丰台区 2021—2022 学年度第一学期期末练习

初三数学

2022.01

考生须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和考试号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 下列是围绕 2022 年北京冬奥会设计的剪纸图案，其中既是中心对称图形又是轴对称图形的是

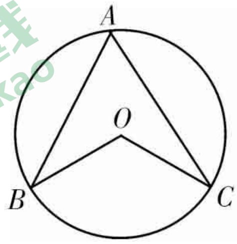
（A）

（B）

（C）

（D）

2. 如图，A,B,C 是 $\odot O$ 上的点，如果 $\angle BOC = 120^\circ$，那么 $\angle BAC$ 的度数是



（A）30°　　（B）45°

（C）60°　　（D）90°

3. 抛物线 $y=(x-4)^2+1$ 的对称轴是

（A）$x=4$　　（B）$x=1$　　（C）$x=-1$　　（D）$x=-4$

4. 把一副普通扑克牌中 13 张黑桃牌洗匀后正面向下放在桌子上. 从中随机抽取一张，抽出的牌上的数小于 6 的概率为

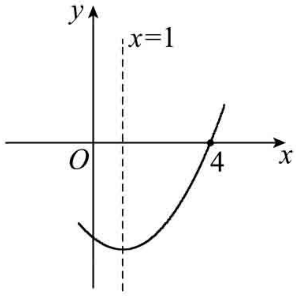
（A）$\dfrac{8}{13}$　　（B）$\dfrac{7}{13}$

（C）$\dfrac{6}{13}$　　（D）$\dfrac{5}{13}$

5. 若关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2+x+m^2-1=0$ 有一个解为 $x=0$，那么 m 的值是

（A）-1　　（B）0　　（C）1　　（D）1 或 -1

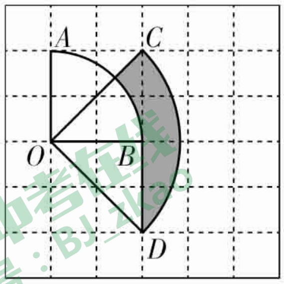
6. 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图象如图所示，那么下列说法正确的是



(A) $a=2b$　　(B) $c>0$

(C) $a+b+c>0$　　(D) $4a-2b+c=0$

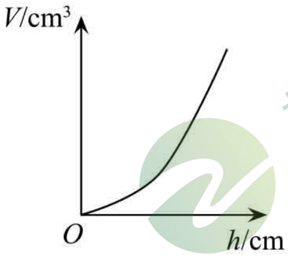
7. 如图所示，边长为 1 的正方形网格中，O,A,B,C,D 是网格线交点，若 $\overset{\frown}{AB}$ 与 $\overset{\frown}{CD}$ 所在圆的圆心都为点 O，那么阴影部分的面积为



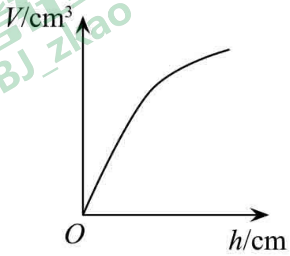
(A) π　　(B) 2π

(C) $\frac{3}{2}\pi-2$　　(D) $2\pi-2$

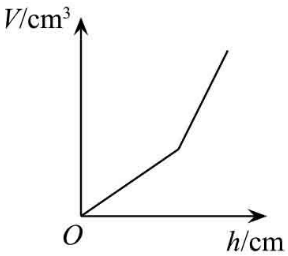
8. 如图所示，有一个容器水平放置，往此容器内注水，注满为止. 若用 h(单位:cm)表示容器底面到水面的高度，用 V(单位:cm^3)表示注入容器内的水量，则表示 V 与 h 的函数关系的图象大致是



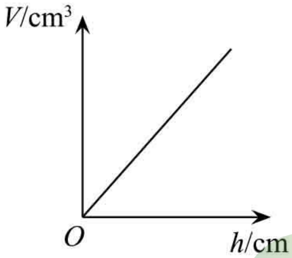
(A)



(B)



(C)



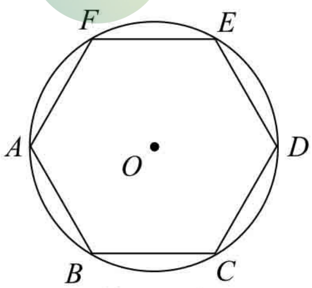
(D)

二、填空题(本题共 16 分，每小题 2 分)

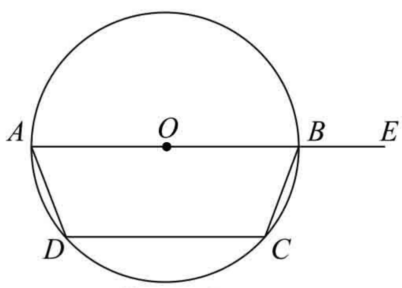
9. 如果点 $A(3,-2)$ 与点 B 关于原点对称，那么点 B 的坐标是________.

10. 如图，把⊙O 分成相等的六段弧，依次连接各分点得到正六边形 $ABCDEF$，如果⊙O 的周长为 12π，那么该正六边形的边长是________.

11. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，E 为直径 AB 延长线上一点，且 $AB/\!/DC$，若 $\angle A=70°$，则 $\angle CBE$ 的度数为________.

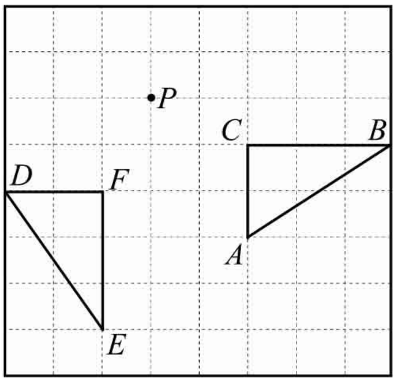


(第 10 题图)

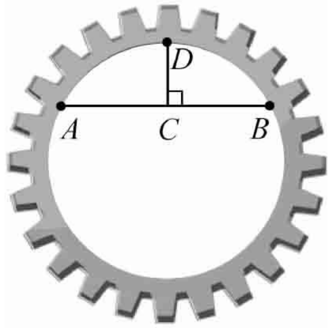


(第 11 题图)

12. 如图所示，$\triangle ABC$ 绕点 P 顺时针旋转得到 $\triangle DEF$，则旋转的角度是________.



（第 12 题图）



（第 13 题图）

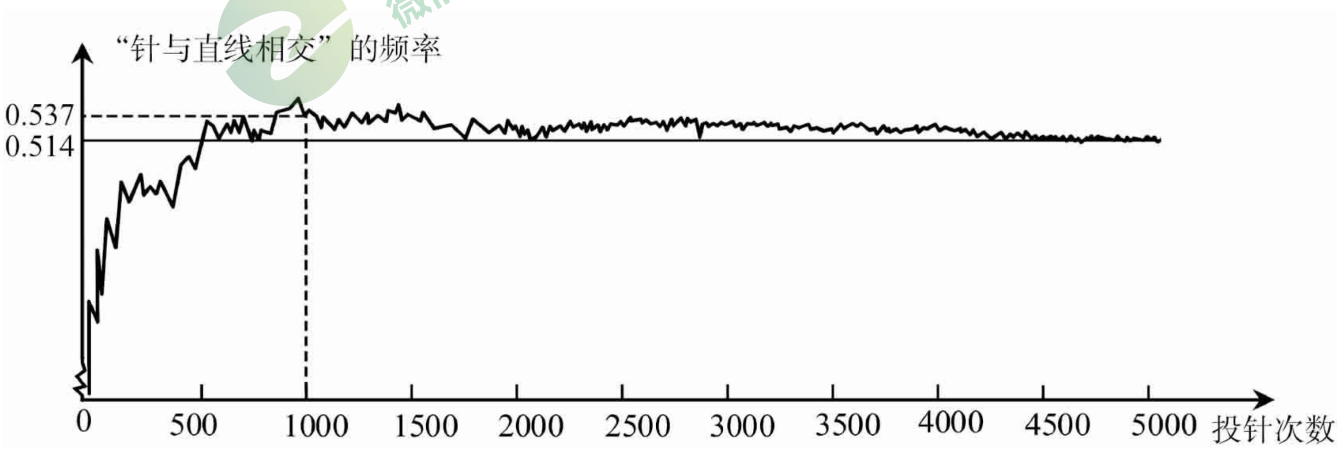
13. 数学活动课上，小东想测算一个圆形齿轮内圈圆的半径. 如图所示，小东首先在内圈圆上取点 A，B，再作弦 AB 的垂直平分线，垂足为 C，交 $\overset{\frown}{AB}$ 于点 D，连接 CD，经测量 $AB=8\text{cm}$，$CD=2\text{cm}$，那么这个齿轮内圈圆的半径为________cm.

14. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 上部分点的横坐标 x，纵坐标 y 的对应值如下表：

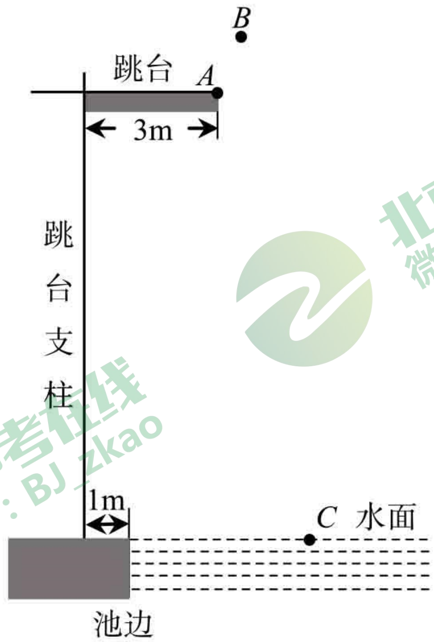
x	…	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…	5	0	-3	-4	-3	0	…

那么该抛物线的顶点坐标是________.

15. 小红利用计算机模拟“投针试验”：在一个平面上画一组间距为 $d=0.73\text{cm}$ 的平行线，将一根长度为 $l=0.59\text{cm}$ 的针任意投掷在这个平面上，针可能与某一直线相交，也可能与任一直线都不相交. 下图显示了小红某次实验的结果，那么可以估计出针与直线相交的概率是________(结果保留小数点后两位).



16. 中国跳水队在第三十二届夏季奥林匹克运动会上获得 7 金 5 银 12 枚奖牌的好成绩. 某跳水运动员从起跳至入水的运动路线可以看作是抛物线的一部分. 如图所示,该运动员起跳点 A 距离水面 10m,运动过程中的最高点 B 距池边 2. 5m,入水点 C 距池边 4m,根据上述信息,可推断出点 B 距离水面________m.



三、解答题(本题共 68 分,第 17 – 22 题,每小题 5 分,第 23 – 26 题,每小题 6 分,第 27,28 题,每小题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $\frac{1}{2}(\sqrt{8}+1)+(\sqrt{\frac{1}{2}})^2+|1-\sqrt{2}|$.

18. 解方程: $x^2-2x-3=0$.

19. 下面是小亮设计的“过圆上一点作已知圆的切线”的尺规作图过程.

已知:点 A 在⊙O 上.

求作:直线 PA 和⊙O 相切.

作法:如图,

① 连接 AO;

② 以 A 为圆心,AO 长为半径作弧,与⊙O 的一个交点为 B;

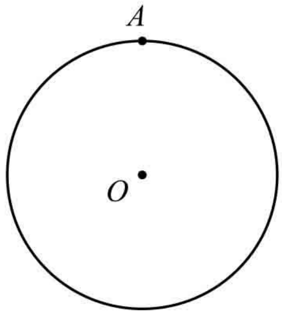
③ 连接 BO;

④ 以 B 为圆心,BO 长为半径作圆;

⑤ 作⊙B 的直径 OP;

⑥ 作直线 PA.

所以直线 PA 就是所求作的⊙O 的切线.



根据小亮设计的尺规作图过程,

(1)使用直尺和圆规,依作法补全图形(保留作图痕迹);

(2)完成下面的证明:

证明:在⊙O 中,连接 BA.

∵ $OA=OB$,$AO=AB$,

∴ $OB=AB$.

∴ 点 A 在⊙B 上.

∵ OP 是⊙B 的直径,

∴ $\angle OAP=90°$(________________)(填推理的依据).

∴ $OA\perp AP$.

又∵ 点 A 在⊙O 上,

∴ PA 是⊙O 的切线(________________)(填推理的依据).

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-3kx+2k^2=0$.

(1)求证:该方程总有两个实数根;

(2)若 $k>0$,且该方程的两个实数根的差为 1,求 k 的值.

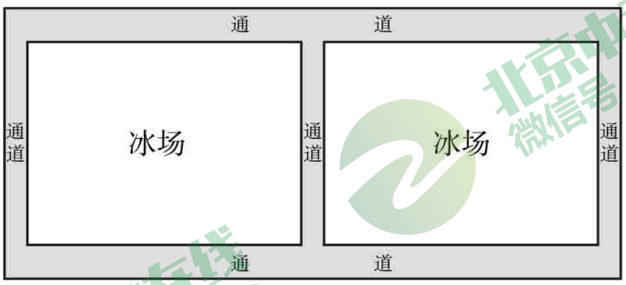
21. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=x^2+mx+n$ 经过点 $A(-3,0)$，$B(1,0)$.

(1)求抛物线的解析式；

(2)设抛物线与 y 轴的交点为 C，求△ABC 的面积.

22. 小宇和小伟玩“石头、剪刀、布”的游戏. 这个游戏的规则是：“剪刀”胜“布”，“布”胜“石头”，“石头”胜“剪刀”，手势相同不分胜负. 如果二人同时随机出手(分别出三种手势中的一种手势)一次，那么小宇获胜的概率是多少？

23. 某校举办了“冰雪运动进校园”活动，计划在校园一块矩形的空地上铺设两块完全相同的矩形冰场. 如下图所示，已知空地长 27m，宽 12m，矩形冰场的长与宽的比为 4 : 3，如果要使冰场的面积是原空地面积的 $\frac{2}{3}$，并且预留的上、下通道的宽度相等，左、中、右通道的宽度相等，那么预留的上、下通道的宽度和左、中、右通道的宽度分别是多少米？

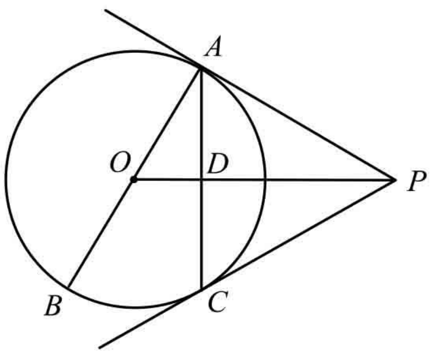


24. 如图，AB 是⊙O 的直径，PA，PC 是⊙O 的切线，A，C 是切点，连接 AC，PO，交点为 D.

(1)求证：$\angle BAC=\angle OPC$；

(2)延长 PO 交⊙O 于点 E，连接 BE，CE.

若 $\angle BEC=30°$，$PA=8$，求 AB 的长.



25. 小朋在学习过程中遇到一个函数 $y=\frac{1}{2}|x|(x-3)^2$.

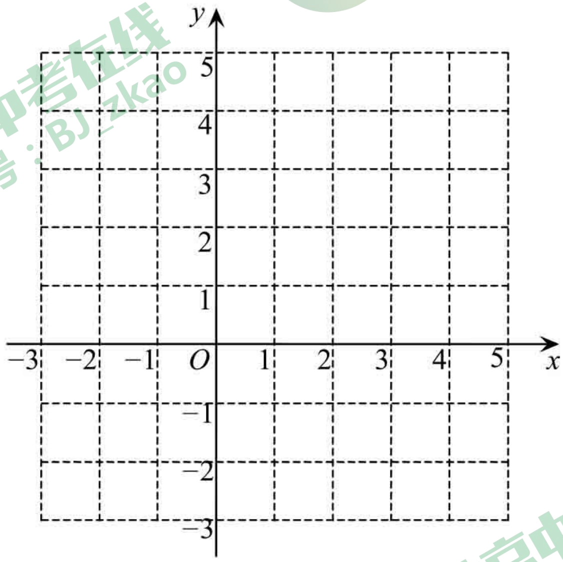
下面是小朋对其探究的过程,请补充完整:

(1)观察这个函数的解析式可知,x 的取值范围是全体实数,并且 y 有________值(填“最大”或“最小”),这个值是________;

(2)进一步研究,当 $x\geqslant 0$ 时,y 与 x 的几组对应值如下表:

x	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	$\frac{7}{2}$	4	…
y	0	$\frac{25}{16}$	2	$\frac{27}{16}$	1	$\frac{5}{16}$	0	$\frac{7}{16}$	2	…

结合上表,画出当 $x\geqslant 0$ 时,函数 $y=\frac{1}{2}|x|(x-3)^2$ 的图象;



(3)结合(1)(2)的分析,解决问题:

若关于 x 的方程 $\frac{1}{2}|x|(x-3)^2=kx-1$ 有一个实数根为 2,则该方程其它的实数根约为________(结果保留小数点后一位).

26. 在平面直角坐标系 xOy 中,$P(x_1,y_1)$,$Q(x_2,y_2)$ 是抛物线 $y=x^2-2mx+m^2-1$ 上任意两点.

(1)求抛物线的顶点坐标(用含 m 的式子表示);

(2)若 $x_1=m-2$,$x_2=m+2$,比较 y_1 与 y_2 的大小,并说明理由;

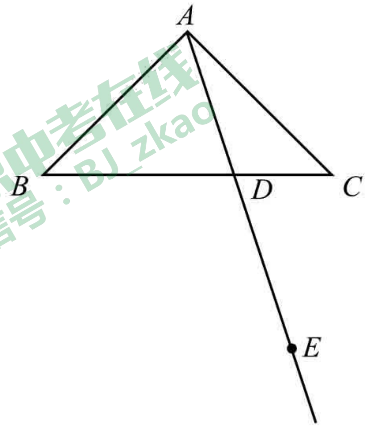
(3)若对于 $-1\leqslant x_1<4$,$x_2=4$,都有 $y_1\leqslant y_2$,直接写出 m 的取值范围.

27. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB = AC$，$\angle BAC = 90^\circ$，D是边BC上一点，作射线AD，满足$0^\circ < \angle DAC < 45^\circ$，在射线$AD$取一点$E$，且$AE > BC$. 将线段$AE$绕点$A$逆时针旋转$90^\circ$得到线段$AF$，连接$BE$，$FE$，连接$FC$并延长交$BE$于点$G$.

(1)依题意补全图形；

(2)求$\angle EGF$的度数；

(3)连接GA，用等式表示线段GA，GB，GC之间的数量关系，并证明.



28. 对于平面直角坐标系xOy中的图形M，N，给出如下定义：若图形M和图形N有且只有一个公共点P，则称点P是图形M和图形N的“关联点”.

已知点$A(2,0)$，$B(0,2)$，$C(2,2)$，$D(1,\sqrt{3})$.

(1)直线l经过点A，$\odot B$的半径为2，在点A，C，D中，直线l和$\odot B$的“关联点”是________；

(2)G为线段OA中点，Q为线段DG上一点(不与点D，G重合)，若$\odot Q$和$\triangle OAD$有“关联点”，求$\odot Q$半径r的取值范围；

(3)$\odot T$的圆心为点$T(0,t)(t>0)$，半径为t，直线m过点A且不与x轴重合.

若$\odot T$和直线m的“关联点”在直线$y = x + b$上，请直接写出b的取值范围.

丰台区 2021—2022 学年度第一学期期末练习

初三数学参考答案　　　　2022.01

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	A	D	A	D	C	B

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. $(-3,2)$；　10. 6；　11. 110°；　12. 90°；　13. 5；　14. $(1,-4)$；　15. 略；　16. 11.25

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27，28 题，每小题 7 分）

17. 解：原式 $=\frac{1}{2}(2\sqrt{2}+1)+\frac{1}{2}+\sqrt{2}-1$ ………………… 3 分

$=\sqrt{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\sqrt{2}-1$ ………………… 4 分

$=2\sqrt{2}$. ………………… 5 分

18. 解：移项，得　$x^2-2x=3$， ………………… 1 分

配方，得　$(x-1)^2=4$， ………………… 2 分

由此可得　$x-1=\pm 2$， ………………… 3 分

$x_1=3, x_2=-1$. ………………… 5 分

19. 解：（1）略； ………………… 3 分

（2）直径所对的圆周角是直角. ………………… 4 分

经过半径外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线. ………………… 5 分

20. （1）证明：$a=1$，$b=-3k$，$c=2k^2$.

$\Delta=(-3k)^2-4\times 2k^2=k^2$. ………………… 1 分

$\because k^2\geq 0$，

$\therefore \Delta\geq 0$.

$\therefore$ 原方程总有两个实数根. ………………… 2 分

（2）解：$x=\dfrac{3k\pm\sqrt{k^2}}{2}$， ………………… 3 分

$x_1=2k$，$x_2=k$. ………………… 4 分

$\because k>0$，

$\therefore 2k>k$.

$\therefore 2k-k=1$.

$\therefore k=1$. ………………… 5 分

21. （1）解：∵抛物线 $y=x^2+mx+n$ 经过点 A（$-3,0$），B（$1,0$），

$$\therefore \begin{cases}(-3)^2-3m+n=0,\\ 1^2+m+n=0.\end{cases}$$ ……………………1 分

$$\therefore \begin{cases}m=2,\\ n=-3.\end{cases}$$

∴ 抛物线的解析式为 $y=x^2+2x-3$. ……………………3 分

（2） 令 $x=0$ ， $y=-3$，

$\therefore C(0,-3)$. ……………………4 分

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot OC=\frac{1}{2}\times 4\times 3=6$. ……………………5 分

22. 解：

小宇 \ 小伟	石头	剪刀	布
石头	（石头，石头）	（剪刀，石头）	（布，石头 ）
剪刀	（石头，剪刀）	（剪刀，剪刀）	（布，剪刀）
布	（石头， 布）	（剪刀， 布）	（布， 布）

……………………2 分

由上表可知，小宇、小伟二人同时随机出手一次的结果有 9 种,并且它们出现的可能性相等，在所有可能的结果中满足小宇获胜的结果有 3 种，即

（布，石头），（石头，剪刀），（剪刀，布）， ……………………4 分

$\therefore P(\text{小宇获胜})=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$. ……………………5 分

23. 解：设矩形冰场的长为 $4x$ m，宽为 $3x$ m. ……………………1 分

列方程 $4x\cdot 3x\cdot 2=\frac{2}{3}\times 27\times 12$. ……………………3 分

解方程，得 $x_1=3$ ， $x_2=-3$（不合题意，舍去）. ……………………4 分

上、下通道的宽度为 $\frac{1}{2}\times(12\text{-}9)=1.5$ ，

左、中、右通道的宽度为 $\frac{1}{3}\times(27\text{-}12\times 2)=1$. ……………………5 分

答：上、下通道的宽度为 1.5 m，左、中、右通道的宽度为 1 m. ……………………6 分

24. （1）证明：∵PA 是⊙O 的切线， A 是切点，

$\therefore \angle OAP=90^\circ$.

$\therefore \angle BAC+\angle PAD=90^\circ$.

∵PC 是⊙O 的切线，C 是切点，

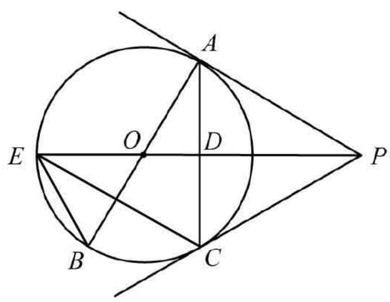
∴PA=PC， $\angle OPA=\angle OPC$.

$\therefore PO\perp AC$.

$\therefore \angle OPA+\angle PAD=90^\circ$.

$\therefore \angle BAC=\angle OPA$.

$\therefore \angle BAC=\angle OPC$. ……………………3 分



（2）解　　$\because \angle BAC$与$\angle BEC$所对的弧都是$\overset{\frown}{BC}$，且$\angle BEC=30°$，

$\therefore \angle BAC=\angle BEC=30°$.

$\therefore \angle OPA=\angle BAC=30°$.

$\because \angle OAP=90°$,

$\therefore PO=2AO$.

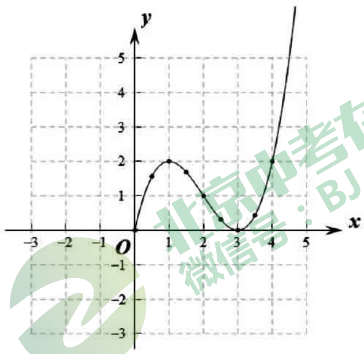
在RtΔAOP中，　$PA^2+AO^2=PO^2$且$PA=8$，

$\therefore AO=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$.

$\therefore AB=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$.　　　　........................ 6 分

25.（1）最小，0 ；　　　　........................ 2 分

（2）



.... 4 分

（3）4.2.　　　　........................ 6 分

26.（1）$(m,-1)$;　　　　........................ 2 分

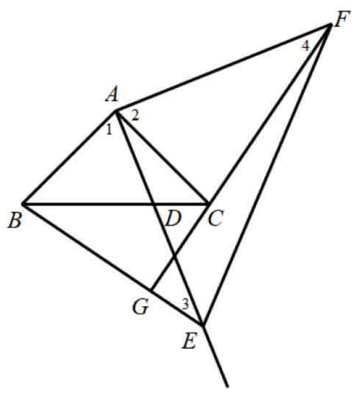
（2）$\because y=x^2-2mx+m^2-1=(x-m)^2-1$, 且点 P、Q 在抛物线上,

$\therefore y_1=(m+2-m)^2-1=3$,　　$y_2=(m-2-m)^2-1=3$.

$\therefore y_1=y_2$.　　　　........................ 4 分

（3）$m\le\dfrac{3}{2}$.　　　　........................ 6 分

27.（1）图略；........................ 1 分



（2）证明：$\because \angle BAC=\angle EAF=90°$,

$\therefore \angle 1=\angle 2$.

$\because AB=AC$ ，$AE=AF$,

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle ACF$.

$\therefore \angle 3=\angle 4$.

由题意可知，$\angle EAF=90°$

$\therefore \angle AEF=\angle AFE=45°$

$\therefore \angle GEF+\angle GFE=\angle 45°+\angle 3+45°-\angle 4=90°$.

$\therefore \angle FGE=90°$　　　　............. 3 分

（3） $GB+GC=\sqrt{2}GA$.

证明：在线段 FC 上取一点 H，使 $FH=EG$.

$\because$ $\angle 4=\angle 3$， $AF=AE$，

$\therefore \triangle AFH \cong \triangle AEG$.

$\therefore AH=AG$ ， $\angle HAF=\angle GAE$.

$\because \angle HAF+\angle EAH=90°$，

$\therefore \angle GAE+\angle EAH=90°$.

$\therefore \angle GAH=90°$.

$\therefore \Delta AGH$ 是等腰直角三角形.

$\therefore GH=\sqrt{2}GA$.

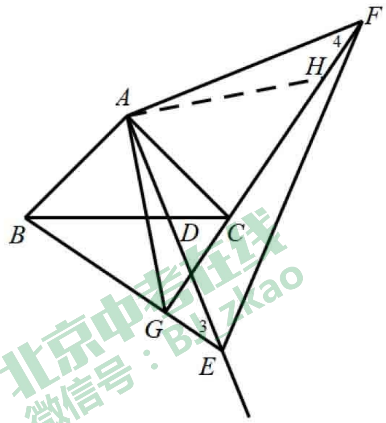
由（2）可知， $FC=EB$.

$\therefore FC-FH=EB-EG$.

即 $HC=GB$.

$\therefore GH=GC+CH=\sqrt{2}GA$.

$\therefore GB+GC=\sqrt{2}GA$ . ... 7 分



28（1） C; .... 2 分

（2） $\because \triangle OAD$ 为等边三角形，G 是 OA 中点， $OA=2$，

$\therefore$ $DG=\sqrt{3}$.

当⊙ Q 是 $\triangle OAD$ 的内切圆时， $r=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$；

当⊙ Q 是 $\triangle OAD$ 的外接圆时， $r=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

若点 G 是⊙ Q 与 $\triangle AOD$ 的“关联点”，

则 $0<r<\dfrac{\sqrt{3}}{3}$；

若点 D 是⊙ Q 与 $\triangle AOD$ 的“关联点”，

则 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}<r<\sqrt{3}$；

综上， $0<r<\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 或 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}<r<\sqrt{3}$ . ...5 分

（3） $-4<b\le 2\sqrt{2}-2$ . ...7 分