接A'C

①易知$\angle A'CF=\angle BCE=2\angle A$

$\Rightarrow \angle A'CB=\angle FCE$

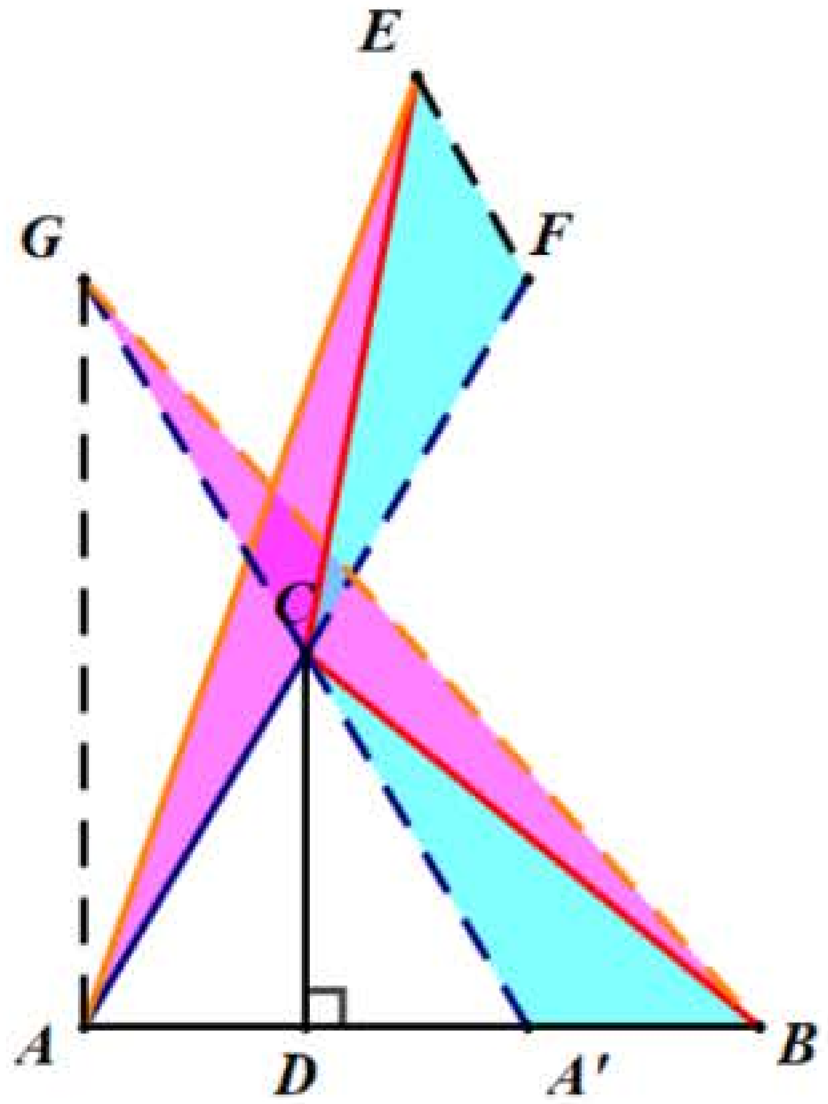
延长AC至点F，使CF=CA,连接EF

$\Rightarrow CF=CA'$

$\Rightarrow \Delta A'CB \cong \Delta FCE$

$\Rightarrow \angle BCA'=\angle ECF$

延长A'C至点G使CG=CA',连接AG,BG



②易证$\Delta GCB \cong \Delta ACE$

$\Rightarrow BG=AE$

③在RtΔABG中,CD是$\Delta A'AG$的中位线

$\Rightarrow AG=2CD=2\sqrt{2}$

$\Rightarrow BG=2\sqrt{5}$

$\Rightarrow AE=2\sqrt{5}$

方法3：

延长AC至点F使CF=AC,连接EF

作点A关于CD的对称点A',连接A'C,A'F

①易得$\angle BCE=\angle A'CF=2\angle A$

$\Rightarrow \angle A'CB=\angle FCE$

$\Rightarrow \triangle A'CB\cong\triangle FCE$

$\Rightarrow A'C=FC$

将$\triangle FCE$以AF为对称轴对称到$\triangle FCG$,连接AG,BG

②由对称可得$\triangle FCG\cong\triangle FCE$,$AE=AG$

$\Rightarrow \angle GFC=\angle BA'C, FG=FE=A'B$

③在等腰$\triangle A'CF$中,易证$\angle CA'F=\angle CFA'$

$\Rightarrow \angle GFA=\angle BA'F$

④易证$A'F//CD$且$A'F=2CD=2\sqrt{2}$

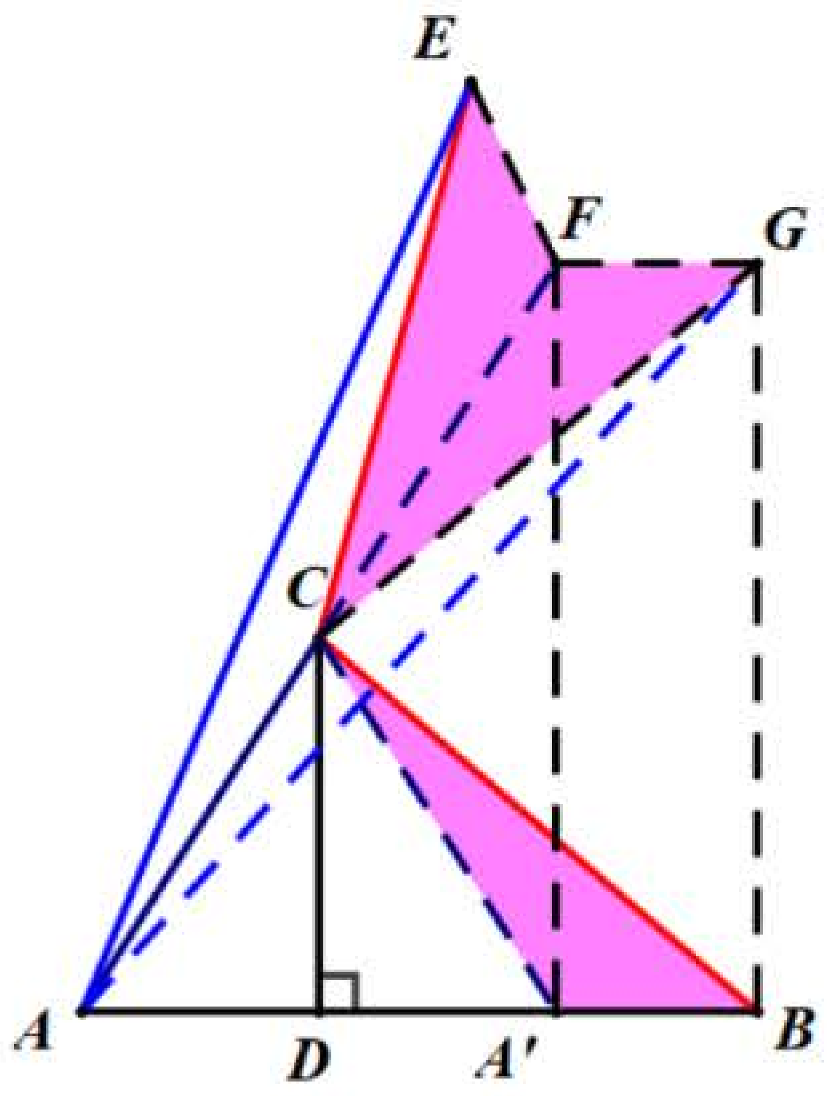
$\Rightarrow \angle GFA=\angle BA'F=90°$

$\Rightarrow A'B//FG$

$\Rightarrow$四边形A'BGF是矩形

$\Rightarrow BG=A'F=2\sqrt{2}$

⑤在$Rt\triangle ABG$中,$AE=AG=2\sqrt{5}$



此题关键在于出现等边等角构造全等，本题是一个手拉手全等；求线段长度注意构造直角三角形或者往直角三角形中进行转化

25.（2020-2021 东城九上期末）在平面直角坐标系 xOy 中，$\odot O$ 的半径为 1.

给出如下定义：记线段 AB 的中点为 M，当点 M 不在$\odot O$ 上时，平移线段 AB，使点 M 落在$\odot O$ 上，得到线段 $A'B'$（A'，B' 分别为点 A，B 的对应点）.线段 AA' 长度的最小值称为线段 AB 到$\odot O$ 的“平移距离”.

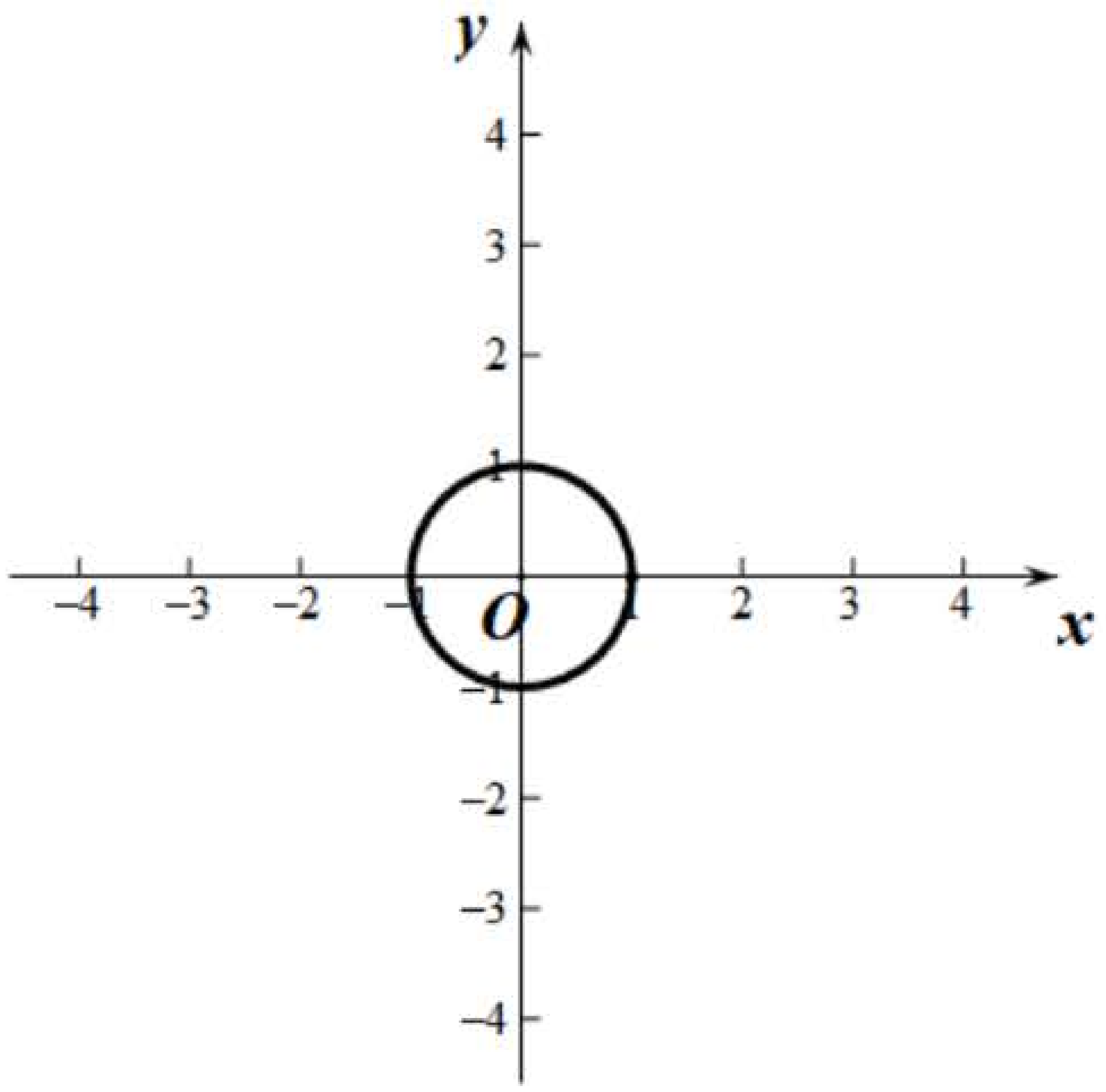
（1）已知点 A 的坐标为 $(-1,0)$，点 B 在 x 轴上.

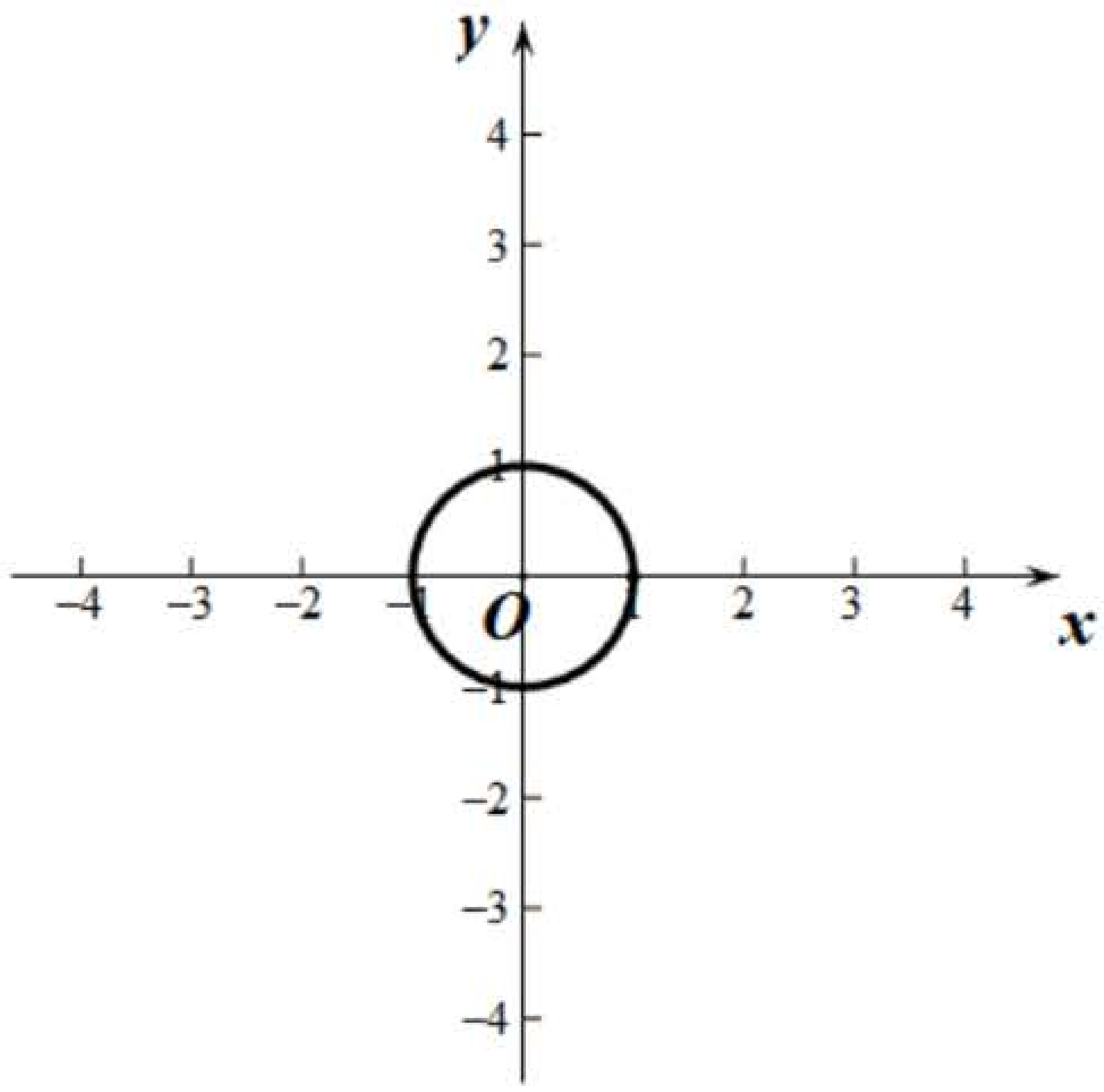
①若点 B 与原点 O 重合，则线段 AB 到$\odot O$ 的“平移距离”为________________；

②若线段 AB 到$\odot O$ 的“平移距离”为 2，则点 B 的坐标为________________；

（2）若点 A、B 都在直线 $y=\frac{4}{3}x+4$ 上，且 $AB=2$，记线段 AB 到$\odot O$ 的“平移距离”为 d_1，求 d_1 的最小值；

（3）若点 A 的坐标为 $(3,4)$，且 $AB=2$，记线段 AB 到$\odot O$ 的“平移距离”为 d_2，直接写出 d_2 的取值范围.



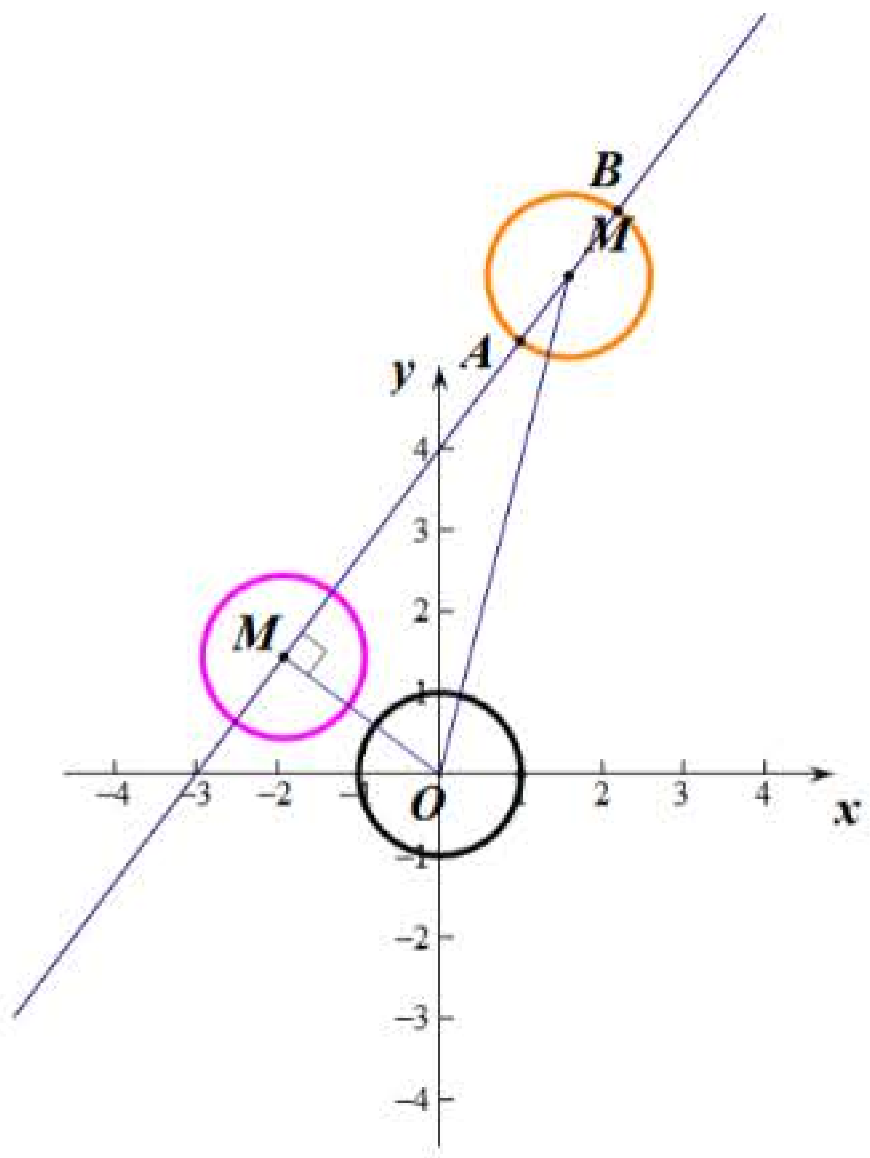


备用图

（1）①$\frac{1}{2}$；②（7，0）或（-5，0）

（2）当OM垂直于直线AB时“平移距离”最小，

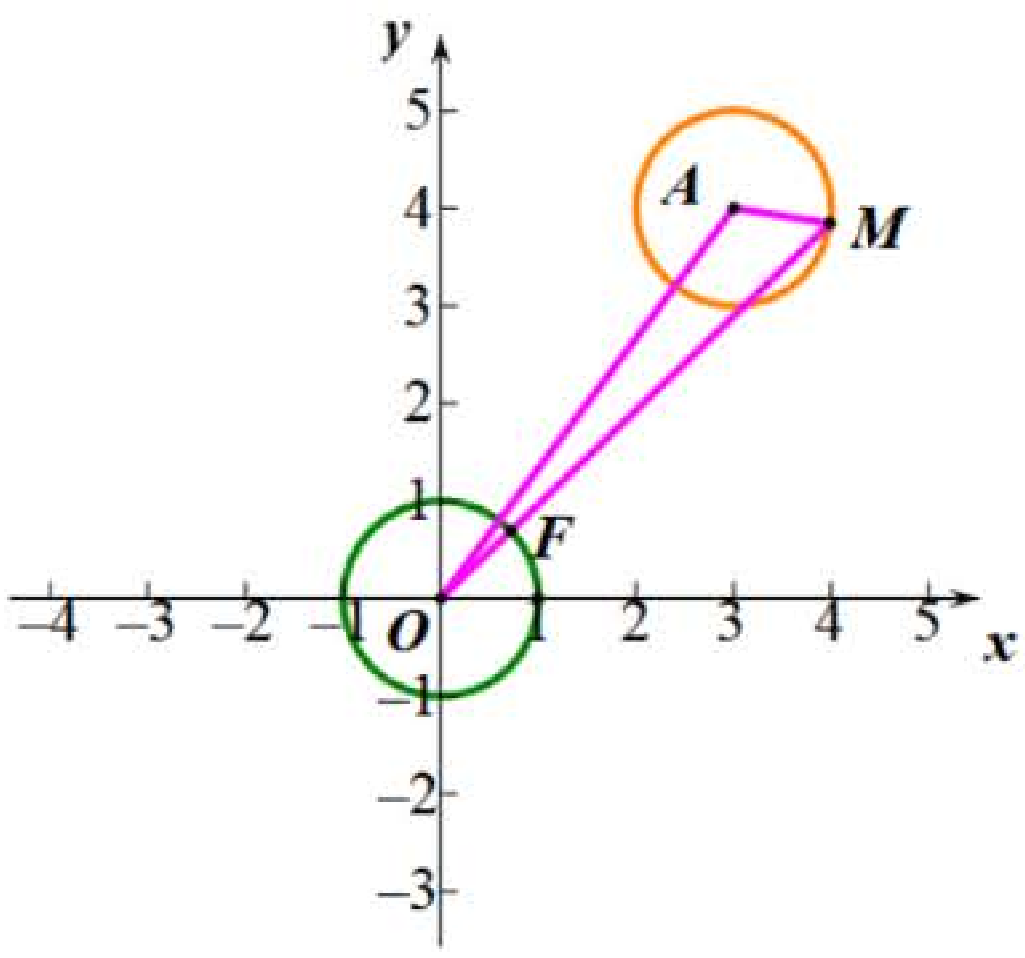
最小值$d_1=\frac{7}{5}$



（3）不管M怎么运动，OA和AM长度都保持不变，

OA-AM≤OM≤OA+AM,即4≤OM≤6,d_2=MF,

故3≤d_2≤5



关键是将AA'的最小值转化为点M到圆上的最小距离，根据三角形三边关系找到最值