



2019 年北京市高级中等学校招生考试

数 学 试 卷

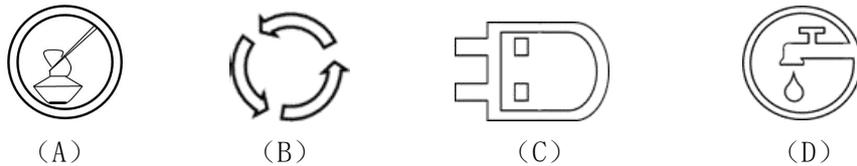
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 4 月 24 日是中国航天日，1970 年的这一天，我国自行设计、制造的第一颗人造地球卫星“东方红一号”成功发射，标志着中国从此进入了太空时代，它的运行轨道，距地球最近点 439 000 米. 将 439 000 用科学记数法表示应为

- (A) 0.439×10^6 (B) 4.39×10^6
 (C) 4.39×10^5 (D) 439×10^3

2. 下列倡导节约的图案中，是轴对称图形的是



3. 正十边形的外角和为

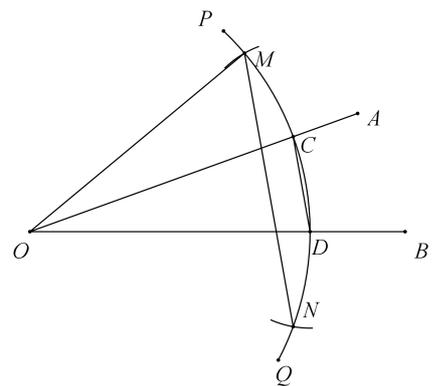
- (A) 180 (B) 360 (C) 720 (D) 1440

4. 在数轴上，点 A, B 在原点 O 的两侧，分别表示数 a, 2, 将点 A 向右平移 1 个单位长度，得到点 C. 若 $CO=BO$ ，则 a 的值为

- (A) -3 (B) -2 (C) -1 (D) 1

5. 已知锐角 $\angle AOB$ ，如图，

- (1) 在射线 OA 上取一点 C，以点 O 为圆心，OC 长为半径作 \widehat{PQ} ，交射线 OB 于点 D，连接 CD；
 (2) 分别以点 C, D 为圆心，CD 长为半径作弧，交 \widehat{PQ} 于点 M, N；
 (3) 连接 OM, MN.



根据以上作图过程及所作图形，下列结论中错误的是

- (A) $\angle COM = \angle COD$ (B) 若 $OM = MN$ ，则 $\angle AOB = 20^\circ$
 (C) $MN \parallel CD$ (D) $MN = 3CD$

6. 如果 $m + n = 1$ ，那么代数式 $\left(\frac{2m+n}{m^2-mn} + \frac{1}{m}\right) \cdot (m^2 - n^2)$ 的值为



- (A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3

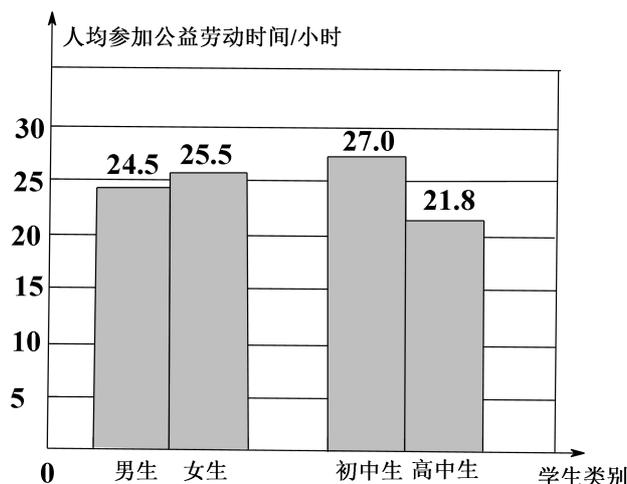
$$\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

7. 用三个不等式 $a > b$, $ab > 0$, $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 中的两个不等式作为题设, 余下的一个不等式作为结论组成一个命题, 组成真命题的个数为

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

8. 某校共有 200 名学生, 为了解本学期学生参加公益劳动的情况, 收集了他们参加公益劳动时间 (单位: 小时) 等数据, 以下是根据数据绘制的统计图表的一部分.

人数		时间				
		$0 \leq t < 10$	$10 \leq t < 20$	$20 \leq t < 30$	$30 \leq t < 40$	$t \geq 40$
学生类别						
性别	男	7	31	25	30	4
	女	8	29	26	32	8
学段	初中		25	36	44	11
	高中					



下面有四个推断:

- ①这 200 名学生参加公益劳动时间的平均数一定在 24.5-25.5 之间
- ②这 200 名学生参加公益劳动时间的中位数在 20-30 之间
- ③这 200 名学生中的初中生参加公益劳动时间的中位数一定在 20-30 之间
- ④这 200 名学生中的高中生参加公益劳动时间的中位数可能在 20-30 之间

所有合理推断的序号是

- (A) ①③ (B) ②④
(C) ①②③ (D) ①②③④



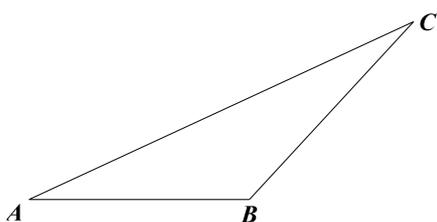
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

$$\frac{x-1}{x}$$

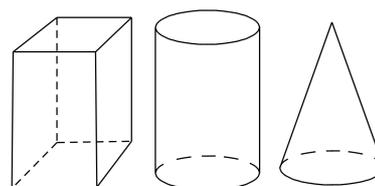
9. 若分式 $\frac{x-1}{x}$ 的值为 0，则 x 的值为_____.

10. 如图，已知 $\triangle ABC$ ，通过测量、计算得 $\triangle ABC$ 的面积约为_____ cm^2 .（结果保留一位小数）

11. 在如图所示的几何体中，其三视图中有矩形的是_____。（写出所有正确答案的序号）

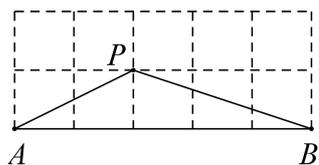


第10题图



①长方体 ②圆柱 ③圆锥

第11题图



第12题图

12. 如图所示的网格是正方形网格，则 $\angle PAB + \angle PBA =$ _____ $^\circ$ （点 A, B, P 是网格线交点）.

13. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(a, b)$ ($a > 0, b > 0$) 在双曲线 $y = \frac{k_1}{x}$ 上. 点 A 关

于 x 轴的对称点 B 在双曲线 $y = \frac{k_2}{x}$ 上，则 $k_1 + k_2$ 的值为_____.

14. 把图 1 中的菱形沿对角线分成四个全等的直角三角形，将这四个直角三角形分别拼成如图 2，图 3 所示的正方形，则图 1 中菱形的面积为_____.

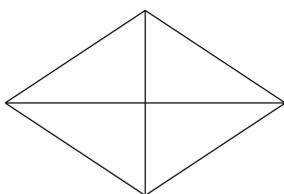


图1

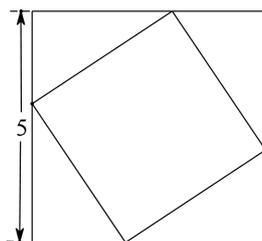


图2

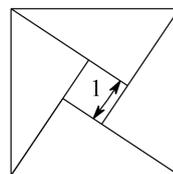


图3



15. 小天想要计算一组数据 92, 90, 94, 86, 99, 85 的方差 S_0^2 . 在计算平均数的过程中, 将这组数据中的每一个数都减去 90, 得到一组新数据 2, 0, 4, -4, 9, -5. 记这组新数据的方差为 S_1^2 , 则 S_1^2 _____ S_0^2 . (填 “>”, “=” 或 “<”)

16. 在矩形 ABCD 中, M, N, P, Q 分别为边 AB, BC, CD, DA 上的点 (不与端点重合). 对于任意矩形 ABCD, 下面四个结论中,

- ①存在无数个四边形 MNPQ 是平行四边形;
- ②存在无数个四边形 MNPQ 是矩形;
- ③存在无数个四边形 MNPQ 是菱形;
- ④至少存在一个四边形 MNPQ 是正方形.

所有正确结论的序号是 _____.

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-21 题, 每小题 5 分, 第 22-24 题, 每小题 6 分, 第 25 题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27-28 题, 每小题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $|- \sqrt{3}| - (4 - \pi)^0 + 2 \sin 60^\circ + (\frac{1}{4})^{-1}$.

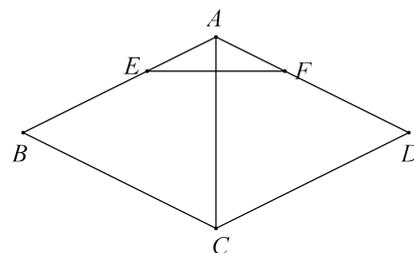
18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 4(x-1) < x+2, \\ \frac{x+7}{3} > x. \end{cases}$$

19. 关于 x 的方程 $x^2 - 2x + 2m - 1 = 0$ 有实数根, 且 m 为正整数, 求 m 的值及此时方程的根.

20. 如图, 在菱形 ABCD 中, AC 为对角线, 点 E, F 分别在 AB, AD 上, BE=DF, 连接 EF.

- (1) 求证: $AC \perp EF$;
- (2) 延长 EF 交 CD 的延长线于点 G, 连接 BD 交 AC 于点 O, 若

$BD=4, \tan G = \frac{1}{2}$, 求 AO 的长.



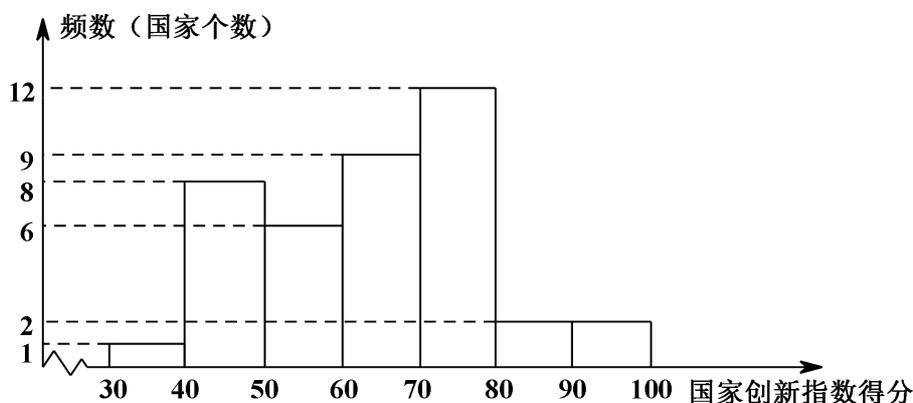
21. 国家创新指数是反映一个国家科学技术和创新竞争力的综合指数. 对国家创新指数得分



排名前 40 的国家的有关数据进行收集、整理、描述和分析。下面给出了部分信息：

a. 国家创新指数得分的频数分布直方图（数据分成 7 组）：

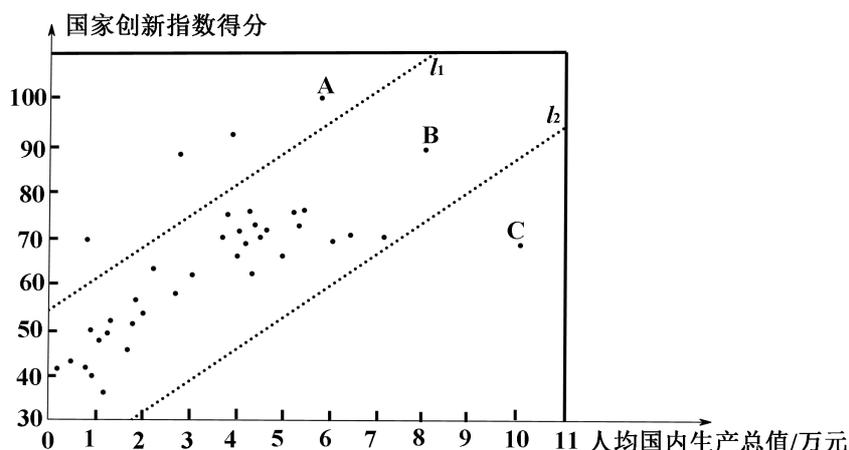
$30 \leq x < 40$, $40 \leq x < 50$, $50 \leq x < 60$, $60 \leq x < 70$, $70 \leq x < 80$, $80 \leq x < 90$, $90 \leq x \leq 100$ ）；



b. 国家创新指数得分在 $60 \leq x < 70$ 这一组的是：

61.7 62.4 63.6 65.9 66.4 68.5 69.1 69.3 69.5

c. 40 个国家的人均国内生产总值和国家创新指数得分情况统计图：



d. 中国的国家创新指数得分为 69.5.

（以上数据来源于《国家创新指数报告（2018）》）

根据以上信息，回答下列问题：

(1) 中国的国家创新指数得分排名世界第 —— ；

(2) 在 40 个国家的人均国内生产总值和国家创新指数得分情况统计图中，包括中国在内的

少数几个国家所对应的点位于虚线 l_1 的上方。请在图中用 “ ” 圈出代表中国的点；

(3) 在国家创新指数得分比中国高的国家中，人均国内生产总值的最小值约为 —— 万美元；（结果保留一位小数）

(4) 下列推断合理的是 —— .

① 相比于点 A, B 所代表的国家，中国的国家创新指数得分还有一定差距，中国提出“加快

建设创新型国家”的战略任务，进一步提高国家综合创新能力；

②相比于点 B, C 所代表的国家，中国的人均国内生产总值还有一定差距，中国提出“决胜全面建成小康社会”的奋斗目标，进一步提高人均国内生产总值.

22. 在平面内，给定不在同一直线上的点 A, B, C, 如图所示. 点 O 到点 A, B, C 的距离均等于 a (a 为常数)，到点 O 的距离等于 a 的所有点组成图形 G, $\angle ABC$ 的平分线交图形 G 于点 D, 连接 AD, CD.

(1) 求证: $AD=CD$;

(2) 过点 D 作 $DE \perp BA$, 垂足为 E, 作 $DF \perp BC$, 垂足为 F, 延长 DF 交图形 G 于点 M, 连接 CM. 若 $AD=CM$, 求直线 DE 与图形 G 的公共点个数.

A •

B •

• **C**

23. 小云想用 7 天的时间背诵若干首诗词，背诵计划如下：

①将诗词分成 4 组，第 i 组有 x_i 首, $i = 1, 2, 3, 4$;

②对于第 i 组诗词，第 i 天背诵第一遍，第 $(i+1)$ 天背诵第二遍，第 $(i+3)$ 天背诵第三遍，三遍后完成背诵，其它天无需背诵， $i = 1, 2, 3, 4$;

	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	第 5 天	第 6 天	第 7 天
第 1 组	x_1	x_1		x_1			
第 2 组		x_2	x_2		x_2		
第 3 组							
第 4 组				x_4	x_4		x_4

③每天最多背诵 14 首，最少背诵 4 首.

解答下列问题：



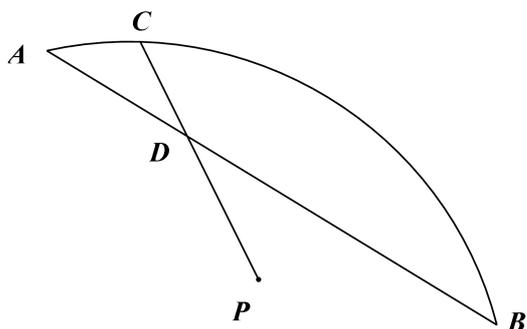


(1) 填入 x_3 补全上表:

(2) 若 $x_1 = 4$, $x_2 = 3$, $x_3 = 4$, 则 x_4 的所有可能取值为_____;

(3) 7 天后, 小云背诵的诗词最多为_____首.

24. 如图, P 是 \widehat{AB} 与弦 AB 所围成的图形的外部的一定点, C 是 \widehat{AB} 上一动点, 连接 PC 交弦 AB 于点 D.



小腾根据学习函数的经验, 对线段 PC, PD, AD 的长度之间的关系进行了探究.

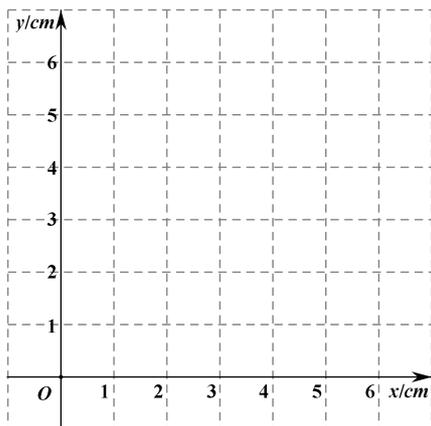
下面是小腾的探究过程, 请补充完整:

(1) 对于点 C 在 \widehat{AB} 上的不同位置, 画图、测量, 得到了线段 PC, PD, AD 的长度的几组值, 如下表:

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7	位置 8
PC/cm	3.44	3.30	3.07	2.70	2.25	2.25	2.64	2.83
PD/cm	3.44	2.69	2.00	1.36	0.96	1.13	2.00	2.83
AD/cm	0.00	0.78	1.54	2.30	3.01	4.00	5.11	6.00

在 PC, PD, AD 的长度这三个量中, 确定_____的长度是自变量, _____的长度和_____的长度都是这个自变量的函数;

(2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 画出 (1) 中所确定的函数的图象;



(3) 结合函数图象，解决问题：当 $PC=2PD$ 时，AD 的长度约为 _____ cm.

25. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $l: y = kx + 1 (k \neq 0)$ 与直线 $x = k$ ，直线 $y = -k$ 分别交于点 A, B，直线 $x = k$ 与直线 $y = -k$ 交于点 C.

(1) 求直线 l 与 y 轴的交点坐标；

(2) 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 记线段 AB , BC , CA 围成的区域 (不含边界) 为 W .

① 当 $k = 2$ 时，结合函数图象，求区域 W 内的整点个数；

② 若区域 W 内没有整点，直接写出 k 的取值范围.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx - \frac{1}{a}$ 与 y 轴交于点 A，将点 A 向右平移 2 个单位长度，得到点 B，点 B 在抛物线上.

(1) 求点 B 的坐标 (用含 a 的式子表示)；

(2) 求抛物线的对称轴；

(3) 已知点 $P(\frac{1}{2}, -\frac{1}{a})$, $Q(2, 2)$. 若抛物线与线段 PQ 恰有一个公共点, 结合函数图象, 求 a 的取值范围.

27. 已知 $\angle AOB = 30^\circ$, H 为射线 OA 上一定点, $OH = \sqrt{3} + 1$, P 为射线 OB 上一点, M 为线段 OH 上一动点, 连接 PM, 满足 $\angle OMP$ 为钝角, 以点 P 为中心, 将线段 PM 顺时针旋转 150° , 得到线段 PN, 连接 ON.

(1) 依题意补全图 1;

(2) 求证: $\angle OMP = \angle OPN$;

(3) 点 M 关于点 H 的对称点为 Q, 连接 QP. 写出一个 OP 的值, 使得对于任意的点 M 总有 $ON = QP$, 并证明.

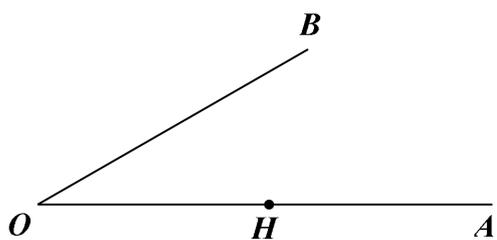
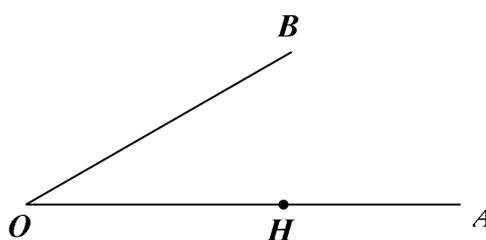
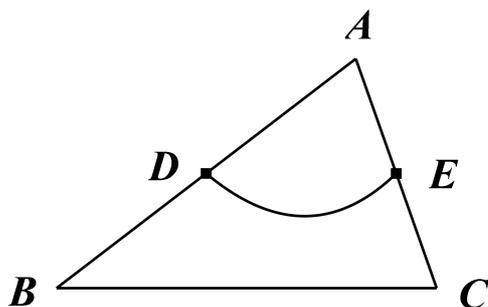


图1

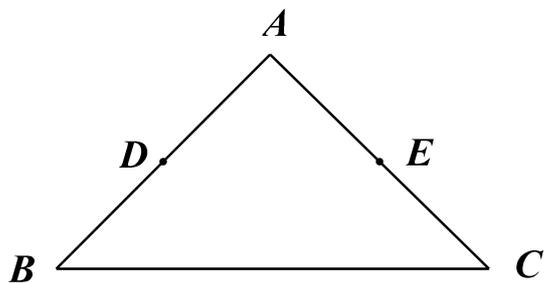


备用图

28. 在 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别是 $\triangle ABC$ 两边的中点, 如果 \widehat{DE} 上的所有点都在 $\triangle ABC$ 的内部或边上, 则称 \widehat{DE} 为 $\triangle ABC$ 的中内弧. 例如, 下图中 \widehat{DE} 是 $\triangle ABC$ 的一条中内弧.



(1) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 2\sqrt{2}$, D, E 分别是 AB, AC 的中点. 画出 $\triangle ABC$ 的最长的中内弧 \widehat{DE} , 并直接写出此时 \widehat{DE} 的长;



(2) 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(0,2), B(0,0), C(4t,0)(t > 0)$, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别是 AB, AC 的中点.

①若 $t = \frac{1}{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的中内弧 \widehat{DE} 所在圆的圆心 P 的纵坐标的取值范围;

②若在 $\triangle ABC$ 中存在一条中内弧 \widehat{DE} , 使得 \widehat{DE} 所在圆的圆心 P 在 $\triangle ABC$ 的内部或边上, 直接写出 t 的取值范围.

