

2022 北京海淀初三一模

数 学

2022. 04

学校_____ 姓名_____ 准考证号_____

考 生 须 知	1. 本试卷共 8 页，共五道大题，24 道小题，满分 100 分。考试时间 150 分钟。 2. 在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。
------------------	--

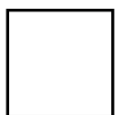


第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1. 右图是一个拱形积木玩具，其主视图是



(A)



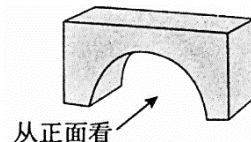
(B)



(C)



(D)



2. 2022 年北京打造了一届绿色环保的冬奥会。张家口赛区按照“渗、滞、蓄、净、用、排”的原则，在古杨树场馆群修建了 250000 立方米雨水收集池，用于收集雨水和融雪水，最大限度减少水资源浪费。将 250000 用科学记数法表示应为

(A) 0.25×10^5

(B) 2.5×10^5

(C) 2.5×10^4

(D) 25×10^4

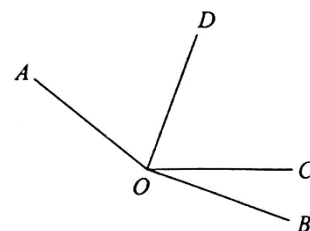
3. 如图， $\angle AOB = 160^\circ$ ， $\angle COB = 20^\circ$ 。若 OD 平分 $\angle AOC$ ，则 $\angle AOD$

(A) 20°

(B) 70°

(C) 80°

(D) 140°



4. 若一个多边形的每个外角都是 30° ，则这个多边形的边数为

(A) 6

(B) 8

(C) 10

(D) 12

5. 不透明的袋子中装有 2 个红球，3 个黑球，这些球除颜色外无其他差别。从袋子中随机摸出一个球，则摸出红球的概率是

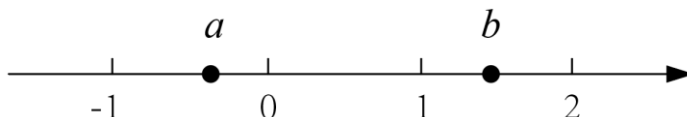
(A) $\frac{2}{5}$

(B) $\frac{3}{5}$

(C) $\frac{2}{3}$

(D) $\frac{1}{2}$

6. 实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是



(A) $a < -1$

(B) $|a| < |b|$

(C) $a + b < 0$

(D) $b - a < 0$

7. 北京 2022 年冬奥会的开幕式上，各个国家和地区代人场所持的引导牌是中国结和雪花融合的造型，如图 1 是中国体育代表团的引导牌，观察发现，图 2 中的图案可以由图 3 中的图案经过对称、旋转等变换得到。下列关于图 2 和图 3 的说法中，不正确的是



图1

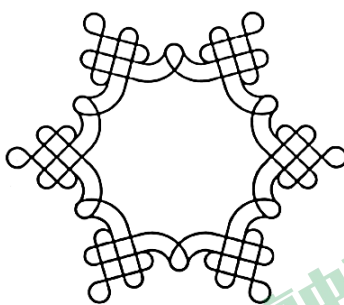


图2



图3



- (A) 图 2 中的图案是轴对称图形
 (B) 图 2 中的图案是中心对称图形
 (C) 图 2 中的图案绕某个固定点旋转 60° ，可以与自身重合
 (D) 将图 3 中的图案绕某个固定点连续旋转若干次，每次旋转 120° ，可以设计出图 2 中的图案
8. 某校举办校庆晚会，其主舞台为一圆形舞台，圆心为 O 。 A, B 是舞台边缘上两个固定位置，由线段 AB 及优弧 AB 围成的区域是表演区。若在 A 处安装一台某种型号的灯光装置，其照亮区域如图 1 中阴影所示。若在 B 处再安装一台同种型号的灯光装置，恰好可以照亮整个表演区，如图 2 中阴影所示

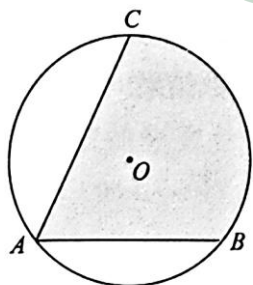


图 1

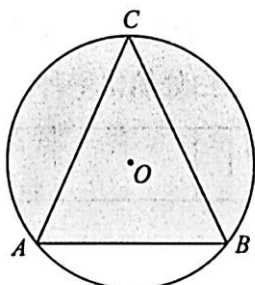


图 2

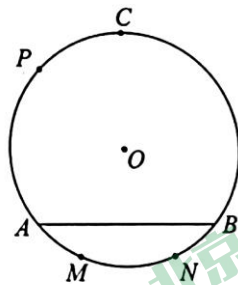


图 3

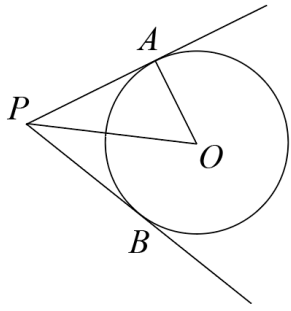
若将灯光装置改放在如图 3 所示的点 M, N 或 P 处，能使表演区完全照亮的方案可能是

- ①在 M 处放置 2 台该型号的灯光装置
 ②在 M, N 处各放置 1 台该型号的灯光装置
 ③在 P 处放置 2 台该型号的灯光装置
- (A) ①② (B) ①③ (C) ②③ (D) ①②③

第二部分非选择题

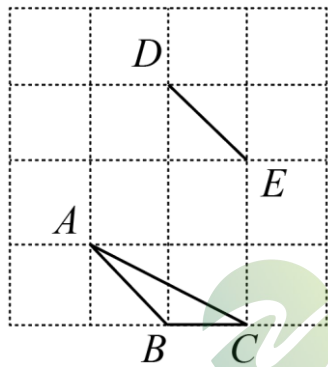
二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 若代数式 $\frac{2}{x-3}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_____.
10. 已知 $\sqrt{2} < m < \sqrt{11}$ ，且 m 是整数，请写出一个符合要求的 m 的值_____.
11. 分解因式： $3m^2 - 3n^2 =$ _____.
12. 如图， PA, PB 是 $\odot O$ 的切线， A, B 为切点。若 $\angle APB = 60^\circ$ ，则 $\angle AOP$ 的大小为_____.



13. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 没有实数根，则 m 的取值范围是_____。

14. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = ax$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于点 $A(-1, 2)$ 和点 B ，则点 B 的坐标为_____。



15. 如图，在 4×4 的正方形网格中， A, B, C, D, E 是网格线交点，请画出一个 $\triangle DEF$ ，使得 $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 全等。

16. 甲、乙在下图所示的表格中从左至右依次填数。如图，已知表中第一个数字是 1，甲、乙轮流从 2,3,4,5,6,7,8,9 中选出一个数字填入表中（表中已出现的数字不再重复使用）。每次填数时，甲会选择填入后使表中数据方差最大的数字，乙会选择填入后使表中数据方差最小的数字。甲先填，请你在表中空白处填出一种符合要求的填数结果。

1				
---	--	--	--	--

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 计算： $\sqrt{3} \tan 60^\circ - \sqrt{8} + |-\sqrt{2}| - (1 - \pi)^0$ 。

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 4(x-1) < 3x, \\ \frac{5x+3}{2} > x, \end{cases}$$

19. 已知 $m^2 - 2mn - 3 = 0$ ，求代数式 $(m-n)^2 + (m+n)(m-n) - m^2$ 的值。

20. 《元史·天文志》中记载了元朝著名天文学家郭守敬主持的一次大规模观测，称为“四海测验”。这次观测主要使用了“立杆测影”的方法，在二十七个观测点测量出的各地的“北极出地”与现在人们所说的“北纬”完全吻合。利用类似的原理，我们也可以测量出所在地纬度。如图 1 所示。

①春分时，太阳光直射赤道。此时在 M 地直立一根杆子 MN ，在太阳光照射下，杆子 MN 在地面上形成影子。通过测量杆子与它的影子的长度，可以计算出太阳光与杆子 MN 所成的夹角 α ；

23. 数学学习小组的同学共同探究体积为 330mL 圆柱形有盖容器（如图所示）的设计方案。他们想探究容器表面积与底面半径的关系。

具体研究过程如下，请补充完整：

(1) 建立模型：设该容器的表面积为 $S\text{cm}^2$ ，底面半径为 $x\text{cm}$ ，高为 $y\text{cm}$ ，则

$$330 = \pi x^2 y, \quad ①$$

$$S = 2\pi x^2 + 2\pi xy, \quad ②$$

由①试得 $y = \frac{330}{\pi x^2}$ ，代人②式得

$$S = 2\pi x^2 + \frac{660}{x} \quad ③$$

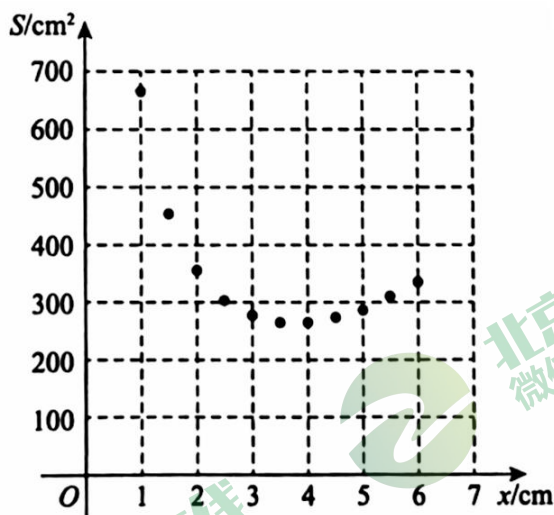
可知， S 是 x 的函数，自变量 x 的取值范围是 $x > 0$ 。

(2) 探究函数：

根据函数解析式③，按照下表中自变量 x 的值计算（精确到个位），得到了 S 与 x 的几组对应值：

x/cm	...	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	...
S/cm^2	...	666	454	355	303	277	266	266	274	289	310	336	...

在下面平面直角坐标系中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点，根据描出的点，画出该函数的图象：



(3) 解决问题：根据图表回答，

①半径为 2.4cm 的圆柱形容器比半径为 4.4cm 的圆柱形容器表面积_____（填“大”或“小”）；

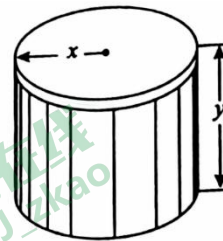
②若容器的表面积为 300cm^2 ，容器底面半径约为_____cm（精确到 0.1）。

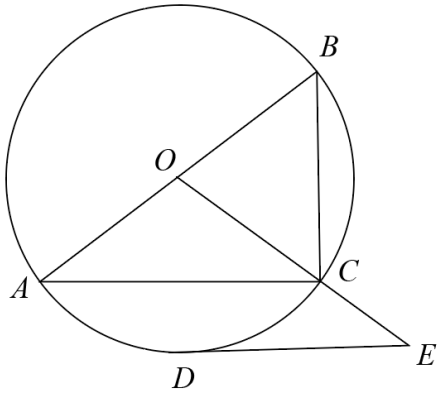
24. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， AB 是 $\odot O$ 的直径。点 D 为 AC 的中点。 $\odot O$ 的切线 DE 交 OC 的延长线于点 E 。

(1) 求证： $DE \parallel AC$ ；

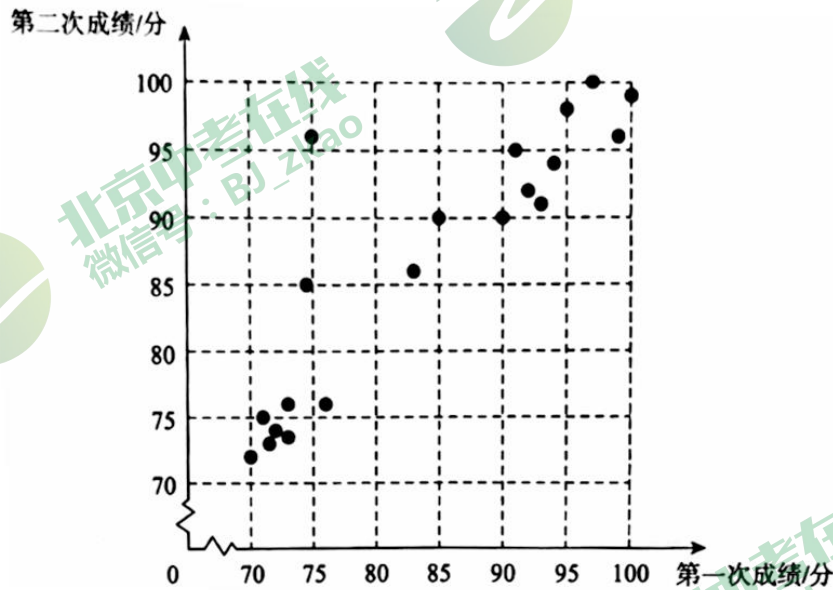
(2) 连接 BD 交 AC 于点 P ，若 $AC = 8$ ， $\cos A = \frac{4}{5}$ 。

求 DE 和 BP 的长。

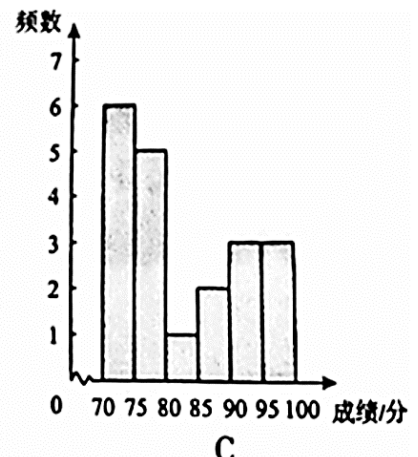
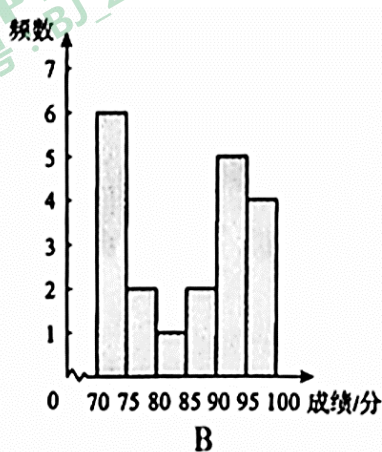
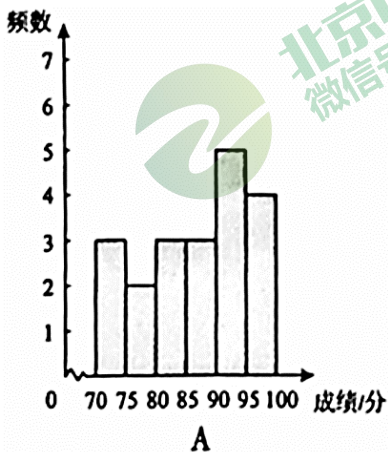




25. 为增进学生对营养与健康知识的了解，某校开展了两次知识问答活动，从中随机抽取了 20 名学生两次活动的成绩（百分制），并对数据（成绩）进行整理、指述和分析。下图是这 20 名学生第一次活动和第二次活动成绩情况统计图。



- (1) ①学生甲第一次成绩是 85 分，则该生第二次成绩是_____分，他两次活动的平均成绩是_____分；
 ②学生乙第一次成绩低于 80 分，第二次成绩高于 90 分，请在图中用“○”圈出代表乙的点；
- (2) 为了解每位学生两次活动平均成绩的情况，A，B，C 三人分别作出了每位学生两次活动平均成绩的频数分布直方图（数据分成 6 组： $70 \leq x < 75$ ， $75 \leq x < 80$ ， $80 \leq x < 85$ ， $85 \leq x < 90$ ， $90 \leq x < 95$ ， $95 \leq x \leq 100$ ）：



已知这三人中只有一人正确作出了统计图，则作图正确的是_____；

(3) 假设有 400 名学生参加此次活动，估计两次活动平均成绩不低于 90 分的学生人数为_____。

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y = ax^2 - 2ax (a \neq 0)$ 的图象经过点 $A(-1, 3)$ 。

(1) 求该二次函数的解析式以及图象顶点的坐标；

(2) 一次函数 $y = 2x + b$ 的图象经过点 A ，点 (m, y_1) 在一次函数 $y = 2x + 6$ 的图象上，点 $(m + 4, y_2)$ 在二次函数 $y = a^2 - 2ax$ 的图象上。若 $y_1 > y_2$ ，求 m 的取值范围。

27. 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ， D 为边 BC 上一动点，点 E 在边 AC 上， $CE = CD$ 。点 D 关于点 B 的对称点为点 F ，连接 AD ， P 为 AD 的中点，连接 PE, PF, EF 。

(1) 如图 1，当点 D 与点 B 重合时，写出线段 PE 与 PF 之间的位置关系与数量关系；

(2) 如图 2，当点 D 与点 B, C 不重合时，判断 (1) 中所得的结论是否仍然成立？若成立，请给出证明，若不成立，请举出反例。

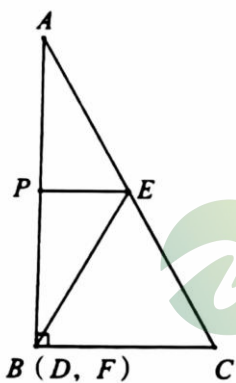


图 1

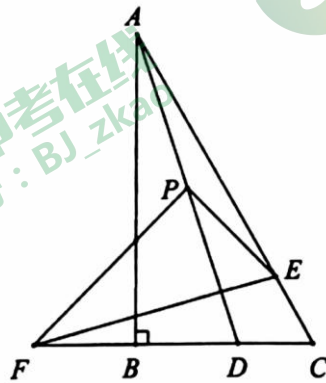


图 2



8. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 $P(x_1, y_1)$ ，给出如下定义：当点 $Q(x_2, y_2)$ 满足 $x_1 + x_2 = y_1 + y_2$ 时，称点 Q 是点 P 的等和点。

已知点 $P(2, 0)$

(1) 在 $Q_1(0, 2), Q_2(-2, -1), Q_3(1, 3)$ 中，点 P 的等和点有_____；

(2) 点 A 在直线 $y = -x + 4$ 上，若点 P 的等和点也是点 A 的等和点，求点 A 的坐标；

(3) 已知点 $B(b, 0)$ 和线段 MN ，对于所有满足 $BC = 1$ 的点 C ，线段 MN 上总存在线段 PC 上每个点的等和点。若 MN 的最小值为 5，直接写出 b 的取值范围。

参考答案

第一部分 选择题

一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	B	D	A	B	D	A

第二部分 非选择题

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. $x \neq 3$ 10. 不唯一, m 的值为 2 或 3 11. $3(m+n)(m-n)$ 12. 60°
13. $m > 4$ 14. $(1, -2)$
15. 不唯一, 符合题意即可 16. 不唯一, 填 9-5-2-4 或 9-5-8-6 均可

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-20 题, 每小题 5 分, 第 21 题 6 分, 第 22 题 5 分, 第 23-24 题, 每题 6 分, 第 25 题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27-28 题, 每小题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. (本题满分 5 分)

解: 原式 $= \sqrt{3} \times \sqrt{3} - 2\sqrt{2} + \sqrt{2} - 1$
 $= 2 - \sqrt{2}.$



18. (本题满分 5 分)

解: 原不等式组为 $\begin{cases} 4(x-1) < 3x, & \text{①} \\ \frac{5x+3}{2} > x. & \text{②} \end{cases}$

解不等式①, 得 $x < 4.$

解不等式②, 得 $x > -1.$

\therefore 原不等式组的解集为 $-1 < x < 4.$

19. (本题满分 5 分)

解: 原式 $= m^2 - 2mn + n^2 + m^2 - n^2 - m^2$
 $= m^2 - 2mn.$

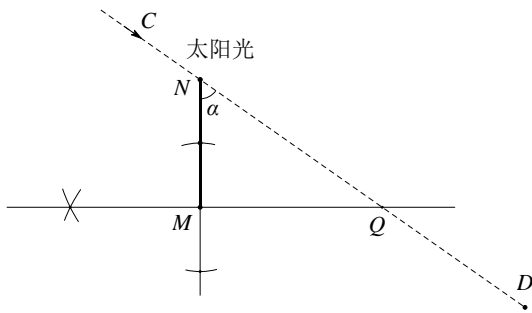
$\because m^2 - 2mn - 3 = 0,$

$\therefore m^2 - 2mn = 3.$

\therefore 原式 $= 3.$

20. (本题满分 5 分)

(1) 如图所示, 线段 MQ 即为所求.



(2) $\angle OND$,

两直线平行，内错角相等.

21. (本题满分 6 分)

(1) 证明:

- $\because D$ 是 BC 的中点,
- $\therefore BD=CD$.
- $\because DE=DF$,
- \therefore 四边形 $BECF$ 是平行四边形.
- $\because AB=AC$, D 是 BC 中点,
- $\therefore AD \perp BC$.
- \therefore 平行四边形 $BECF$ 是菱形.

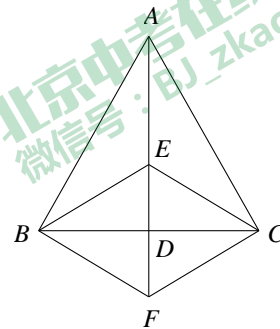
(2) 解:

- $\because BC=6$, D 为 BC 中点,
 - $\therefore BD = \frac{1}{2}BC = 3$.
- 设 $DE = x$,
- $\because AD=6$,
 - $\therefore AE = AD - DE = 6 - x$.
 - $\because BE = AE = 6 - x$.
 - $\because AD \perp BC$,
 - $\therefore \angle BDE = 90^\circ$.
 - \therefore 在 $Rt\triangle BDE$ 中, $BD^2 + DE^2 = BE^2$.
 - $\therefore 3^2 + x^2 = (6-x)^2$.

解得: $x = \frac{9}{4}$, 即 $DF = DE = \frac{9}{4}$.

$\therefore EF = DF + DE = \frac{9}{2}$.

$\therefore S_{\text{菱形}BECF} = \frac{1}{2}BC \cdot EF = \frac{27}{2}$.



22. (本题满分 5 分)

(1) 解:

$\because y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象由 $y = \frac{1}{2}x$ 平移得到,

$$\therefore k = \frac{1}{2}.$$

\because 函数图象过 $(-2, 0)$,

$$\therefore -2k + b = 0, \text{ 即 } -1 + b = 0.$$

$$\therefore b = 1.$$

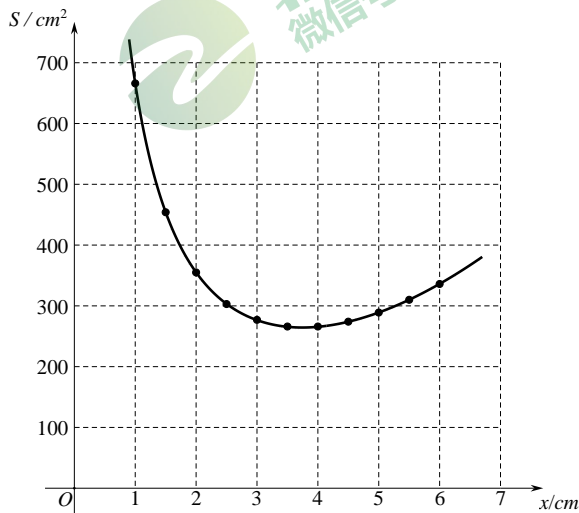
\therefore 这个一次函数的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 1$.

(2) $m \geq 2$.

23. (本题满分 6 分)

(2) 探究函数:

函数图象如图所示:



(3) 解决问题:

① 大.

② 2.5 或 5.3.

24. (本题满分 6 分)

(1) 解: 连接 OD , 与 AC 交于 H , 如图.

$\because DE$ 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore OD \perp DE.$$

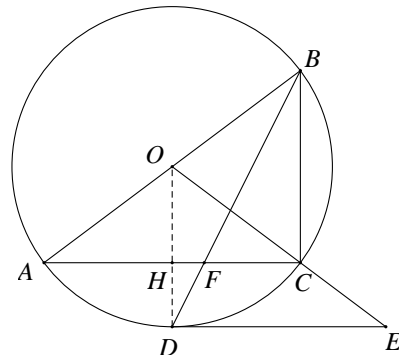
$$\therefore \angle ODE = 90^\circ.$$

$\because D$ 为 AC 的中点,

$$\therefore AD = CD.$$

$$\therefore \angle AOD = \angle COD.$$

$$\therefore AO = CO,$$



北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao



$$\therefore OH \perp AC.$$

$$\therefore \angle OHC = 90^\circ = \angle ODE.$$

$$\therefore DE \parallel AC.$$

(2) 解:

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ.$$

$$\because AC = 8, \cos A = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, } AB = \frac{AC}{\cos A} = 10.$$

$$\therefore OA = OB = OD = 5.$$

$\because OH \perp AC,$

$$\therefore AH = CH = \frac{1}{2}AC = 4.$$

$$\therefore OH = \sqrt{AO^2 - AH^2} = 3.$$

$\because DE \parallel AC,$

$$\therefore \triangle OCH \sim \triangle OED,$$

$$\therefore \frac{CH}{DE} = \frac{OH}{OD} = \frac{3}{5}.$$

$$\therefore DE = \frac{20}{3}.$$

$\because \angle BCH = \angle DHC = 90^\circ, \angle AFD = \angle CFB,$

$$\therefore \triangle BCF \sim \triangle DHF.$$

$$\therefore \frac{BC}{DH} = \frac{CF}{HF}.$$

$$\because BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 6, DH = OD - OH = 2,$$

$$\therefore CF = 3HF.$$

$$\because CF + HF = CH = 4,$$

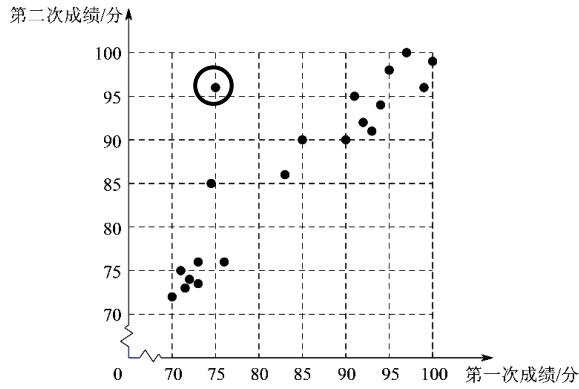
$$\therefore CF = 3.$$

$$\therefore BF = \sqrt{BC^2 + CF^2} = 3\sqrt{5}.$$

25. (本题满分 5 分)

(1) ① 90, 87.5.

② 如图所示



(2) B.

(3) 180.

26. (本题满分 6 分)

(1) 解:

\because 二次函数 $y = ax^2 - 2ax$ 的图象过点 $A(-1, 3)$,

$\therefore a + 2a = 3$, 解得: $a = 1$.

\therefore 二次函数的解析式为 $y = x^2 - 2x$.

$\because y = x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1$,

\therefore 顶点坐标为 $(1, -1)$.

(2) 解:

\because 一次函数 $y = 2x + b$ 的图象也经过点 $A(-1, 3)$,

$\therefore -2 + b = 3$, 解得: $b = 5$.

\therefore 一次函数的解析式为 $y = 2x + 5$.

如图, 将函数 $y = 2x + 5$ 的图象向右平移 4 个单位长度,

得到函数 $y = 2x - 3$ 的图象.

\therefore 点 $(3, 3)$ 在函数 $y = 2x - 3$ 的图象上.

\because 点 $(3, 3)$ 也在函数 $y = x^2 - 2x$ 的图象上,

\therefore 函数 $y = 2x - 3$ 图象与 $y = x^2 - 2x$ 图象的交点为 $(1, -1)$ 和 $(3, 3)$.

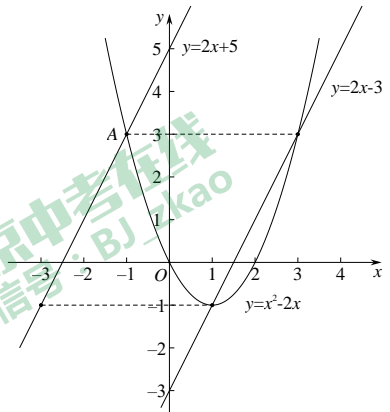
\because 点 (m, y_1) 在函数 $y = 2x + 5$ 的图象上,

\therefore 点 $(m+4, y_1)$ 在函数 $y = 2x - 3$ 的图象上.

\because 点 $(m+4, y_2)$ 在函数 $y = x^2 - 2x$ 的图象上,

\therefore 要使 $y_1 > y_2$, 只需 $1 < m+4 < 3$.

$\therefore -3 < m < -1$.



27. (本题满分 7 分)

(1) $PE \perp PF$,

$$PF = \sqrt{3}PE .$$

(2) 仍然成立.

证明: 连接 DE , 延长 EP 到点 G , 使得 $EP=PG$, 连接 FG, FD .

$$\because \angle ABC=90^\circ, \angle BAC=30^\circ,$$

$$\therefore \angle C=90^\circ-\angle BAC=60^\circ.$$

$$\because CD=CE,$$

$\therefore \triangle CDE$ 为等边三角形.

$$\therefore \angle CED=60^\circ, DE=CE.$$

$\because P$ 为 AD 中点,

$$\therefore AP=DP.$$

$$\because EP=PG, \angle APE=\angle DPG,$$

$$\therefore \triangle APE \cong \triangle DPG.$$

$$\therefore \angle EAP=\angle PDG, AE=DG.$$

$$\therefore AE \parallel DG.$$

$$\therefore \angle EDG=\angle DEC=60^\circ.$$

$$\therefore \angle EDG=\angle C.$$

设 $CD=CE=a$, $BD=b$,

$$\therefore BC=BD+CD=a+b.$$

$$\because \angle ABC=90^\circ, \angle BAC=30^\circ,$$

$$\therefore AC=2BC=2a+2b.$$

$$\therefore AE=AC-CE=a+2b.$$

$\because D, F$ 关于 AB 对称,

$$\therefore BF=BD=b.$$

$$\therefore CF=BC+BF=a+2b=AE.$$

$$\therefore DG=CF.$$

$$\therefore \triangle EDG \cong \triangle ECF.$$

$$\therefore EG=EF, \angle CEF=\angle DEG.$$

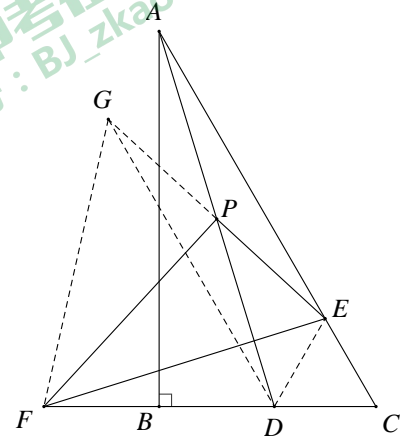
$$\therefore \angle FEG=\angle CED=60^\circ.$$

$\therefore \triangle EFG$ 为等边三角形.

$\because P$ 为 EG 中点,

$$\therefore PF \perp EG.$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle PEF \text{ 中, } PF = PE \cdot \tan \angle PEF = \sqrt{3}PE .$$



28. (本题满分 7 分)

(1) Q_1, Q_3 .

(2) 解:

$\because A$ 在直线 $y = -x + 4$ 上,

\therefore 设点 A 的坐标为 $(a, 4 - a)$.

设点 P 的一个等和点为 (m, n) ,

$\therefore m, n$ 满足 $m + 2 = n$.

由于点 (m, n) 也是点 A 的等和点,

$\therefore m, n$ 满足 $m + a = 4 - a + n$.

结合这两个式子, 推出 $a - 2 = 4 - a$, 即 $a = 3$.

$\therefore A$ 的坐标为 $(3, 1)$.

(3) $b = 2 + 4\sqrt{2}$ 或 $2 - 4\sqrt{2}$.

