2017 北京市海淀区初三（上）期末

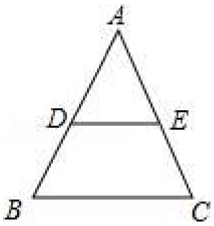
数　　学

一、选择题：本题共 30 分，每小题 3 分.

1．抛物线 $y=(x-1)^2+3$ 的顶点坐标是（　　）

A．(1，3)　B．(－1，3)　　C．(－1，－3)　D．(1，－3)

2．如图，在△ABC 中，D 为 AB 中点，DE∥BC 交 AC 于 E 点，则△ADE 与△ABC 的面积比为（　　）

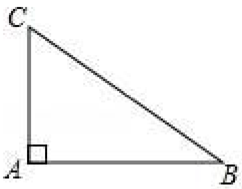


A．1：1 B．1：2 C．1：3 D．1：4

3．方程 $x^2-x=0$ 的解是（　　）

A．$x=0$　B．$x=1$　C．$x_1=0$，$x_2=1$　　D．$x_1=0$，$x_2=-1$

4．如图，在△ABC 中，∠A=90°，若 AB=8，AC=6，则 cosC 的值为（　　）

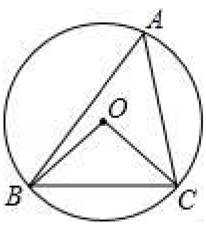


A．$\frac{3}{5}$　B．$\frac{4}{5}$　C．$\frac{3}{4}$　D．$\frac{4}{3}$

5．下列各点中，抛物线 $y=x^2-4x-4$ 经过的点是（　　）

A．(0，4)　B．(1，－7)　　C．(－1，－1)　D．(2，8)

6．如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，∠OCB=40°，则∠A 的大小为（　　）



A．40°　B．50°　C．80°　D．100°

7．一个扇形的圆心角是 120°，面积为 $3\pi\,cm^2$，那么这个扇形的半径是（　　）

A．1cm　B．3cm　C．6cm　D．9cm

8．反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图象经过点 $(-1，y_1)$，$(2，y_2)$，则下列关系正确的是（　　）

A．$y_1<y_2$　　B．$y_1>y_2$　　C．$y_1=y_2$ D．不能确定

9．抛物线 $y=(x-1)^2+t$ 与 x 轴的两个交点之间的距离为 4，则 t 的值是（　　）

A．－1　B．－2　C．－3　D．－4

10．当温度不变时，气球内气体的气压 P（单位：kPa）是气体体积 V（单位：m^3）的函数，下表记录了一组实验数据：P 与 V 的函数关系式可能是（　　）

V（单位：m^3）	1	1.5	2	2.5	3
P（单位：kPa）	96	64	48	38.4	32

A．P=96V　　B．P=－16V+112

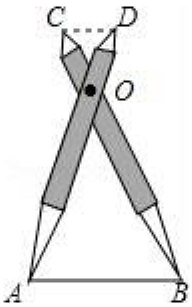
C．$P=16V^2-96V+176$　　D．$P=\frac{96}{V}$

二、填空题：本题共 18 分，每小题 3 分.

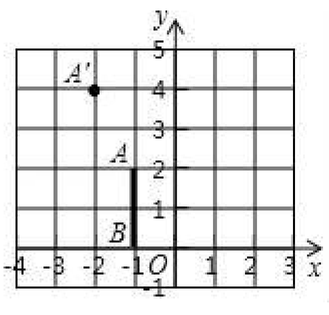
11．已知∠A 为锐角，若 $\sin A=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则∠A=____度.

12．写出一个图象在二、四象限的反比例函数____.

13．如图，比例规是一种画图工具，它由长度相等的两脚 AD 和 BC 交叉构成，利用它可以把线段按一定的比例伸长或缩短，如果把比例规的两脚合上，使螺丝钉固定在刻度 3 的地方（即同时使 OA=3OD，OB=3OC），然后张开两脚，使 A、B 两个尖端分别在线段 l 的两个端点上，若 CD=3.2cm，则 AB 的长为____cm.



14．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，以原点为位似中心，线段 AB 与线段 A′B′是位似图形，若 A（－1，2），B（－1，0），A′（－2，4），则 B′的坐标为____.



15．若关于 x 的方程 $x^2-mx+m=0$ 有两个相等实数根，则代数式 $2m^2-8m+1$ 的值为____.

16．下面是“用三角板画圆的切线”的画图过程.

如图 1，已知圆上一点 A，画过 A 点的圆的切线.

画法：（1）如图 2，将三角板的直角顶点放在圆上任一点 C（与点 A 不重合）处，使其一直角边经过点 A，另一条直角边与圆交于 B 点，连接 AB；

（2）如图 3，将三角板的直角顶点与点 A 重合，使一条直角边经过点 B，画出另一条直角边所在的直线 AD.

所以直线 AD 就是过点 A 的圆的切线.

请回答：该画图的依据是____.

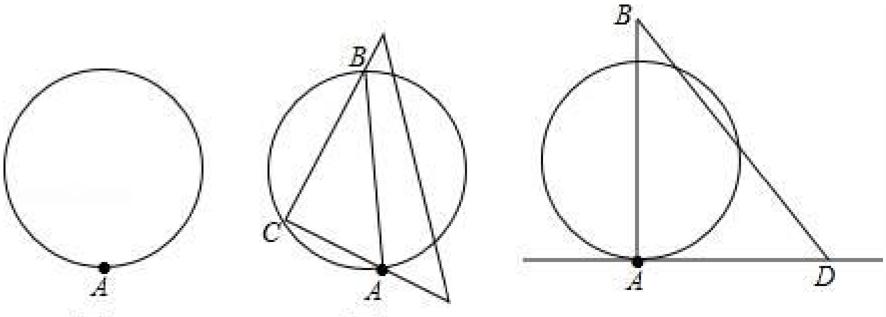
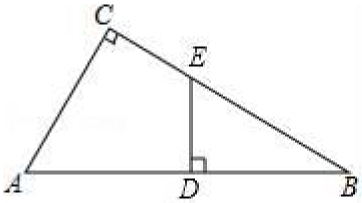


图1　图2　图3

三、解答题：本题共 72 分，第 17-26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分.

17．计算：$(\sqrt{2})^2-2\sin30°-(\pi-3)^0+|-\sqrt{3}|$.

18．如图，在△ABC 中，∠C=90°，E 是 BC 上一点，ED⊥AB，垂足为 D．求证：△ABC∽△EBD.

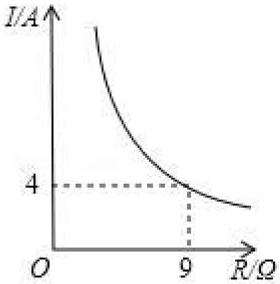


19．若二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象经过（0，1）和（1，－2）两点，求此二次函数的表达式.

20．已知蓄电池的电压 U 为定值，使用蓄电池时，电流 I（单位：A）与电阻 R（单位：Ω）是反比例函数关系，它的图象如图所示.

（1）求这个反比例函数的表达式；

（2）如果以此蓄电池为电源的用电器的限制电流不能超过 10A，那么用电器的可变电阻 R 应控制在什么范围？请根据图象，直接写出结果____.

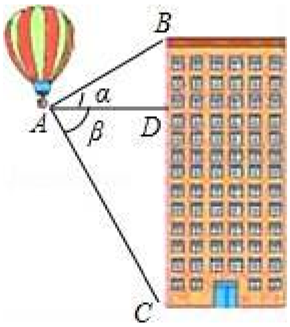


21．已知矩形的一边长为 x，且相邻两边长的和为 10．

（1）求矩形面积 S 与边长 x 的函数关系式，并写出自变量的取值范围；

（2）求矩形面积 S 的最大值．

22．如图，热气球探测器显示，从热气球 A 处看一栋楼顶部 B 处的仰角为 30°，看这栋楼底部 C 处的俯角为 60°，热气球与楼的水平距离 AD 为 100 米，试求这栋楼的高度 BC．



23．在矩形 ABCD 中，AB=3，BC=6，P 为 BC 边上一点，△APD 为等腰三角形．

（1）小明画出了一个满足条件的△APD，其中 PA=PD，如图 1 所示，则 tan∠BAP 的值为____；

（2）请你在图 2 中再画出一个满足条件的△APD（与小明的不同），并求此时 tan∠BAP 的值．

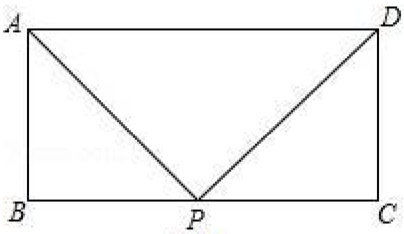


图1

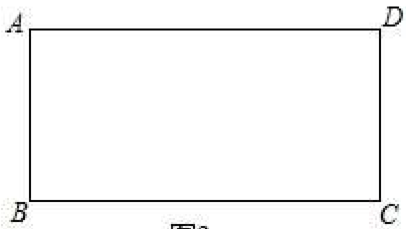
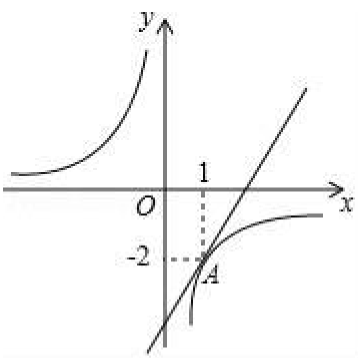


图2

24．如图，直线 $y=ax-4$（$a\neq0$）与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 只有一个公共点 A（1，－2）．

（1）求 k 与 a 的值；

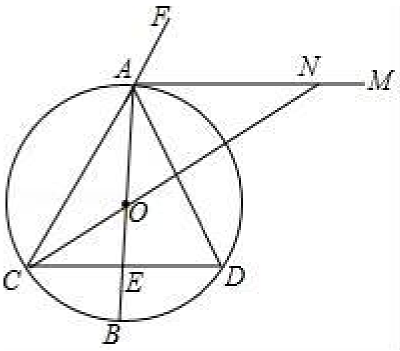
（2）若直线 $y=ax+b$（$a\neq0$）与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 有两个公共点，请直接写出 b 的取值范围．



25．如图，AB 是⊙O 的直径，弦 CD⊥AB 于点 E，AM 是△ACD 的外角∠DAF 的平分线．

（1）求证：AM 是⊙O 的切线；

（2）若∠D=60°，AD=2，射线 CO 与 AM 交于 N 点，请写出求 ON 长的思路．



26．有这样一个问题：探究函数 $y=\frac{1}{2}(x-1)(x-2)(x-3)+x$ 的性质．

（1）先从简单情况开始探究：

①当函数 $y=\frac{1}{2}(x-1)+x$ 时，y 随 x 增大而____（填“增大”或“减小”）；

②当函数 $y=\frac{1}{2}(x-1)(x-2)+x$ 时，它的图象与直线 y=x 的交点坐标为____；

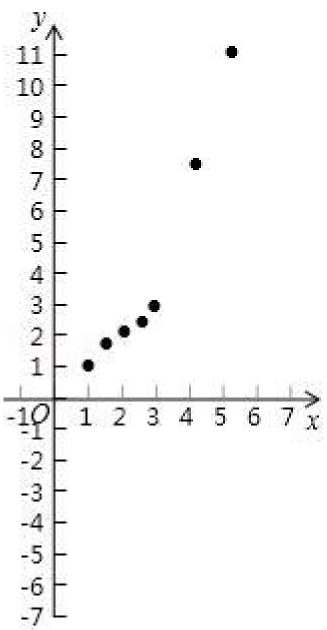
（2）当函数 $y=\frac{1}{2}(x-1)(x-2)(x-3)+x$ 时，

下表为其 y 与 x 的几组对应值．

x	…	$-\frac{1}{2}$	0	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	4	$\frac{9}{2}$	…
y	…	$-\frac{113}{16}$	-3	1	$\frac{27}{16}$	2	$\frac{37}{16}$	3	7	$\frac{177}{16}$	…

①如图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了上表中各对对应值为坐标的点，请根据描出的点，画出该函数的图象；

②根据画出的函数图象，写出该函数的一条性质：____．



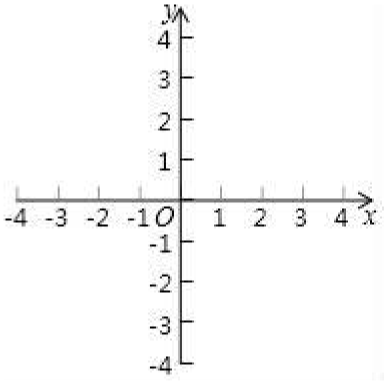
27．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=mx^2-4mx+4m+3$ 的顶点为 A．

（1）求点 A 的坐标；

（2）将线段 OA 沿 x 轴向右平移 2 个单位长度得到线段 O′A′．

①直接写出点 O′和 A′的坐标；

②若抛物线 $y=mx^2-4mx+4m+3$ 与四边形 AOO′A′有且只有两个公共点，结合函数的图象，求 m 的取值范围．



28．在△ABC 中，AB=AC，∠BAC=α，点 P 是△ABC 内一点，且 $\angle PAC+\angle PCA=\frac{\alpha}{2}$，连接 PB，试探究 PA、PB、PC 满足的等量关系．

（1）当 α=60° 时，将△ABP 绕点 A 逆时针旋转 60° 得到△ACP′，连接 PP′，如图 1 所示．由△ABP≌△ACP′可以证得△APP′是等边三角形，再由∠PAC+∠PCA=30° 可得∠APC 的大小为____度，进而得到△CPP′是直角三角形，这样可以得到 PA、PB、PC 满足的等量关系为____；

（2）如图 2，当 α=120° 时，参考（1）中的方法，探究 PA、PB、PC 满足的等量关系，并给出证明；

（3）PA、PB、PC 满足的等量关系为____．

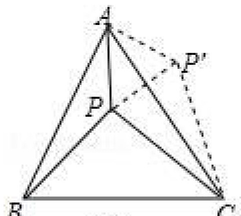


图1

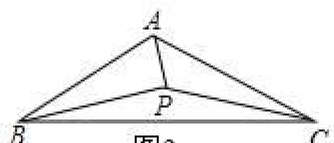


图2

29．定义：点 P 为△ABC 内部或边上的点，若满足△PAB、△PBC、△PAC 至少有一个三角形与△ABC 相似（点 P 不与△ABC 顶点重合），则称点 P 为△ABC 的自相似点.

例如：如图 1，点 P 在△ABC 的内部，∠PBC=∠A，∠PCB=∠ABC，则△BCP∽△ABC，故点 P 为△ABC 的自相似点.

在平面直角坐标系 xOy 中，

（1）点 A 坐标为（2，$2\sqrt{3}$），AB⊥x 轴于 B 点，在 E（2，1），F（$\frac{3}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$），G（$\frac{1}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$）这三个点中，其中是△AOB 自相似点的是____（填字母）；

（2）若点 M 是曲线 C：$y=\frac{k}{x}$（k＞0，x＞0）上的一个动点，N 为 x 轴正半轴上一个动点；

①如图 2，$k=3\sqrt{3}$，M 点横坐标为 3，且 NM=NO，若点 P 是△MON 的自相似点，求点 P 的坐标；

②若 k=1，点 N 为（2，0），且△MON 的自相似点有 2 个，则曲线 C 上满足这样条件的点 M 共有____个，请在图 3 中画出这些点（保留必要的画图痕迹）.

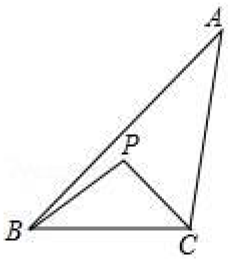


图1

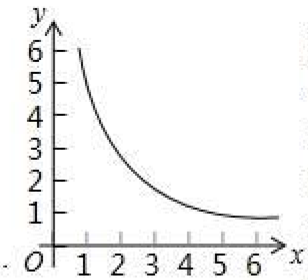


图2

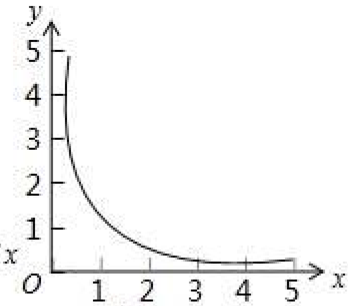


图3

数学试题答案

一、选择题：本题共 30 分，每小题 3 分.

1.【考点】二次函数的性质.

【分析】由抛物线解析式可求得其标点坐标.

【解答】解：

∵$y=(x-1)^2+3$，

∴顶点坐标为（1，3），

故选 A.

2.【考点】相似三角形的判定与性质.

【分析】由 DE∥BC，易得△ADE∽△ABC，又由 D 是边 AB 的中点，可得 AD：AB=1：2，然后根据相似三角形的面积比等于相似比的平方，即可求得△ADE 的面积与△ABC 的面积之比.

【解答】解：∵DE∥BC，

∴△ADE∽△ABC，

∵D 是边 AB 的中点，

∴AD：AB=1：2，

∴$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\frac{AD}{AB}\right)^2=\frac{1}{4}$.

故选 D.

3.【考点】解一元二次方程－因式分解法.

【分析】先分解因式，即可得出两个一元一次方程，求出方程的解即可.

【解答】解：$x^2-x=0$，

$x(x-1)=0$，

$x=0$，$x-1=0$，

$x_1=0$，$x_2=1$，

故选 C.

4.【考点】锐角三角函数的定义.

【分析】根据勾股定理求出 BC，根据余弦的定义计算即可.

【解答】解：∵∠A=90°，AB=8，AC=6，

∴$BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=10$，

∴$\cos C=\frac{AC}{BC}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$，

故选：A．

5．【考点】二次函数图象上点的坐标特征．

【分析】分别计算出自变量为 0、1、－1、和 2 所对应的函数值，然后根据二次函数图象上点的坐标特征进行判断．

【解答】解：当 $x=0$ 时，$y=x^2-4x-4=-4$；当 $x=1$ 时，$y=x^2-4x-4=-7$；当 $x=-1$ 时，$y=x^2-4x-4=1$；当 $x=2$ 时，$y=x^2-4x-4=-8$，

所以点（1，－7）在抛物线 $y=x^2-4x-4$ 上．

故选 B．

6．【考点】圆周角定理．

【分析】根据圆周角定理即可求出答案

【解答】解：∵OB=OC

∴∠BOC=180°－2∠OCB=100°，

∴由圆周角定理可知：$\angle A=\frac{1}{2}\angle BOC=50°$

故选（B）

7．【考点】扇形面积的计算．

【分析】根据扇形的面积公式：$S=\frac{n\pi R^2}{360}$代入计算即可解决问题．

【解答】解：设扇形的半径为 R，

由题意：$3\pi=\frac{120\pi\cdot R^2}{360}$，解得 $R=\pm3$，

∵R＞0，

∴R=3cm，

∴这个扇形的半径为 3cm．

故选 B．

8．【考点】反比例函数图象上点的坐标特征．

【分析】根据点的横坐标结合反比例函数图象上点的坐标特征即可求出 y_1、y_2的值，比较后即可得出结论．

【解答】解：∵反比例函数 $y=\frac{3}{x}$的图象经过点（－1，y_1），（2，y_2），

∴$y_1=-3$，$y_2=\frac{3}{2}$，

$\because -3<\frac{3}{2}$，

$\therefore y_1<y_2$.

故选 A.

9.【考点】抛物线与 x 轴的交点.

【分析】利用求根公式易得方程的两根，让两根之差的绝对值为 4 列式求值即可.

【解答】解：设抛物线 $y=(x-1)^2+t$ 与 x 轴的两个交点为（x_1，0），（x_2，0），

则 $x_1=1-\sqrt{-t}$，$x_2=1+\sqrt{-t}$，

$\therefore |x_1-x_2|=4$，

$\therefore (1+\sqrt{-t})-(1-\sqrt{-t})=4$，

$\therefore t=-4$.

故选 D.

10.【考点】反比例函数的应用.

【分析】观察表格发现 vp=96，从而确定两个变量之间的关系即可.

【解答】解：观察发现：vp=1×96=1.5×64=2×48=2.5×38.4=3×32=96，

故 P 与 V 的函数关系式为 $p=\frac{96}{v}$，

故选 D.

二、填空题：本题共 18 分，每小题 3 分.

11.【考点】特殊角的三角函数值.

【分析】根据特殊角的三角函数值解答.

【解答】解：$\because \angle A$ 为锐角，$\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore \angle A=45°$.

12.【考点】反比例函数的性质.

【分析】设反比例函数的解析式为 $y=\frac{k}{x}$，由于图象在二、四象限故 $k<0$，任取一个小于 0 的数即可得出符合条件的反比例函数解析式.

【解答】解：设反比例函数的解析式为 $y=\frac{k}{x}$，

$\because$图象在二、四象限，

$\therefore k<0$，

∴k 可以为－1，

∴答案为：$y=-\frac{1}{x}$.

13.【考点】相似三角形的应用.

【分析】首先根据题意利用两组对边的比相等且夹角相等的三角形是相似三角形判定相似，然后利用相似三角形的性质求解.

【解答】解：∵OA=3OD，OB=3CO，

∴OA：OD=BO：CO=3：1，∠AOB=∠DOC，

∴△AOB∽△DOC，

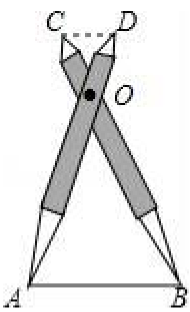
∴$\frac{AO}{OD}=\frac{AB}{CD}=\frac{3}{1}$，

∴AB=3CD，

∵CD=3.2cm，

∴AB=9.6cm，

故答案为 9.6.



14.【考点】位似变换；坐标与图形性质.

【分析】利用点 A 和点 A′ 的坐标关系得到相似比为 2，然后把 B 点的横纵坐标乘以 2 即可得到点 B′ 的坐标.

【解答】解：∵A（－1，2）的对应点 A′ 的坐标为（－2，4），

∴B 点（－1，0）的对应点 B′ 的坐标为（－2，0）.

故答案为（－2，0）.

15.【考点】根的判别式.

【分析】根据方程的系数结合根的判别式即可得出$\triangle=m^2-4m=0$，将其代入 $2m^2-8m+1$ 中即可得出结论.

【解答】解：∵关于 x 的方程 $x^2-mx+m=0$ 有两个相等实数根，

∴$\triangle=(-m)^2-4m=m^2-4m=0$，

∴$2m^2-8m+1=2(m^2-4m)+1=1$.

故答案为：1．

16．【考点】作图—复杂作图；切线的判定与性质．

【分析】画法（1）的依据为圆周角定理，画法（2）的依据为切线的判定定理．

【解答】解：利用 90° 的圆周角所对的弦是直径可得到 AB 为直径，根据经过半径外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线可判断直线 AD 就是过点 A 的圆的切线．

故答案为 90° 的圆周角所对的弦是直径，经过半径外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线．

三、解答题：本题共 72 分，第 17-26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分．

17．【考点】实数的运算；零指数幂；特殊角的三角函数值．

【分析】原式利用平方根定义，特殊角的三角函数值，零指数幂法则，以及绝对值的代数意义化简即可得到结果．

【解答】解：原式$=2-2\times\frac{1}{2}-1+\sqrt{3}=2-1-1+\sqrt{3}=\sqrt{3}$．

18．【考点】相似三角形的判定．

【分析】先根据垂直的定义得出∠EDB=90°，故可得出∠EDB=∠C．再由∠B=∠B 即可得出结论．

【解答】证明：∵ED⊥AB，

∴∠EDB=90°．

∵∠C=90°，

∴∠EDB=∠C．

∵∠B=∠B，

∴△ABC∽△EBD．

19．【考点】待定系数法求二次函数解析式．

【分析】由二次函数经过（0，1）和（1，﹣2）两点，将两点代入解析式 $y=x^2+bx+c$ 中，即可求得二次函数的表达式．

【解答】19．解：∵二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象经过（0，1）和（1，﹣2）两点，

∴$\begin{cases}1=c\\-2=1+b+c\end{cases}$

解得$\begin{cases}b=-4\\c=1\end{cases}$

∴二次函数的表达式为 $y=x^2-4x+1$．

20．【考点】反比例函数的应用．

【分析】（1）先由电流 I 是电阻 R 的反比例函数，可设 $I=\frac{U}{R}$，将点（9，4），利用待定系数法即可求出这个反比例函数的解析式；

（2）将 I≤10 代入（1）中所求的函数解析式即可确定电阻的取值范围．

【解答】20．（1）解：设反比例函数的表达式为 $I=\frac{U}{R}$，

由图象可知函数 $I=\frac{U}{R}$的图象经过点（9，4），

∴U=4×9=36．

∴反比例函数的表达式为 $I=\frac{36}{R}$（R>0）．

（2）∵I≤10，$I=\frac{36}{R}$，

∴$I=\frac{36}{R}\leqslant 10$，

∴R≥3.6，

即用电器可变电阻应控制在 3.6 欧以上的范围内．

21．【考点】二次函数的应用．

【分析】（1）根据矩形的面积公式即可得；

（2）配方成顶点式即可得出答案．

【解答】解：（1）∵矩形的一边长为 x，

则另一边长为（10﹣x），

则 S=x（10﹣x）=﹣x^2+10x，（0<x<10）；

（2）∵S=﹣x^2+10x=﹣（x﹣5）^{2}+25，

∴当 x=5 时，S 最大值为 25．

22．【考点】解直角三角形的应用﹣仰角俯角问题．

【分析】在直角三角形 ADB 中和直角三角形 ACD 中，根据锐角三角函数中的正切可以分别求得 BD 和 CD 的长，从而可以求得 BC 的长，本题得以解决．

【解答】解：由题意可得，

α=30°，β=60°，AD=100 米，∠ADC=∠ADB=90°，

∴在 Rt△ADB 中，α=30°，AD=100 米，

∴$\tan\alpha=\frac{BD}{AD}=\frac{BD}{100}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴BD=$\frac{100\sqrt{3}}{3}$米，

在 Rt△ADC 中，β=60°，AD=100 米，

∴tanβ=$\frac{CD}{AD}$=$\frac{CD}{100}$=$\sqrt{3}$，

∴CD=100$\sqrt{3}$米，

∴BC=BD+CD=$\frac{100\sqrt{3}}{3}$+100$\sqrt{3}$=$\frac{400\sqrt{3}}{3}$米，

即这栋楼的高度 BC 是$\frac{400\sqrt{3}}{3}$米.

23.【考点】矩形的性质；等腰三角形的性质；解直角三角形.

【分析】（1）由勾股定理求出 BP=CP=3，由三角函数定义即可得出结果；

（2）分两种情况：①AP=AD=6；PD=AD=6 时；由三角函数定义即可得出结果.

【解答】解：（1）∵四边形 ABCD 是矩形，

∴AB=DC，∠B=∠C=90°，

∵PA=PD，

∴由勾股定理得：BP=CP=$\frac{1}{2}$BC=3，

∴tan∠BAP=$\frac{BP}{AB}$=$\frac{3}{3}$=1；

故答案为：1；

（2）分两种情况：

①AP=AD=6 时，BP=$\sqrt{AP^2-AB^2}$=$\sqrt{6^2-3^2}$=3$\sqrt{3}$，

∴tan∠BAP=$\frac{BP}{AB}$=$\frac{3\sqrt{3}}{3}$=$\sqrt{3}$；

②PD=AD=6 时，CP=$\sqrt{PD^2-CD^2}$=3$\sqrt{3}$，

∴BP=BC－CP=6－3$\sqrt{3}$，

∴tan∠BAP=$\frac{BP}{AB}$=$\frac{6-3\sqrt{3}}{3}$=2－$\sqrt{3}$

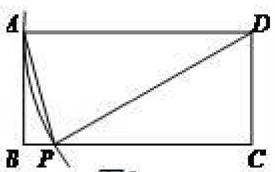


图2

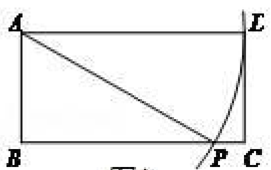


图1

24.【考点】反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】（1）把点 A 坐标分别代入直线 $y=ax-4$（$a\neq0$）与双曲线 $y=\frac{k}{x}$求出 k 和 a 的值即可；

（2）根据根的判别式即可得出结果.

【解答】解：（1）∵直线 $y=ax-4$（$a\neq0$）与双曲线 $y=\frac{k}{x}$只有一个公共点 A（1，-2）.

$\therefore\begin{cases}-2=a-4\\-2=\frac{k}{1}\end{cases}$，解得：$a=2$，$k=-2$；

（2）若直线 $y=ax+b$（$a\neq0$）与双曲线 $y=\frac{k}{x}$有两个公共点，

则方程组$\begin{cases}y=2x-2\\y=-\frac{2}{x}\end{cases}$有两个不同的解，

$\therefore 2x+b=-\frac{2}{x}$有两个不相等的解，

整理得：$2x^2+bx+2=0$，

$\therefore\triangle=b^2-16>0$，

解得：$b<-4$，或 $b>4$.

25.【考点】切线的判定；垂径定理；圆周角定理.

【分析】（1）根据垂径定理得到 AB 垂直平分 CD，根据线段垂直平分线的性质得到 AC=AD，得到$\angle BAD=\frac{1}{2}\angle CAD$，由 AM 是△ACD 的外角∠DAF 的平分线，得到$\angle DAM=\frac{1}{2}\angle FAD$，于是得到结论；

（2）设 AB 与 CD 交于 G，推出△ACD 是等边三角形，得到 CD=AD=2，根据直角三角形的性质即可得到结论.

【解答】解：（1）∵AB 是⊙O 的直径，弦 CD⊥AB 于点 E，

∴AB 垂直平分 CD，

∴AC=AD，

$\therefore\angle BAD=\frac{1}{2}\angle CAD$，

∵AM 是△ACD 的外角∠DAF 的平分线，

$\therefore\angle DAM=\frac{1}{2}\angle FAD$，

$\therefore\angle BAM=\frac{1}{2}(\angle CAD+\angle FAD)=90^\circ$，

∴AB⊥AM，

∴AM 是⊙O 的切线；

（2）思路：①由 AB⊥CD，AB 是⊙O 的直径，可得 BC=BD，AC=AD，

$\angle 1=\angle 3=\frac{1}{2}\angle CAD$，AC=AD；

②由∠D=60°°，AQD=2，可得△ACD 为边长为 2 的等边三角形，∠1=∠3=30°；

③由 OA=OC，可得∠3=∠4=30°；

④由∠CAN=∠3+∠OAN=120°，可得∠5=∠4=30°，AN=AC=2；

⑤由△OAN 为含有 30° 的直角三角形，可求 ON 的长.

附解答：∵AC=AD，∠D=60°，

∴△ACD 是等边三角形，

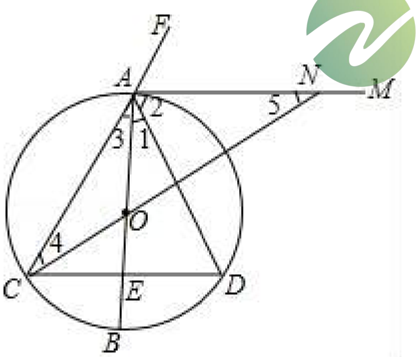
∴CD=AD=2，

∴CG=DG=1，

∴$OC=OA=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

∵∠3=∠4=30°，

∴$ON=2OA=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.



26.【考点】二次函数的性质；二次函数的图象.

【分析】（1）①根据一次函数的性质得出即可；

②求出组成的方程组的解，即可得出答案；

（2）①把各个点连接即可；②根据图象写出一个符合的信息即可.

【解答】解：（1）①∵$y=\frac{1}{2}(x-1)+x=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$，

$k=\frac{3}{2}>0$，

∴y 随 x 增大而增大，

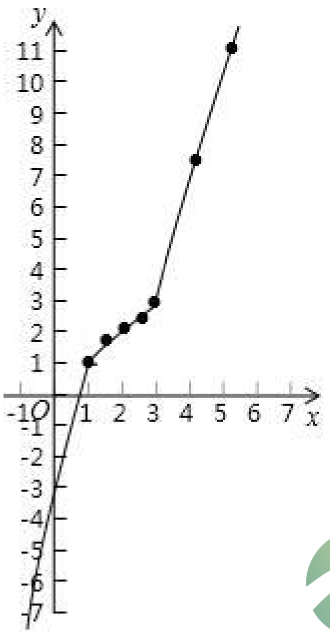
故答案为：增大；

②解方程组$\begin{cases} y=\frac{1}{2}(x-1)(x-2)+x \\ y=x \end{cases}$得：$\begin{cases} x_1=1 \\ y_1=1 \end{cases}$，$\begin{cases} x_2=2 \\ y_2=2 \end{cases}$，

所以两函数的交点坐标为（1，1），（2，2），

故答案为：（1，1），（2，2）；

（2）①



②该函数的性质：

①y 随 x 的增大而增大；

②函数的图象经过第一、三、四象限；

③函数的图象与 x 轴 y 轴各有一个交点等，

故答案为：y 随 x 的增大而增大．

27.【考点】二次函数综合题．

【分析】（1）将抛物线解析式配成顶点式，即可得出顶点坐标；

（2）根据平移的性质即可得出结论；

（3）结合图象，判断出抛物线和四边形 AOO'A' 只有两个公共点的分界点即可得出；

【解答】解：（1）∵$y=mx^2-4mx+4m+3=m(x^2-4x+4)+3=m(x-2)^2+3$，∴

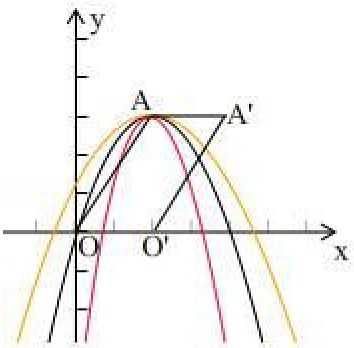
∴抛物线的顶点 A 的坐标为（2，3）．

（2）由（1）知，A（2，3），

∵线段 OA 沿 x 轴向右平移 2 个单位长度得到线段 O′A′．

∴A'（4，3），O'（2，0）；

（3）如图，



∵抛物线 $y=mx^2-4mx+4m+3$ 与四边形 AOO′A′ 有且只有两个公共点，

∴$m<0$.

由图象可知，抛物线是始终和四边形 AOO'A' 的边 O'A' 相交，

∴抛物线已经和四边形 AOO′A′ 有两个公共点，

∴将（0，0）代入 $y=mx^2-4mx+4m+3$ 中，得 $m=-\frac{3}{4}$.

∴$-\frac{3}{4}<m<0$.

28.【考点】三角形综合题.

【分析】（1）根据旋转变换的性质得到△PAP′为等边三角形，得到∠P′PC=90°，根据勾股定理解答即可；

（2）如图 2，作将△ABP 绕点 A 逆时针旋转 120°得到△ACP′，连接 PP′，作 AD⊥PP′于 D，根据余弦的定义得到 $PP'=\sqrt{3}PA$，根据勾股定理解答即可；

（3）与（2）类似，根据旋转变换的性质、勾股定理和余弦、正弦的关系计算即可.

【解答】解：（1）∵△ABP≌△ACP′，

∴AP=AP′，

由旋转变换的性质可知，∠PAP′=60°，P′C=PB，

∴△PAP′为等边三角形，

∴∠APP′=60°，

∵$\angle PAC+\angle PCA=\frac{60°}{2}=30°$，

∴∠APC=150°，

∴∠P′PC=90°，

∴$PP'^2+PC^2=P'C^2$，

∴$PA^2+PC^2=PB^2$，

故答案为：150，$PA^2+PC^2=PB^2$；

（2）如图 2，作将△ABP 绕点 A 逆时针旋转 120°得到△ACP′，连接 PP′，

作 AD⊥PP′于 D，

由旋转变换的性质可知，$\angle PAP'=120°$，$P'C=PB$，

∴$\angle APP'=30°$，

∵∵$\angle PAC+\angle PCA=\frac{120°}{2}=60°$，

∴$\angle APC=120°$，

∴$\angle P'PC=90°$，

∴$PP'^2+PC^2=P'C^2$，

∵$\angle APP'=30°$，

∴$PD=\frac{\sqrt{3}}{2}PA$，

∴$PP'=\sqrt{3}PA$，

∴$3PA^2+PC^2=PB^2$；

（3）如图 2，与（2）的方法类似，

作将△ABP 绕点 A 逆时针旋转 α 得到△ACP′，连接 PP′，

作 AD⊥PP′ 于 D，

由旋转变换的性质可知，$\angle PAP'=\alpha$，$P'C=PB$，

∴$\angle APP'=90°-\frac{\alpha}{2}$，

∵∵$\angle PAC+\angle PCA=\frac{\alpha}{2}$，

∴$\angle APC=180°-\frac{\alpha}{2}$，

∴$\angle P'PC=-\left(90°-\frac{\alpha}{2}\right)=90°$，

∴$PP'^2+PC^2=P'C^2$，

∵$\angle APP'=90°-\frac{\alpha}{2}$，

∴$PD=PA\cdot\cos\left(90°-\frac{\alpha}{2}\right)=PA\cdot\sin\frac{\alpha}{2}$，

∴$PP'=2PA\cdot\sin\frac{\alpha}{2}$，

∴$4PA^2\sin^2\frac{\alpha}{2}+PC^2=PB^2$，

故答案为：$4PA^2\sin^2\frac{\alpha}{2}+PC^2=PB^2$.

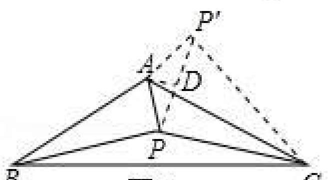


图2

29.【考点】反比例函数综合题.

【分析】(1) 如图 1 中，连接 OF、OE、GB、FB，作 GM⊥OB 于 M，FN⊥OB 于 N. 只要证明△OBG∽△OAB，可得点 F 是自相似点，△FOB∽△BAO，可得点 F 是自相似点.

(2) ①如图 2，过点 M 作 MG⊥x 轴于 G 点. 由$\triangle P_1ON\backsim\triangle NOM$，$\triangle MP_2N\backsim\triangle MNO$，推出$\angle OP_1N=\angle MNO=120°$，$\angle MP_2N=\angle MNO=120°$，推出$\angle NP_1P_2=\angle NP_2P_1=60°$，推出$\triangle NP_1P_2$是等边三角形，推出$OP_1=P_1P_2=P_2M$，推出 P_1 的横坐标为 1，P_2 的横坐标为 2，代入 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$，即可解决问题.

②以 O 为圆心 2 为半径作圆交反比例函数于 M_1，M_2，以 N 为圆心 2 为半径作圆交反比例函数的图象于 M_3，M_4. 满足条件的点 M 有 4 个.

【解答】解：(1) 如图 1 中，连接 OF、OE、GB、FB，作 GM⊥OB 于 M，FN⊥OB 于 N.

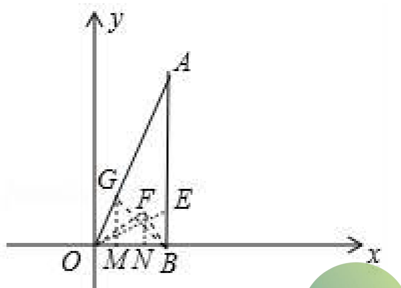


图1

由题意可知点 G 在 OA 上，

$\because \tan\angle AOB=\frac{AB}{OB}=\sqrt{3}$,

$\therefore \angle AOB=60°$,

$\because \tan\angle GBM=\frac{GM}{BM}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore \angle OBG=30°$,

$\therefore \angle BOG=\angle AOB$，$\angle OBG=\angle A$,

$\therefore \triangle OBG\backsim\triangle OAB$,

∴点 F 是自相似点，

同理可得$\angle FON=\angle A=30°$，$\angle FBO=\angle AOB=60°$,

$\therefore \triangle FOB\backsim\triangle BAO$,

∴点 F 是自相似点，

故答案为 F，G.

(2) ①如图 2，过点 M 作 MG⊥x 轴于 G 点.

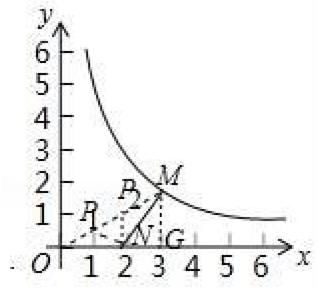


图2

∵M 点的横坐标为 3，

∴y=$\frac{3\sqrt{3}}{3}$=$\sqrt{3}$，

∴M（3，$\sqrt{3}$），

∴OM=2$\sqrt{3}$，∠MON=∠NMO=30°，∠ONM=120°，

直线 OM 的表达式为 y=$\frac{\sqrt{3}}{3}$，

在 Rt△MHG 中，∠MGN=90°，$MN^2=MG^2+NG^2$，

设 NM=NO=m，则 NG=3 - m，

∴m^2=（3 - m）^{2}+（$\sqrt{3}$）^{2}，

∴ON=MN=m=2，

∵△P_1ON∽△NOM，△MP_2N∽△MNO，

∴∠OP_1N=∠MNO=120°，∠MP_2N=∠MNO=120°，

∴∠NP_1P_2=∠NP_2P_1=60°，

∴△NP_1P_2是等边三角形，

∴OP_1=P_1P_2=P_2M，

∴P_1的横坐标为 1，P_2的横坐标为 2，代入 y=$\frac{\sqrt{3}}{3}$x，

可得 P_1（1，$\frac{\sqrt{3}}{3}$），P_2（2，$\frac{2\sqrt{3}}{3}$）

综上所述，P 点坐标为（1，$\frac{\sqrt{3}}{3}$）或（2，$\frac{2\sqrt{3}}{3}$）.

②如图 3 中，满足条件的点 M 有 4 个.

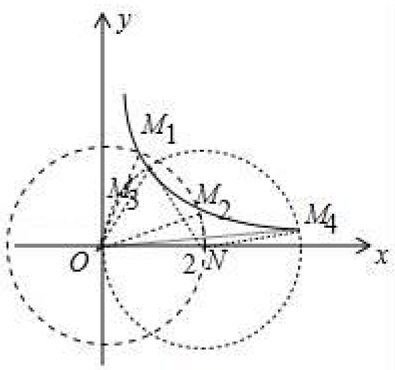


图3

以 O 为圆心 2 为半径作圆交反比例函数于 M_1，M_2，以 N 为圆心 2 为半径作圆交反比例函数的图象于 M_3，M_4.

故答案为 4.

北京中考在线 微信号：BJ_zkao
北京中考在线 微信号：BJ_zkao
北京中考在线 微信号：BJ_zkao