

# 2022 北京人大附中初二（上）期中

## 数 学



2022. 10. 26

制卷人：何庆青 审卷人：孙芳

说明：本试卷共三道大题，28 道小题，共 6 页；满分 100 分，考试时间 90 分钟；

请在密封线内填写个人信息，请将答案全部作答在答题卡相应的位置上。

### 一、选择题：（每小题 3 分，共 30 分）

1. 2022 年 6 月 28 日，北京市教委发布《义务教育体育与监考过程性考核管理办法》，以进一步加强中小学生的日常体育锻炼和身体素质。在下列常见的体测项目图标中，是轴对称图形的是（ ）。



A



B



C



D

2. 七边形的内角和为（ ）。

- A.  $360^\circ$       B.  $720^\circ$       C.  $900^\circ$       D.  $1080^\circ$

3. 关于  $x$  的方程  $x-5=-3a$  解为负数，则实数  $a$  的取值范围是（ ）。

- A.  $a > 0$       B.  $a < 0$       C.  $a > \frac{5}{3}$       D.  $a < \frac{5}{3}$

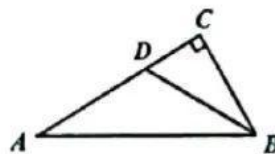
4. 如图，小健家的仿古家具有一块三角形形状的玻璃坏了，需要重新配一块。将该三角形记为  $\triangle ABC$ ，若通过电话给玻璃店老板提供相关数据，则提供了下列各组元素的数据，配出来的玻璃不一定符合要求的是（ ）。

- A.  $AB, BC, CA$       B.  $\angle B, BC, CA$   
C.  $\angle A, AB, CA$       D.  $\angle A, \angle B, CA$



5. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $BD$  为  $\triangle ABC$  的角平分线，若  $\triangle ABC$  中  $AB$  边上的高为 5，则  $AC$  长为（ ）。

- A. 15      B. 12  
C. 10      D. 8



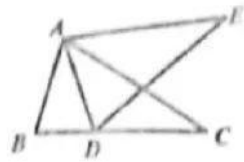
6. 我国民间流传这样一道题：只闻隔壁人分银，不知多少银和人；每人 7 两多 7 两，每人半斤少半斤。试问各位善算者，多少人分多少银（注：古代 1 斤=16 两）。若设有  $x$  人，分  $y$  两银，则可列方程组为（ ）。

- A.  $\begin{cases} 7x = y + 7 \\ 8x = y + 8 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} 7x = y - 7 \\ 8x = y + 8 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} 7x = y + 7 \\ 8x = y - 8 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} 7x = y - 7 \\ 8x = y - 8 \end{cases}$



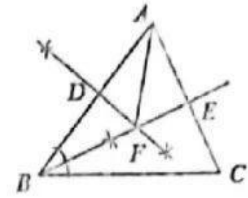
7. 如图,  $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ , 且  $D$  在  $BC$  边上,  $\angle EAC = \alpha$ , 则  $\angle B$  的度数 ( )

- A.  $70^\circ$                       B.  $71^\circ$   
C.  $72^\circ$                       D.  $76^\circ$



8. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 根据规作图痕迹, 下列说法不一定正确的是 ( )。

- A.  $AF = BF$   
B.  $\angle AFD + \angle FBC = 90^\circ$   
C.  $DF \perp AB$   
D.  $\angle BAF = \angle CAF$

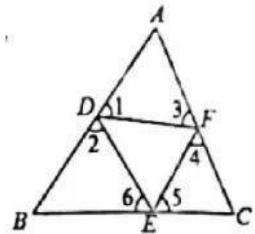


9. 在平面直角坐标系中, 已知点  $A(0,2)$ ,  $C(3,0)$ , 若  $\triangle ABC$  恰为等腰直角三角形, 则  $B$  点坐标不可能是 ( )。

- A.  $(6,2)$                       B.  $(5,3)$                       C.  $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$                       D.  $(-2,-1)$

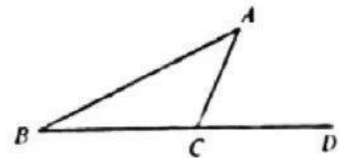
10. 如图, 对于  $\triangle ABC$ , 若存在点  $D, E, F$  分别在  $AB, BC, AC$  上, 使得  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ ,  $\angle 5 = \angle 6$ , 则称  $\triangle DEF$  为  $\triangle ABC$  的“反射三角形”. 下列关于“反射三角形”的说法中, 错误的是 ( )。

- A. 若  $\triangle ABC$  的“反射三角形”存在, 则  $\triangle ABC$  必为锐角三角形  
B. 等边三角形的“反射三角形”必为等边三角形  
C. 直角三角形的“反射三角形”必为直角三角形  
D. 等腰三角形的“反射三角形”必为等腰三角形



二、填空题: (每空 2 分, 共 20 分)

11. 如图, 已知  $\angle ACD$  为  $\triangle ABC$  的外角,  $\angle ACD = 65^\circ$ ,  $\angle B = 25^\circ$ , 那么  $\angle A$  的度数为\_\_\_\_\_.



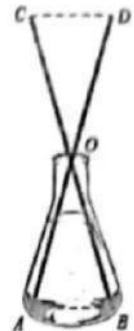
12. 若是  $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$  是二元一次方程  $x+my=3$  的一个解, 则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

13. 在平面直角坐标系中, 若点  $(1,2)$  关于某条直线对称后得点  $(-1,2)$ , 则这条直线为\_\_\_\_\_.

14. 小康同学用一根铁丝围三角形, 若围成的三角形有两边长分别为 3 和 4, 则该三角形的第三边长  $c$  应满足\_\_\_\_\_.

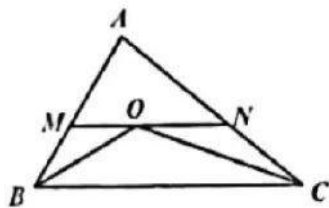
15. 同时满足不等式  $6x > 4x+9$  和不等式  $8x-5 < 4x+20$  的  $x$  的整数值为\_\_\_\_\_.

16. 数学课上老师布置了“测量锥形瓶内部底面的内径”的探究任务, 善思小组想到了以下方案: 如图, 用螺丝钉将两根小棒  $AD, BC$  的中点  $O$  固定, 只要测得  $C, D$  之间的距离, 就可知道内径  $AB$  的长度. 此方案依据的数学定理或基本事实是\_\_\_\_\_.

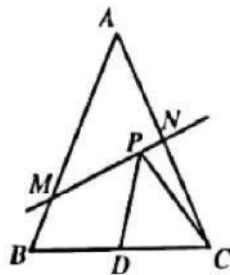


17. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=6$ ,  $AC=9$ ,  $\angle ABC$  和  $\angle ACB$  的平分线交于  $O$  点, 过点  $O$  作  $BC$  的平行线交  $AB$  于  $M$  点, 交  $AC$  于  $N$  点, 则  $\triangle AMN$  的周长为\_\_\_\_\_.





第 17 题图



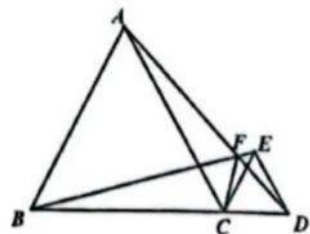
第 18 题图

18. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ , 边  $AC$  的垂直平分线  $MN$  分别交  $AB$ ,  $AC$  于点  $M$ ,  $N$ , 点  $D$  是边  $BC$  的中点, 点  $P$  是  $MN$  上任意一点, 连接  $PD$ ,  $PC$ , 若  $\angle A = \alpha$ ,  $\angle CPD = \beta$ , 当  $\triangle PCD$  周长取到最小值时,  $\alpha, \beta$  之间的数量关系是\_\_\_\_\_.

19. 已知  $BD$  是等腰  $\triangle ABC$  中一腰上的高,  $\angle ABD = 50^\circ$ , 则顶角度数为\_\_\_\_\_.

20. 如图, 等边  $\triangle ABC$  和等边  $\triangle CDE$  中,  $B, C, D$  共线, 且  $BC = 3CD$ ,  $AD$  和  $BE$  相交于点  $F$ , 下列四个结论中:

- ①  $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ ;
- ②  $CF$  平分  $\angle BFD$ ;
- ③  $BF = 3DF$ ;
- ④  $BF = AF + FC$ .



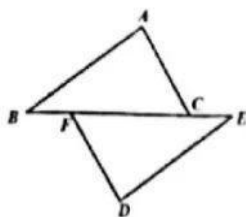
所有正确结论的序号是: \_\_\_\_\_.

三、解答题: (第 21 题 8 分, 第 22、24 题每小题 5 分, 第 23、25、26 题每小题 6 分, 第 27、28 题每小题 7 分, 共 50 分)

21. 解下列方程组: (1)  $\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ x = y + 3 \end{cases}$  (2)  $\begin{cases} 5x - 2y = 21 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases}$

22. 解不等式  $5x + 1 \leq 3(x - 1)$ , 并把解集在数轴上表示出来.

23. 如图, 点  $B, F, C, E$  在一条直线上,  $BF = CE$ ,  $\angle B = \angle E$ ,  $AC \parallel DF$ . 求证:  $AC = DF$ .



24. 作图题: 如图, 已知直线  $l$  与点  $P$ , 求作过点  $P$  的直线  $PQ$ , 使  $PQ \perp l$ .

要求: (1) 尺规作图, 保留作图痕迹, 下结论, 不写作法;

(2) 根据你的作法用一句话简单说明为什么  $PQ \perp l$ .





25. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $D$  为  $AB$  上一个动点.

(1) 已知  $\angle A = 2\angle BCD$ , 求证:  $AD + AC = 2AB$ .

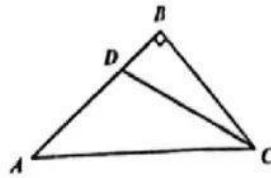
下面是两位同学分享的思路:

小快同学: 从求证目标出发, 倍长  $AB$  到  $E$ , 即  $AE = 2AB$ , 又  $AE = AD + DE$ , 则只需证  $DE = AC$ .

小乐同学: 从已知条件角的关系出发, 发现若将  $\triangle BCD$  关于直线  $BC$  对称得到  $\triangle BCF$ , 则可证  $\triangle ACF$  为等腰三角形.

请你选择一种思路, 完成证明

(2) 已知  $AB + BD = AC$ ,  $\angle ACD = \alpha$ , 请直接写出  $\angle A$  的大小 (用含  $\alpha$  式子表示).



26. 列方程 (组) 或不等式 (组) 解实际问题:

学校图书馆准备购买定价分别为 8 元和 14 元的杂志和小说共 80 本, 计划总费用在 750 元到 850 元之间 (包括 750 元和 850 元), 那么 14 元一本的小说最少可以买多少本? 最多可以买多少本?

27. 等腰  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle BAC = \alpha$ , 点  $P$  为  $\triangle ABC$  角平分线  $AM$  上一点, 点  $E$ 、 $F$  分别在边  $AB$ 、 $AC$  上,  $\angle EPF = 180^\circ - \alpha$ , 且点  $A$  在  $\angle EPF$  的内部, 在  $EA$  上截  $EH = FC$ .

(1) 如图 1, 若点  $P$  与点  $M$  重合, 且  $\angle AEP = 90^\circ$ .

① 求证:  $PE = PF$ ;

② 判断  $HC$  和  $AB$  的位置关系, 并证明;

(2) 若点  $P$  与线段  $AM$  两个端点均不重合, 且  $BC = BE + CF$ , 请直接写出  $\angle APC$  的大小 (用含  $\alpha$  的式子表示).

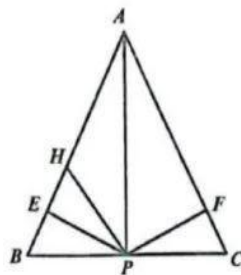
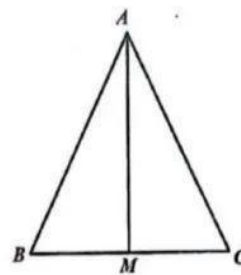


图 1



备用图



28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知点  $M(a,b)$ , 将经过点  $(a,0)$  且垂直于  $x$  轴的直线记为直线  $x=a$ , 将经过点  $(0,b)$  且垂直于  $y$  轴的直线记为直线  $y=b$ . 对于点  $P$  给出如下定义, 将点  $P$  先关于直线  $x=a$  对称得到点  $p$ , 再将点  $p$  关于直线  $y=b$  对称得到点  $Q$ , 称点  $Q$  为点  $P$  关于  $M$  的“对应点”.

已知  $\triangle ABC$  顶点坐标为  $A(2,0)$ ,  $B(4,0)$ ,  $C(3,-3)$ .

(1) 如图 1, 若点  $M(1,1)$ .

①由材料, 将点  $A(2,0)$  关于直线  $x=1$  对称得到点  $(0,0)$ , 再将点  $(0,0)$  关于直线  $y=1$  对称得到点  $(0,2)$ , 则点  $A(2,0)$  关于  $M$  的“对应点”为  $(0,2)$ .

请写出点  $B(4,0)$  关于  $M$  的“对应点”: \_\_\_\_\_;

点  $C(3,-3)$  关于  $M$  的“对应点”: \_\_\_\_\_;

②若点  $P_1(-1,n)$  和点  $P_2(-1,n+1)$  关于  $M$  的“对应点”分别为点  $Q_1$  和点  $Q_2$ , 且线段  $Q_1Q_2$  与  $\triangle ABC$  的边没有公共点, 求  $n$  的取值范围:

(2) 若点  $B$  关于  $M$  的“对应点”为点  $Q_3$ , 且以  $A$ 、 $B$ 、 $Q_3$  为顶点的三角形恰与  $\triangle AOC$  全等, 请写出所有满足条件的点  $M$  的坐标: \_\_\_\_\_.

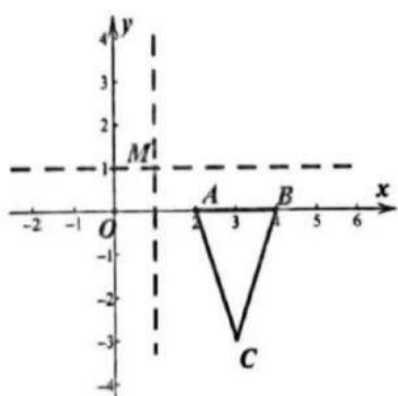
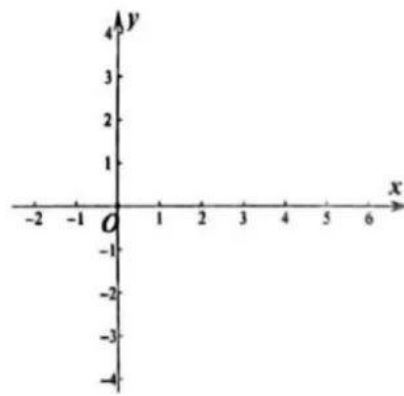


图 1



备用图



## 参考答案

### 一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	C	C	B	A	B	B	D	A	C

### 二、填空题（本题共 20 分，每小题 2 分）

11.  $40^\circ$ ;                      12. 1;                      13.  $y$  轴;                      14.  $1 < c < 7$ ;

15. 5 和 6;

16. 两边和它们的夹角分别相等的两个三角形全等，全等三角形对应边相等;

17. 15;                      18.  $\alpha = \beta$ （填：“相等”也得分）

19.  $40^\circ$ ,  $140^\circ$ ,  $100^\circ$ （有错误答案不得分，此外答对 1 个和 2 个均得 1 分，全对得满）

20. ①②③④（答对 1 个、2 个、3 个均得 1 分，全对得满）

### 三、解答题（本题共 50 分，第 21 题 8 分，第 22、24 题每小题 5 分，第 23、25、26 题每小题 6 分，第 27、28 题每小题 7 分）

$$21. (1) \begin{cases} 3x - 2y = 8 & \text{①} \\ x = y + 3 & \text{②} \end{cases}$$

解：将②代入①得： $3(y+3) - 2y = 8$

解得： $y = -1$  ..... 2分

将  $y = -1$  代入②： $x = -1 + 3 = 2$  ..... 3分

∴原方程组的解为  $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$  ..... 4分

$$(2) \begin{cases} 5x - 2y = 21 & \text{①} \\ 4x + 2y = 6 & \text{②} \end{cases}$$

解：由①+②得： $9x = 27$

解得： $x = 3$  ..... 2分

将  $x = 3$  代入②： $12 + 2y = 6$

解得： $y = -3$  3分

∴原方程组的解为  $\begin{cases} x = 3 \\ y = -3 \end{cases}$  ..... 4分

22. 解： $5x + 1 \leq 3x - 3$  ..... 1分

$2x \leq -4$  ..... 2分

$x \leq -2$  ..... 3分

解集在数轴上表示如下：





..... 5分

23. 证明:  $\because BF = CE, \therefore BF + FC = CE + FC$  即  $BC = EF$ . ..... 1分

$\because AC \parallel DF, \therefore \angle ACB = \angle DFE$  ..... 2分

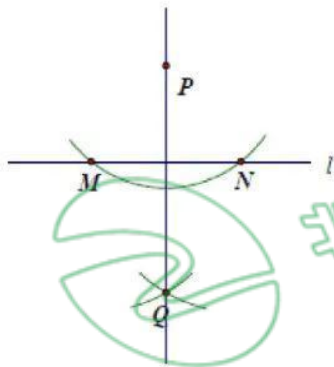
在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中

$$\begin{cases} \angle B = \angle E \\ BC = EF \\ \angle ACB = \angle DFE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$  (ASA) ..... 5分

$\therefore AC = DF$ . ..... 6分

24.: (1) 如下图:



..... 3分

(2) 说明: 线段  $MN$  的中垂线  $PQ$  垂直于该线段所在直线; ..... 5分

备注: 画法不唯一, 说明也不唯一, 只要符合题意即得满分。

如: (2) 说明也可为: 等腰  $\triangle PNM$  顶角  $\angle MPN$  的平分线与底边  $MN$  上高线重合。

25. (1) 证明: 倍长  $AB$  到  $E$ , 连接  $CE$ .

$\because \angle ABC = 90^\circ,$

$\therefore BC$  为线段  $AE$  的中垂线,

$\therefore EC = AC$ . ..... 1分

$\therefore \angle E = \angle A$ .

在  $\triangle BCD$  中,  $\angle BDC = 90^\circ - \angle BCD$ .

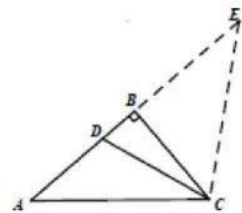
又  $\angle A = 2\angle BCD, \therefore \angle E = 2\angle BCD$ .

在  $\triangle EDC$  中,  $\angle ECD = 180^\circ - \angle E - \angle BDC = 90^\circ - \angle BCD$

$\therefore \angle BDC = \angle ECD$ . ..... 3分

$\therefore ED = EC$ .

$\therefore ED = AC$ .



$\therefore AD + AC = AD + ED = 2AB.$

即  $AD + AC = 2AB.$  ..... 4分

(2)  $\angle A = 60^\circ - \frac{2}{3}\alpha.$  ..... 6分

26. 解: 设14元一本的小说买了  $x$  本, 则8元一本的小说买了  $(80-x)$  本. .... 1分

由题意,  $\begin{cases} 8(80-x) + 14x \geq 750 \\ 8(80-x) + 14x \leq 850 \end{cases}$  ..... 3分

解得:  $18\frac{1}{3} \leq x \leq 35.$  ..... 5分

$\because x$  为整数,  $\therefore x$  最小值为19, 最大值为35.

答: 14元一本的小说最少可以买19本, 最多可以买35本. .... 6分

27. (1) ①证明: 在四边形  $AEPF$  中,  $\angle BAC = \alpha$ ,  $\angle EPF = 180^\circ - \alpha$ ,  $\angle AEP = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle AFP = 360^\circ - \angle BAC - \angle EPF - \angle AEP = 90^\circ.$  ..... 1分

$\therefore PF \perp AC, PE \perp AB,$

又  $\because AP$  为  $\angle BAC$  的平分线,

$\therefore PE = PF.$  ..... 2分

②  $HC \perp AB.$  3分

证明: 由①已证:  $PE = PF, \angle AFP = 90^\circ,$

$\therefore \angle PFC = 90^\circ = \angle PEH.$

在  $\triangle PEH$  和  $\triangle PFC$  中

$$\begin{cases} PE = PF \\ \angle PEH = \angle PFC \\ EH = FC \end{cases}$$

$\therefore \triangle PEH \cong \triangle PFC$  (SAS)

$\therefore PH = PC.$  ..... 4分

$\therefore \angle 1 = \angle 2.$

又  $\because AB = AC, AP$  为  $\angle BAC$  的平分线,

$\therefore PB = PC.$

$\therefore PB = PH.$

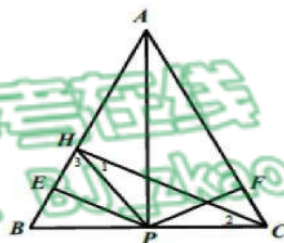
$\therefore \angle 3 = \angle B.$

又  $\because$  在  $\triangle BHC$  中,  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle B = 180^\circ,$

$\therefore \angle BHC = \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ.$

$\therefore HC \perp AB.$  ..... 5分

(2)  $\angle APC = 135^\circ - \frac{\alpha}{4}.$  ..... 7分





28. (1) ①点  $B(4,0)$  关于  $M$  的“对应点”:  $(-2,2)$

点  $C(3,-3)$  关于  $M$  的“对应点”:  $(-1,5)$  ..... 2分

②解: 点  $P_1(-1,n)$  关于  $M$  的“对应点”  $Q_1$  为  $(3,2-n)$ ,

点  $P_2(-1,n+1)$  关于  $M$  的“对应点”  $Q_2$  为

$(3,1-n)$ . ..... 3分

线段  $Q_1Q_2$  与  $\triangle ABC$  的边没有公共点有三种情况:

第一种情况: 如图①, 线段  $Q_1Q_2$  在  $AB$  上方,

此时只需  $Q_2$  在  $x$  轴上方,

即  $1-n > 0$ , 解得  $n < 1$ ;

第二种情况: 如图②, 线段  $Q_1Q_2$  在  $\triangle ABC$  内部, 此时只需  $Q_1$  在  $x$  轴下

方,

$Q_2$  在点  $C$  上方

$$\text{即} \begin{cases} 2-n < 0 \\ 1-n > -3 \end{cases}, \text{解得 } 2 < n < 4;$$

第三种情况: 如图③, 线段  $Q_1Q_2$  在点  $C$  下方,

此时只需  $Q_1$  在点  $C$  下方,

即  $2-n < -3$ , 解得  $n > 5$ ;

综上所述,  $n$  的取值范围是  $n < 1, 2 < n < 4, n > 5$ . ..... 5分

(2) 所有满足条件的点  $M$  的坐标:  $\left(\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\right), \left(\frac{9}{2}, -\frac{3}{2}\right), \left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right), \left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right)$  ..... 7分

备注: 有错误答案不得分, 此外, 答对 1 个、2 个、3 个均得 1 分, 答对 4 个得满。

