



2021 北京延庆初二（上）期末

数 学

考

1. 本试卷共 6 页，共三道大题，25 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和学号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色签字笔作答。

一、 选择题：（共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 2020 年初，新型冠状病毒引发肺炎疫情.一方有难，八方支援，危难时刻，全国多家医院纷纷选派医护人员驰援武汉.下面是四家医院标志的图案部分，其中是轴对称图形的是



齐鲁医院

A.



华西医院

B.



湘雅医院

C.



协和医院

D.

2. 若二次根式 $\sqrt{x-2}$ 有意义，则 x 的取值范围是

A. $x > 2$ B. $x \geq 2$ C. $x < 2$ D. $x \leq 2$

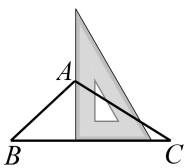
3. 一个不透明的盒子中装有 3 个白球、9 个红球，这些球除颜色外，没有任何其它区别，现从这个盒子中随机摸出一个球，摸到红球的可能性是

A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{2}{3}$

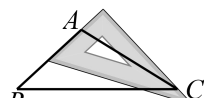
4. 下列长度的三条线段，能组成直角三角形的是

A. 3, 4, 8 B. 5, 6, 10 C. 5, 5, 11 D. 5, 12, 13

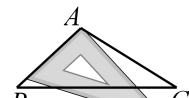
5. 如图，用三角板画 $\triangle ABC$ 的边 AB 上的高线，下列三角板的摆放位置正确的是



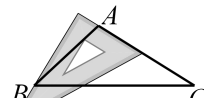
A.



B.



C.



D.

6. 北京今年 6 月某日部分区的最高气温如下表：

区	大兴	通州	平谷	顺义	怀柔	门头沟	延庆	昌平	密云	房山
最高气温 $^{\circ}\text{C}$	32	32	30	32	30	32	29	32	30	32

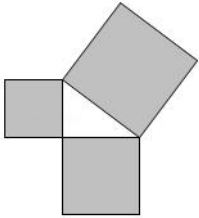
则这 10 个区该日最高气温的众数和中位数分别是

- A. 32, 32 B. 32, 30 C. 30, 32 D. 32, 31

7. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^{\circ}$, $AC=BC=1$. 点 Q 在直线 BC 上, 且 $AQ=2$, 则线段 BQ 的长为

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{3}+1$ 或 $\sqrt{3}-1$ D. $\sqrt{5}+1$ 或 $\sqrt{5}-1$

8. 如图是用三块正方形纸片以顶点相连的方式设计的“毕达哥拉斯”图案. 现有五种正方形纸片, 面积分别是 1, 2, 3, 4, 5, 选取其中三块(可重复选取)按图的方式组成图案, 使所围成的三角形是面积最大的直角三角形, 则选取的三块纸片的面积分别是



- A. 1, 4, 5 B. 2, 3, 5
C. 3, 4, 5 D. 2, 2, 4

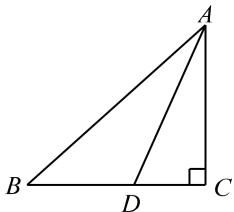
二、填空题 (共 8 个小题, 每题 3 分, 共 24 分)

9. 要使分式 $\frac{1}{x-7}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

10. 实数 9 的平方根是_____.

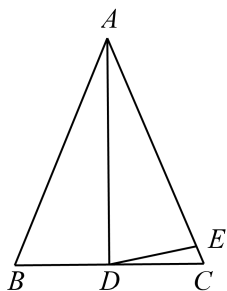
11. 化简: $\frac{a^2}{a-b} + \frac{b^2}{b-a} =$ _____.

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^{\circ}$, AD 平分 $\angle BAC$, $AB=10$, $DC=3$, 则 $\triangle ABD$ 的面积为_____.

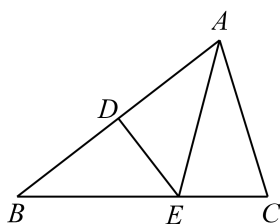


13. 如右图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 为 BC 的中点, $\angle BAD=20^{\circ}$, 且 $AE=AD$, 则 $\angle CDE$ 的度数是_____.

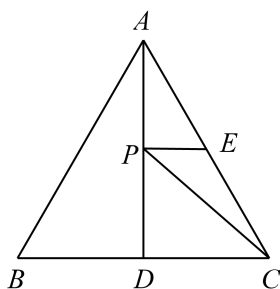




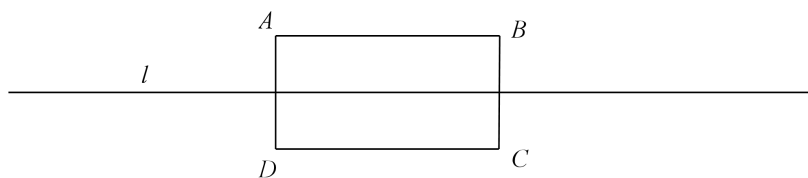
14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AB 的垂直平分线交 AB 于点 D ，交 BC 于点 E ，若 $BC=6$ ， $AC=5$ ，则 $\triangle ACE$ 的周长为_____.



15. 如图， $\triangle ABC$ 是等边三角形，边长为2， AD 是 BC 边上的高. E 是 AC 边中点，点 P 是 AD 上的一个动点，则 $PC+PE$ 的最小值是____，此时 $\angle CPE$ 的度数是_____.



16. 如图所示，在长方形 $ABCD$ 的对称轴 l 上找点 P ，使得 $\triangle PAB$ ， $\triangle PBC$ 均为等腰三角形，则满足条件的点 P 有个.



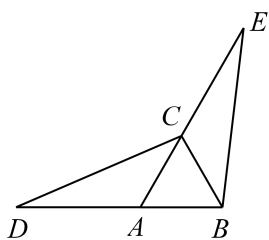
三、解答题（本题共 52 分）

17. (5分) 计算： $\sqrt{12} + |2 - \sqrt{3}| + \sqrt[3]{8} - \sqrt{2^2}$.

18. (5分) 计算： $4\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{6} \times \sqrt{3} + \sqrt{12} \div \sqrt{3}$.

19. (5分) 如图, 已知等边三角形 ABC , 延长 BA 至点 D , 延长 AC 至点 E , 使 $AD=CE$, 连接 CD , BE .

求证: $\triangle ACD \cong \triangle CBE$.



20. (5分) 解方程: $\frac{x}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} = 1$.

21. (5分) 先化简, 再求值: $(1 - \frac{2a-1}{a^2}) \div \frac{a-1}{a^3}$, 其中 $a^2 - a - \sqrt{3} = 0$.

22. (6分) 2020年12月1日6时26分, 北京延庆迎来首列高铁 G8881 停靠, 标志着京张高铁延庆支线及市郊铁路 S2 线正式开通运营, 综合交通服务中心(换乘中心)同步投入使用.作为京张高铁支线火车站, 延庆综合交通服务中心是集高铁、市郊铁路、公交、出租车、自行车及停车场等多种形式于一体的综合枢纽.同时, 作为北京 2022 年冬奥会重点交通服务配套设施, 该中心将在冬奥会期间承担观众和部分注册人员的交通转换及服务功能, 冬奥会后将服务于延庆区日常活动及通勤, 并为游客提供出行便利.小李计划周末到延庆站参观.为了响应绿色出行号召, 他从家到延庆站由驾车改为骑自行车.小李家距离延庆站 20 千米, 在相同路线上, 驾车的平均速度是骑自行车平均速度的 4 倍, 骑自行车所用时间比驾车所用时间多 45 分钟, 求小李驾车的平均速度是多少?



23. (7分) 如图, 线段 AB 和射线 BM 交于点 B .

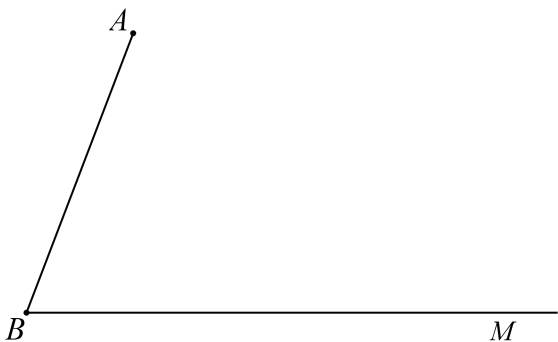
(1) 利用尺规完成以下作图, 并保留作图痕迹 (不写作法)

①在射线 BM 上作一点 C , 使 $AC=AB$, 连接 AC ;

②作 $\angle ABM$ 的平分线交 AC 于点 D ;

③在射线 CM 上作一点 E , 使 $CE=CD$, 连接 DE ;

(2) 在 (1) 所作的图形中, 猜想线段 BD 与 DE 的数量关系, 并证明.



24. (7分) 我们规定用 (a, b) 表示一对数对. 给出如下定义: 记 $m = \frac{1}{\sqrt{a}}$, $n = \sqrt{b}$ 其中 $(a > 0, b > 0)$, 将

(m, n) 与 (n, m) 称为数对 (a, b) 的一对“对称数对”.

例如: $(4, 1)$ 的一对“对称数对”为 $(\frac{1}{2}, 1)$ 和 $(1, \frac{1}{2})$;

(1) 数对 $(9, 3)$ 的一对“对称数对”是_____;

(2) 若数对 $(3, y)$ 的一对“对称数对”相同, 则 y 的值为_____;

(3) 若数对 $(x, 2)$ 的一个“对称数对”是 $(\sqrt{2}, 1)$, 则 x 的值为_____;

(4) 若数对 (a, b) 的一个“对称数对”是 $(\sqrt{3}, 3\sqrt{2})$, 求 ab 的值.



25. (7分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D, E 分别是边 BC 上的两点, $AD=AE$, 点 E 关于直线 AC 的对称点是点 M , 连接 AM, DM ;

(1) 如图1, 当 $\angle BAC=60^\circ$ 时;

①依题意补全图形;

②若 $\angle BAD=\alpha$, 则 $\angle AEB=$ _____ ; (用含 α 的式子表示);

③求证: $DA=DM$;

(2) 如图2, 当 $\angle BAC=90^\circ$ 时, 依题意补全图形, 用等式表示线段 DC, EC, AM 之间的数量关系, 并证明.

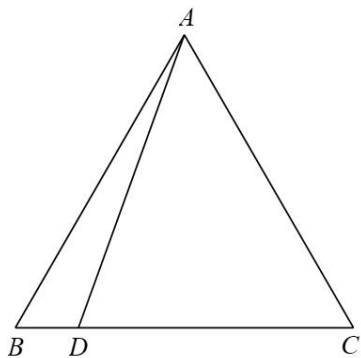


图1

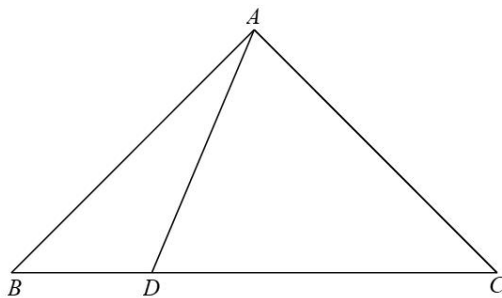


图2



2021 北京延庆初二（上）期末数学

参考答案

一、选择题：（共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分）

ABAD BACB

二、填空题（共 8 个小题，每空 3 分，共 24 分）

9. $x \neq 7$ 10. ± 3 11. $a+b$ 12. 15

13. 10° 14. 11 15. $\sqrt{3}$, 60° 16. 5 .

三、解答题（17-21 每题 5 分，共 25 分；22 题 6 分；23---25 题每题 7 分；共 52 分）

17. $\sqrt{12} + |2 - \sqrt{3}| + \sqrt[3]{8} - \sqrt{2^2}$

解： $= 2\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + 2 - 2 \dots \dots \dots 4$ 分

$= \sqrt{3} + 2 \dots \dots \dots 5$ 分

18. $4\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{6} \times \sqrt{3} + \sqrt{12} \div \sqrt{3}$

解： $= 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 2 \dots \dots \dots 4$ 分

$= 2 - \sqrt{2} \dots \dots \dots 5$ 分

19. 证明： $\because \triangle ABC$ 是等边三角形

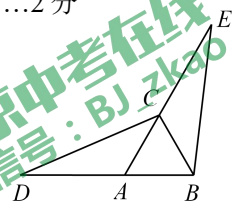
$\therefore AC=BC \dots \dots \dots 1$ 分

$\therefore \angle CAB = \angle BCA = 60^\circ$

$\therefore \angle DAC = \angle BCE = 120^\circ \dots \dots \dots 2$ 分

\therefore 在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle CBE$ 中

$$\begin{cases} AD = CE \\ \angle DAC = \angle BCE \dots \dots \dots 4 \text{分} \\ AC = BC \end{cases}$$

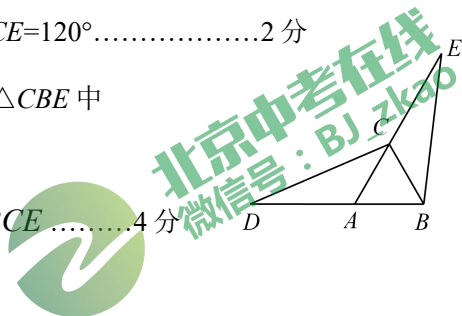


$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBE (SAS) \dots \dots \dots 5$ 分

20. $\frac{x}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} = 1$

解： 方程两边同时乘以 $(x+2)(x-2)$ 得

$x(x+2) - 1 = (x+2)(x-2) \dots \dots \dots 2$ 分



$$x = -\frac{3}{2} \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

检验：当 $x = -\frac{3}{2}$ 时， $(x+2)(x-2) \neq 0$ ，

$\therefore x = -\frac{3}{2}$ 是原方程的解.....5分

21. 解： $(1 - \frac{2a-1}{a^2}) \div \frac{a-1}{a^3}$

$$= \frac{a^2 - 2a + 1}{a^2} \cdot \frac{a^3}{a-1} \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$= \frac{(a-1)^2}{a^2} \cdot \frac{a^3}{a-1} \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$= a^2 - a \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$\therefore a^2 - a - \sqrt{3} = 0$$

$$\therefore a^2 - a = \sqrt{3} \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

22. 解： 设骑自行车的平均时速为 x km/h，则驾车的平均时速为 $4x$ km/h，由题意

$$\text{得： } \frac{20}{x} - \frac{20}{4x} = \frac{45}{60} \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

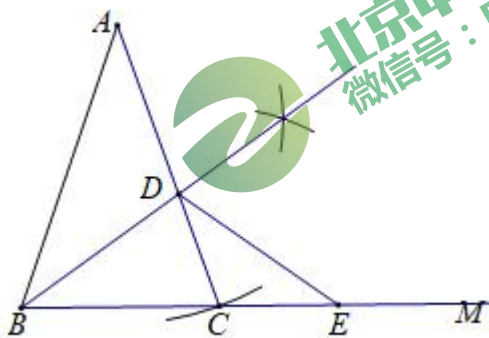
$$\text{解得 } x = 20 \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

经检验： $x = 20$ 是所列方程的解，且符合实际问题的意义.5分

$$\text{当 } x = 20 \text{ 时， } 4x = 4 \times 20 = 80 \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

答： 小李驾车的平均时速为 80 km/h.

23. (1)



.....3分

(说明： AC 、 BD 、 DE 各 1 分)

(2) BD 与 DE 的数量关系： $BD=DE$4分



北京中考在线
微信号：BJ_zkao

证明: $\because AB=AC$

$\therefore \angle ABC=\angle ACB$5分

$\because BD$ 平分 $\angle ABM$

$\therefore \angle ABC=2\angle DBC$

$\because DC=CE$

$\therefore \angle CDE=\angle CED$6分

$\therefore \angle ACB=2\angle CED$

$\therefore \angle DBC=\angle CED$

$\therefore BD=DE$7分

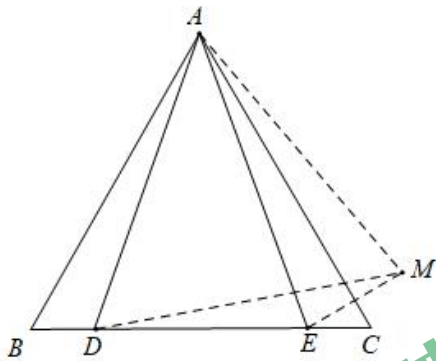
24. (1) $(\frac{1}{3}, \sqrt{3})$ 与 $(\sqrt{3}, \frac{1}{3})$ 2分

(2) $\frac{1}{3}$ 3分

(3) 14分

(4) $ab = \frac{1}{6}$ 或 $ab = 6$ 7分

25. (1) ①如图.....1分



② $\angle AEB=60^\circ+\alpha$ 2分

③提示: 求出 $\angle DAM=60^\circ$, $DA=MA$

得到 $\triangle ADM$ 是等边三角形.....3分

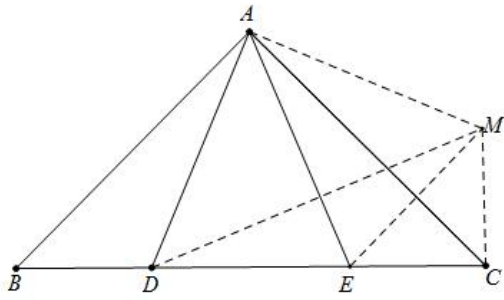
$\therefore DA=DM$4分

(2) 线段 DC , EC , AM 之间的数量关系: $DC^2 + EC^2 = 2AM^2$...5分

证明:



北京中考在线
微信号: BJ_zkao



提示：证出 $\triangle DMC$ 是直角三角形，得到 $DC^2 + EC^2 = DM^2$...6分

证出 $\triangle ADM$ 是等腰直角三角形，得到 $DM = \sqrt{2}AM$

从而代换得到 $DC^2 + EC^2 = 2AM^2$...7分

