2022 北京工大附中初二 6 月月考

数　　学

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分，答案填入下表）

1. 方差是表示一组数据的

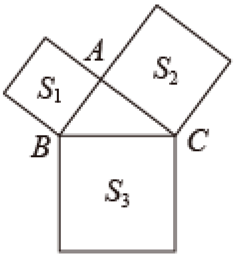
A. 变化范围　　B. 平均水平　　C. 数据个数　　D. 波动大小

2. 矩形具有而平行四边形不具有的性质是（　　）

A. 对角线互相平分　　B. 对角线相等

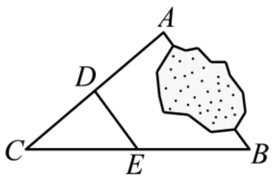
C. 对角线互相垂直　　D. 四边相等

3. 如图，在 Rt△ABC 中，分别以三角形的三条边为边向外作正方形，面积分别记为 S_1，S_2，S_3．若 $S_1=9$，$S_2=16$，则 S_3 的值为（ ）



A. 7　　B. 10　　C. 20　　D. 25

4. 如图，小山为了测量某湖两岸 A，B 两点间的距离，先在 AB 外选定一点 C，然后测量得到 CA，CB 的中点 D，E，且 DE＝8m，从而计算出 A，B 两点间的距离是（　　）m



A. 8　　B. 12　　C. 16　　D. 20

5. 下列计算正确的是（　　）

A. $\sqrt{12}=3\sqrt{2}$　　B. $\frac{1}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{6}\div\sqrt{2}=\sqrt{3}$

6. 在 Rt△ABC 中，∠C＝90°，AC＝3，BC＝4，则斜边上的高是（　　）

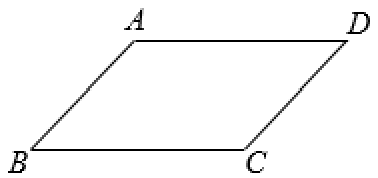
A. 1.2　　B. 2.4　　C. 2.5　　D. 5

7. 在下列关于变量 x，y 的关系式中，能够表示 y 是 x 的函数关系的是（　　）

A. $y^2=x$　　B. $y=\pm\sqrt{x}$　　C. $y=x$　　D. $|y|=x$

8. 在平行四边形 $ABCD$ 中，O 为 AC 的中点，点 E，M 为 AD 边上任意两个不重合的动点（不与端点重合），EO 的延长线与 BC 交于点 F，MO 的延长线与 BC 交于点 N．下面四个推断：①EF＝MN；②EN∥MF；③若平行四边形 $ABCD$ 是菱形，则至少存在一个四边形 $ENFM$ 是菱形；④对于任意的平行四

边形 $ABCD$，可能存在无数个四边形 $ENFM$ 是矩形，其中，所有正确的有（　　）

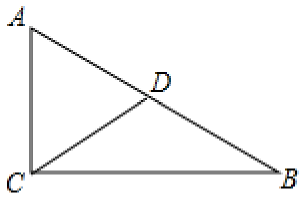


A. ①③　　B. ②③　　C. ①④　　D. ②④

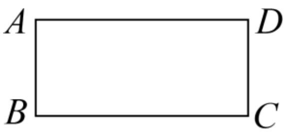
二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

9. 函数 $y=\dfrac{2x}{\sqrt{x-3}}$ 中自变量 x 的取值范围是____________.

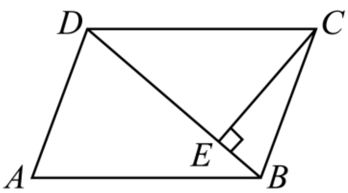
10. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，点 D 是 AB 的中点， $AC=6$ ， $BC=8$，则 $CD=$______________.



11. 如图，请给矩形 $ABCD$ 添加一个条件，使它成为正方形，则此条件可以为________.



12. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=70°$ ，$DB=DC$， $CE\perp BD$ 于 E，则 $\angle BCE=$_______.



13. 已知一次函数 $y=(k-3)x+1$ 中，y 随 x 的增大而减小，则 k 的取值范围是_______.

14. 将四个图 1 中的直角三角形，分别拼成如图 2，图 3 所示的正方形，则图 2 中阴影部分的面积为_____.

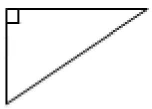


图1

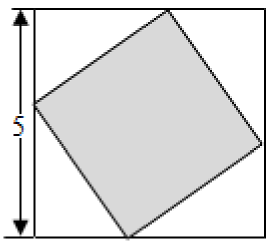


图2

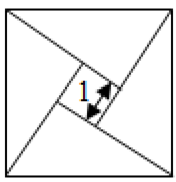
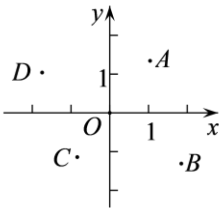
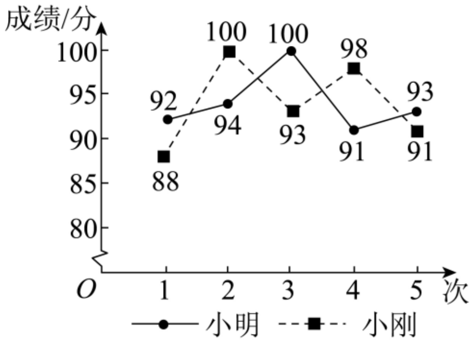


图3

15. 平面直角坐标系 xOy 中，点 A，B，C，D 的位置如图所示，当 $k>0$ 且 $b<0$ 时，A，B，C，D 四点中，一定不在一次函数 $y=kx+b$ 图象上的点为___________.

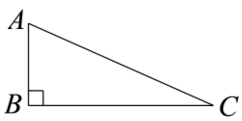


16. 为庆祝中国共产党建党 100 周年，某高校组织党史知识竞赛．根据小明、小刚 5 次预赛成绩绘制成如图的统计图．下面有四个推断：①小明、小刚 5 次成绩的平均数相同；②与小刚相比，小明 5 次成绩的极差大；③与小刚相比，小明 5 次成绩的方差小；④与小明相比，小刚的成绩比较稳定，其中，所有合理推断的序号是________ ．



三、解答题（本题共 52 分，17，18 每题 4 分，19-24 每题 5 分，25-26 每题 7 分）

17. 下面是小阳设计的作矩形的尺规作图过程．



已知：$Rt\triangle ABC$，$\angle ABC=90^\circ$ ．

求作：矩形 $ABCD$．

作法：

①以 A 为圆心，BC 的长为半径画弧，再以 C 为圆心，

AB 的长为半径画弧，两弧交于点 D；

②连接 DA，DC．

所以四边形 $ABCD$ 即为所求作的矩形．

根据小阳设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明．

证明：∵$AD=BC$，$CD=AB$，

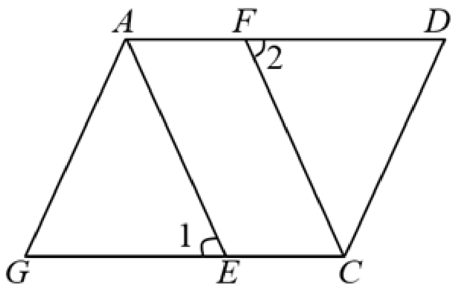
∴四边形 $ABCD$ 是____________（__________）．

∵$\angle ABC=90^\circ$ ，

∴四边形 $ABCD$ 是矩形（_________）．

18. 计算：$\sqrt{(-2)^2}+\sqrt{2}(1-\sqrt{\frac{1}{2}})+|-\sqrt{8}|$.

19. 已知：如图，E，F 分别为▱$ABCD$ 的边 BC，AD 上的点，且 $\angle 1=\angle 2$．求证：$AE=CF$．



20. 一次函数 $y=kx+b$ 的图象与正比例函数 $y=-3x$ 的图象平行，且过点 $(2,-4)$．

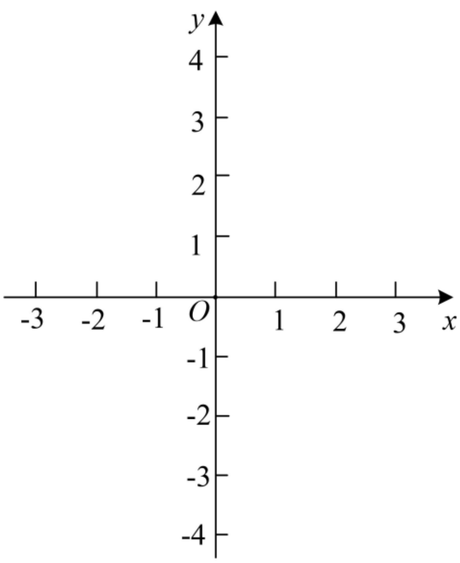
（1）求一次函数 $y=kx+b$ 的表达式；

（2）画出一次函数 $y=kx+b$ 的图象；

（3）结合图象解答下列问题：

①当 $y<0$ 时，x 的取值范围是___________；

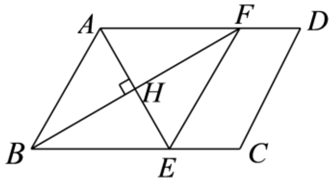
②当 $0<x<2$ 时，y 的取值范围是___________；



21. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，AE 平分 $\angle BAD$ 交 BC 于点 E，过点 B 作 $BF\perp AE$ 于点 H，交 AD 于点 F，连接 EF.

（1）求证：四边形 $ABEF$ 是菱形；

（2）连接 CF，若 $CE=1$，$CF=2$，$AB=\sqrt{5}$，求菱形 $ABEF$ 的面积.



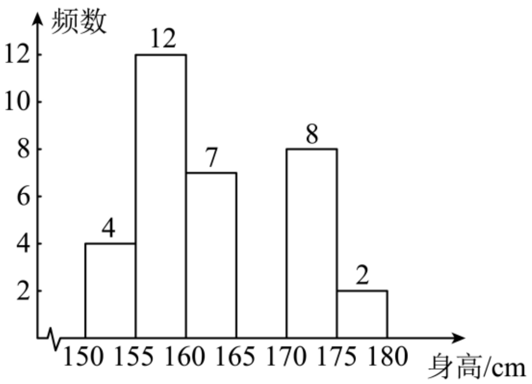
22. 某校为了解初二年级学生的身高情况，从中随机抽取了 40 名学生的身高数据，并对数据进行整理、描述和分析．下面给出了部分信息．

a． 40 名学生身高的频数分布表和频数分布直方图如下：

40 名学生身高的频数分布表（表 1）

身高 x（cm）	频数	频率
$150\leqslant x<155$	4	0.100
$155\leqslant x<160$	a	0.300
$160\leqslant x<165$	7	0.175
$165\leqslant x<170$	b	m
$170\leqslant x<175$	8	0.200
$175\leqslant x<180$	2	0.050
合计	40	1.000

40 名学生身高的频数分布直方图



b． 40 名学生身高在 $160\leqslant x<165$ 这一组的数据如下表（表 2）所示：

身高（cm）	160	161	162	163	164
频数	1	0	1	2	3

根据以上信息，回答下列问题：

（1）表 1 中 a 的值为_；

（2）补全该校 40 名学生身高频数分布直方图；

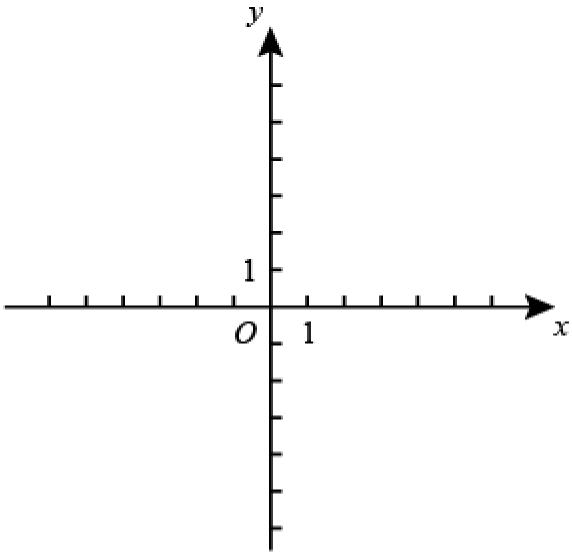
（3）样本数据的中位数是_______；

（4）若该校初二年级共 400 名学生，估计身高不低于 165cm 的学生有_人．

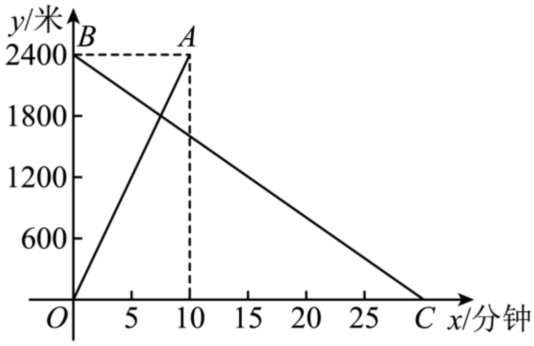
23. 平面直角坐标系 xOy 中，直线 l_1： $y=2x+b$ 与直线 l_2： $y=\dfrac{1}{2}x$ 交于点 $P\left(2,m\right)$．

（1）求m，b的值；

（2）直线$x=n\left(n\neq 0\right)$与直线l_1，l_2分别交于M，N两点，当$MN=3$时，若以M，N，P，Q为顶点的四边形是平行四边形，请直接写出点Q的坐标.



24. 小明从学校出发，匀速骑行到相距2400米的图书馆，小明出发的同时，同学小阳以每分钟80米的速度从图书馆沿同一条道路步行回学校，两人离学校的路程y（单位：米）与时间x（单位：分钟）的函数图象如图所示.



（1）阅读分析题目的文字及图象信息，直接写出能推理得到的三条不同的结论；

（2）若小明在图书馆停留5分钟后沿原路按原速返回，请补全小明离学校的路程y与x的函数图象；

（3）小明从学校出发，经过多长时间在返校途中追上小阳？

25. 已知：如图，E为正方形$ABCD$的边BC延长线上一动点，且$CE<BC$，连接DE. 点F与点E关于直线DC对称，过点F作$FH\perp DE$于点H，直线FH与直线DB交于点M.

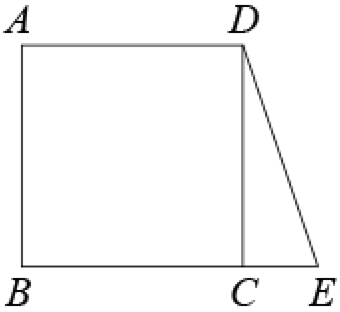
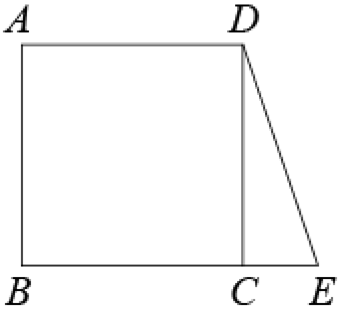


图1



备用图

（1）依题意补全图 1；

（2）若 $\angle EDC = a$，请直接写出 $\angle DMF =$____________（用含 a 的式子表示）；

（3）用等式表示 BM 与 CF 的数量关系，并证明.

26. 对于平面直角坐标系 xOy 中的线段 PQ 与点 R，给出如下定义：若 $PR = PQ$，则称点 R 为线段 PQ 的“$P-$等长点”．如图，已知点 $A(1,0)$，$B(0,2)$．

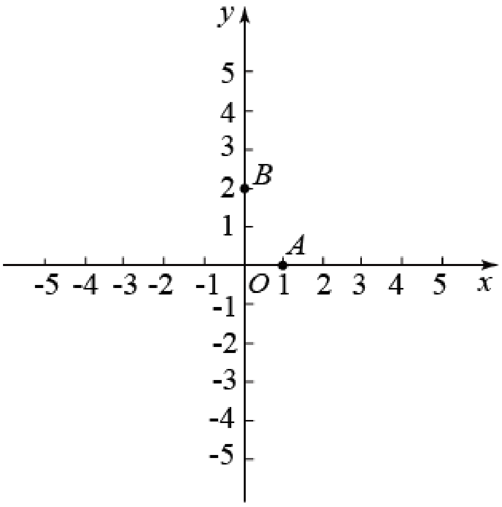
（1）在点 $R_1(2,0)$，$R_2(-1,0)$，$R_3(1,-1)$ 中，线段 AO 的“$A-$等长点”为_____；

（2）若直线 $y = x + b$ 上存在线段 BO 的“$B-$等长点”，求 b 的取值范围；

（3）连接 AB，

①若第一象限内的点 R 是线段 BA 的“$B-$等长点”，且△ABR 是直角三角形，则点 R 的坐标为______；

②矩形 $CDEF$ 中，DE=2，$C(t,1)$，$D(t+1,1)$，若矩形 $CDEF$ 上存在线段 BA 的“$B-$等长点”，直接写出 t 的取值范围．



参考答案

一、选择题（本题共24分，每小题3分，答案填入下表）

1. 【答案】D

【解析】

【分析】根据方差的意义进行求解即可得.

【详解】解：方差是用来表示一组数据波动大小的量，

故选D.

【点睛】本题考查方差的意义：一组数据中各数据与这组数据的平均数的差的平方的平均数叫做这组数据的方差，通常用s2表示，其公式为$S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\ldots+(x_n-\overline{x})^2]$（其中n是样本容量，$\overline{x}$表示平均数）．方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

2. 【答案】B

【解析】

【分析】平行四边形的性质矩形都满足，而矩形具有四边形不具有的性质为：四个角都是直角，对角线相等

【详解】解：∵矩形的对角线互相平分且相等，平行四边形的对角线互相平分；

∴矩形具有而平行四边形不具有的性质是对角线相等；

而四边相等和对角线互相垂直则是菱形具有的性质.

故选B.

【点睛】主要考查几种特殊的四边形的性质，不要弄混，较为简单.

3. 【答案】D

【解析】

【分析】由正方形的面积公式可知$S_1=AB^2$，$S_2=AC^2$，$S_3=BC^2$，在$Rt\triangle ABC$中，由勾股定理得$AC^2+AB^2=BC^2$，即$S_1+S_2=S_3$，由此可求S_3.

【详解】解：在$Rt\triangle ABC$中，$AC^2+AB^2=BC^2$，

由正方形面积公式得$S_1=AB^2$，$S_2=AC^2$，$S_3=BC^2$，

∵$S_1=9$，$S_2=16$，

∴$S_3=S_1+S_2=9+16=25$.

故选：D.

【点睛】本题考查了勾股定理．关键是明确直角三角形的边长的平方即为相应的正方形的面积.

4. 【答案】C

【解析】

【分析】根据三角形中位线定理可得到$AB=2DE$，可得到答案.

【详解】解：∵D，E分别为CA，CB的中点，

∴DE为△ABC的中位线，

∴$AB=2DE=16$m，

故选：C.

【点睛】本题主要考查三角形中位线定理，掌握三角形中位线平行第三边且等于第三边的一半是解题的关键.

5. 【答案】D

【解析】

【分析】根据二次根式的计算法则，以及二次根式的化简方法进行计算.

【详解】解：A、$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$，所以A选项不符合题意；

B、$\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，所以B选项不符合题意；

C、$\sqrt{2}$ 与$\sqrt{3}$合并，所以C选项不符合题意；

D、$\sqrt{6}\div\sqrt{2}==\sqrt{6\div 2}=\sqrt{3}$，所以D选项符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查二次根式的计算法则，以及二次根式的化简，掌握二次根式的计算法则是解决本题的关键.

6. 【答案】B

【解析】

【分析】如图，过点C作$CD\perp AB$于点D．由勾股定理，求得$AB=5$．由

$S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AC\cdot BC=\dfrac{1}{2}AB\cdot CD$，求得$CD=2.4$.

【详解】解：如图，过点C作$CD\perp AB$于点D.

在RtΔABC中，$\angle C=90°$，

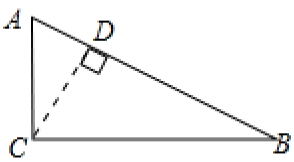
$\therefore\ \mathrm{AB}=\sqrt{\mathrm{AC}^2+\mathrm{BC}^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5\cdot$

又$\because\ S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AC\cdot BC=\dfrac{1}{2}AB\cdot CD$.

$\therefore\ \dfrac{1}{2}\times 3\times 4=\dfrac{1}{2}\times 5CD$.

$\therefore CD=2.4$.

故选：B.



【点睛】本题主要考查三角形的面积公式以及勾股定理，熟练掌握勾股定理求得 $AB=5$ 是解本题的关键．

7. 【答案】C

【解析】

【分析】根据函数的定义，一般地，如果变量 y 随着变量 x 而变化，并且对于 x 取的每一个值，y 都有唯一的一个值与它对应，那么称 y 是 x 的函数，对每个选项逐一判断即可．

【详解】A. $y^2=x$，若 $x=1$，则 $y=\pm1$，不满足函数的定义，不符合题意；

B. $y=\pm\sqrt{x}$，若 $x=4$，则 $y=\pm2$，不满足函数的定义，不符合题意；

C. $y=x$，不论 x 取何值，$y=x$，y 有唯一的一个值与之对应，满足函数定义，符合题意；

D. $|y|=x$，若 $x=1$,则 $y=\pm1$，不满足函数的定义，不符合题意．

故选 C．

【点睛】本题考查了函数的定义，求一个数的平方根，绝对值概念，理解概念是解题的关键．判断 y 是否为 x 的函数，只要看 x 取值确定的时候，y 是否有唯一确定的值与之对应．

8. 【答案】D

【解析】

【分析】分别根据平行四边形的判定与性质，菱形的判定与性质，矩形的判定进行判断即可得到正确的结论．

【详解】解：①如图 1，

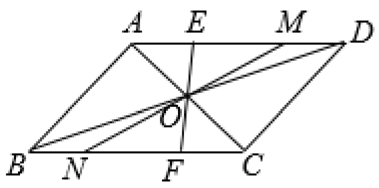


图 1

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形

∴四边形 $ABCD$ 是中心对称图形，则其对称中心是对角线 AC 的中点 O，

∴$OE=OF$，$OM=ON$

故有且仅有当 $OE=OM$ 时，$EF=MN$，故①错误；

②如图 2，

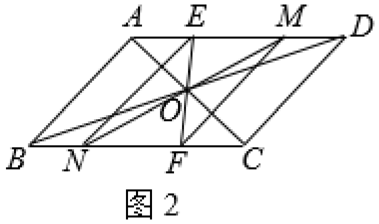


图 2

由①得 $OE=OF,OM=ON$

∴四边形 $ENFM$ 是平行四边形

$\therefore EN//MF$，故②正确；

③如图3，

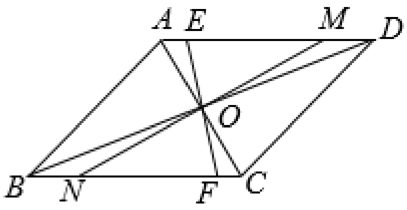


图3

∵四边形 $ABCD$ 是菱形

$\therefore AC\perp BD$ 即$\angle APD$=90°

∵点 E，M 在边 AD 上，且不与端点 A，D 重合，

$\therefore \angle EOM$<90°

∴不存在一个四边形 $ENFM$ 是菱形，故③错误；

④如图1，存在无数点使 OE=OM，

∵平行四边形 $ABCD$ 是中心对称图形，

$\therefore OE=OF, OM=ON$，

∴四边形 $ENFM$ 是平行四边形

又 EF，MN 有无数次垂直，

所以，可能存在无数个四边形 $ENFM$ 是矩形，故④正确，

∴正确的结论是②④

故选：D．

【点睛】此题主要考查了平行四边形的判定与性质，菱形的判定与性质，矩形的判定进行判断，熟练掌握相关判定与性质是解答此题的关键．

二、填空题（本题共24分，每小题3分）

9. 【答案】x＞3

【解析】

【分析】根据二次根式的定义和分式的分母不为零计算求值即可；

【详解】解：由题意得：x-3＞0，

x＞3，

故答案为：x＞3；

【点睛】本题考查了二次根式有意义的条件，分式有意义的条件；掌握相关条件是解题关键．

10. 【答案】5

【解析】

【分析】直接利用勾股定理得出 AB 的长，再利用直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半得出答案即可．

【详解】解：∵$\angle C$=90°，AC=6，BC=8，

∴$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$，

∵点 D 是斜边 AB 的中点，

∴$CD=\frac{1}{2}AB=5$．

故答案为：5．

【点睛】此题主要考查了勾股定理以及直角三角形的性质，正确掌握直角三角形的性质是解题关键．

11. 【答案】$AB=BC$

【解析】

【分析】根据正方形的判定添加条件即可．

【详解】解：添加的条件是：$AB=BC$．

理由如下：

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，$AB=BC$，

∴四边形 $ABCD$ 是正方形．

故答案为：$AB=BC$．

【点睛】本题考查了矩形的性质，正方形的判定的应用，能熟记正方形的判定定理是解此题的关键．

12. 【答案】20°

【解析】

【分析】由平行四边形的性质可得$\angle BCD=\angle A=70°$，又由于 $DB=DC$，所以$\angle DBC=\angle DCB=70°$；再根据 $CE\perp BD$，最后根据三角形内角和即可解答．

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形

∴$\angle BCD=\angle A=70°$

∵$DB=DC$，

∴$\angle DBC=\angle DCB=70°$

∵$CE\perp BD$

∴$\angle CEB=90°$

∴$\angle BCE=90°-\angle DBC=20°$．

故填 20°．

【点睛】本题主要考查了平行四边形的性质，等腰三角形的性质等知识点，灵活运用相关知识成为解答本题的关键．

13. 【答案】$k<3$

【解析】

【分析】先根据函数的增减性得出关于 k 的不等式，求出 k 的取值范围即可．

【详解】解：∵一次函数 $y=(k-3)x+1$ 的值 y 随 x 的增大而减小，

∴$k-3<0$，即 $k<3$．

故答案为：$k<3$．

【点睛】本题考查的是一次函数的图象与系数的关系，熟知一次函数 $y=kx+b$（$k≠0$）中当 $k<0$ 时，y 随 x 的增大而减小是解答此题的关键.

14. 【答案】13

【解析】

【分析】先设设图 1 中直角三角形较短的直角边为 a，较长的直角边为 b，然后根据图 2 和图 3 列出关于 a、b 的方程组，再根据勾股定理即可求出图 2 中阴影部分的边长，然后求出面积.

【详解】由题意知图 2 中阴影部分为正方形，

设图 1 中直角三角形较短的直角边为 a，较长的直角边为 b，

则由图 2 得：$a+b=5$，①

由图 3 得：$b-a=1$，②

联立①②得：

$$\begin{cases}a=2\\b=3\end{cases},$$

∴阴影部分的边长为 $\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，

∴ $S\ =(\sqrt{13})^2=13$，

故答案为：13.

【点睛】本题主要考查勾股定理的应用，关键是要能求出图中阴影部分的边长，既用直角三角形的直角边求出斜边，要牢记勾股定理的公式 $a^2+b^2=c^2$.

15. 【答案】D

【解析】

【分析】根据一次函数的图象和性质即可进行判断

【详解】解：∵ $k>0$ 且 $b<0$，

∴一次函数 $y=kx+b$ 的图象过一、三、四象限，

∴点 D 一定不在一次函数 $y=kx+b$ 的图象上

故答案为：D

【点睛】本题考查了一次函数的图象和性质，熟练掌握相关知识是解题的关键.

16. 【答案】①③

【解析】

【分析】分别求出两组数据的平均数、极差及方差即可判断.

【详解】小明的成绩为 92，94，100，91，93，故平均数为 $\dfrac{92+94+100+91+93}{5}=94$（分）；

极差为 100-91=9（分）；

方差为 $\dfrac{(92-94)^2+(94-94)^2+(100-94)^2+(91-94)^2+(93-94)^2}{5}=10$

小刚的成绩为 88，100，93，98，91，故平均数为$\dfrac{88+100+93+98+91}{5}=94$（分）；

极差为 100-88=12（分）；

方差为$\dfrac{(88-94)^2+(100-94)^2+(93-94)^2+(98-94)^2+(91-94)^2}{5}=19.6$

∴①小明、小刚 5 次成绩的平均数相同，正确；②与小刚相比，小明 5 次成绩的极差小，错误；③与小刚相比，小明 5 次成绩的方差小，正确；④与小刚相比，小明的成绩比较稳定，错误

故答案为：①③.

【点睛】此题主要考查统计调查的应用，解题的关键是熟知平均数、极差及方差求解方法.

三、解答题（本题共 52 分，17，18 每题 4 分，19-24 每题 5 分，25-26 每题 7 分）

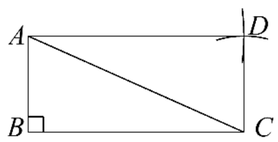
17. 【答案】（1）见解析；（2）平行四边形；两组对边分别相等的四边形是平行四边形；有一个角是直角的平行四边形是矩形

【解析】

【分析】（1）利用直尺和圆规作图即可；

（2）根据平行四边形的判定定理及矩形的判定定理证明即可.

【详解】解：（1）使用直尺和圆规，补全图形如图所示：



（2）证明：∵$AD=BC$，$CD=AB$，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形（两组对边分别相等的四边形是平行四边形）.

∵$\angle ABC=90°$，

∴四边形 $ABCD$ 是矩形（有一个角是直角的平行四边形是矩形）

故答案为：平行四边形；两组对边分别相等的四边形是平行四边形；

有一个角是直角的平行四边形是矩形.

【点睛】此题考查尺规作图，平行四边形的判定定理，矩形的判定定理，熟记各定理是正确解答此题的关键.

18. 【答案】$1+3\sqrt{2}$

【解析】

【分析】利用二次根式的性质、二次根式的乘法法则和绝对值的意义计算.

【详解】解：原式$=2+\sqrt{2}-\sqrt{2\times\dfrac{1}{2}}+2\sqrt{2}$，

$=2+\sqrt{2}-1+2\sqrt{2}$，

$=1+3\sqrt{2}$.

【点睛】本题考查了二次根式的混合运算，解题的关键是熟练掌握二次根式的乘法法则和二次根式的性质.

19. 【答案】证明见解析；

【解析】

【分析】根据平行四边形的对边相等、对角相等，可得$\triangle ABE \cong \triangle CDF$（AAS）即可证明；

【详解】证明：∵$ABCD$是平行四边形，

∴$AB=CD$，$\angle B=\angle D$，

又∵$\angle 1=\angle 2$，

∴$\triangle ABE \cong \triangle CDF$（AAS），

∴$AE=CF$；

【点睛】本题考查了平行四边形的性质，全等三角形的判定和性质；掌握平行四边形的性质是解题关键.

20. 【答案】(1) $y=-3x+2$；(2) 见解析；(3) ①$x>\frac{2}{3}$；②$-4<y<2$

【解析】

【分析】(1) 由一次函数$y=kx+b$的图象与正比例函数$y=-3x$的图象平行，可得$k=-3$，由一次函数$y=kx+b$的图象过点$(2,-4)$可得$b=2$即可；

(2) 图象如图所示：描点（0，2）与（2，-4）连线得图像如图；

(3) ①先求直线与x轴的交点（$\frac{2}{3}$，0），当$y<0$时，直线位于x轴下方， 可得$x>\frac{2}{3}$；

②先求x=0，$y=2$；x=2，$y=-4$即可.

【详解】解：(1) ∵一次函数$y=kx+b$的图象与正比例函数$y=-3x$的图象平行，

$k=-3$，

又∵一次函数$y=kx+b$的图象过点$(2,-4)$.

根据题意得：$2\times(-3)+b=-4$，

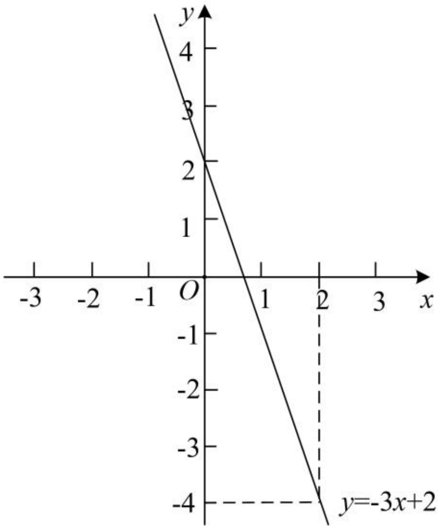
解得$b=2$，

∴一次函数的表达式为$y=-3x+2$.

(2) 图象如图所示：

取x=0，y=2，描点（0，2）与（2，-4），

连线得图像如图，



（3）①当$y=0$时，$x=\frac{2}{3}$，直线与x轴的交点（$\frac{2}{3}$，0），

当$y<0$时，直线位于x轴下方，自变量x的取值范围在交点的右侧，

$\therefore x>\frac{2}{3}$；

故答案为$x>\frac{2}{3}$；

②当$0<x<2$时，取x=0，$y=-3\times0+2=2$，取x=2，$y=-3\times2+2=-4$，

$\therefore -4<y<2$，

故答案$-4<y<2$．

【点睛】本题考查平行线性质，待定系数法求函数解析式，利用图像求范围，掌握平行线性质，待定系数法求函数解析式，利用图像求范围是解题关键．

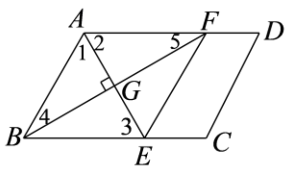
21. 【答案】（1）见解析；（2）$2\sqrt{5}$

【解析】

【分析】(1)证明四边形$ABEF$为平行四边形，再由$BF\perp AE$即可得到四边形$ABEF$为菱形；

(2)连接CF，由菱形性质得到$EF=AB=BE=\sqrt{5}$，由勾股定理逆定理验证$\triangle EFC$为直角三角形，进而求出$\angle FCE=90°$，由此得到FC为菱形的高，BE为菱形底即可求出面积．

【详解】解：(1)证明：如下图所示:



$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$AF \parallel BE$，

∴$\angle 2=\angle 3$，

∵AE 平分$\angle BAD$，

∴$\angle 1=\angle 2$，

∴$\angle 1=\angle 3$，即$\triangle BAE$ 为等腰三角形，

∴$AB=BE$，

∵$BF\perp AE$，

∴$\angle AGB=\angle AGF=90°$，

又$\angle 1=\angle 2$，且 $AG=AG$，

∴$\triangle ABG\cong\triangle AFG(ASA)$，

∴$AB=AF$，

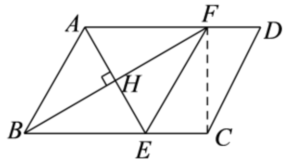
∴$AF=BE$，又 $AF\parallel BE$，

∴四边形 $ABEF$ 是平行四边形.

又∵$BF\perp AE$，

∴四边形 $ABEF$ 是菱形.

(2)连接 CF，如下图所示：



∵四边形 $ABEF$ 是菱形，

∴ $EF=BE=AB=\sqrt{5}$.

∵$CE=1$，$CF=2$，

∴ $EC^2+FC^2=EF^2$.

∴ $\angle ECF=90°$.

∴ $FC\perp BE$.

∴菱形 $ABEF$ 的面积为 $BE\times CF=\sqrt{5}\times 2=2\sqrt{5}$.

【点睛】本题考查平行四边形的性质、菱形的判定和性质、勾股定理等知识，解题的关键是利用面积法求出高 FG，记住菱形的三种判定方法，所以中考常考题型.

22. 【答案】（1）12；（2）见解析；（3）163.5cm；（4）170 人

【解析】

【分析】（1）用总人数乘以 155≤x＜160 的频率即可得到 a 的值；

（2）用总人数减去其他组的频数得到 b 的值即可补全直方图；

（3）根据中位数的定义解答；

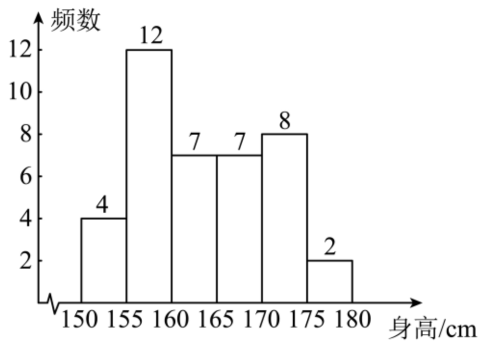
（4）用 400 乘以身高不低于 165cm 的比例和即可．

【详解】解：（1）$a=40\times 0.300=12$，

故答案为：12；

（2）b=$40-4-12-7-8-2=7$

补全直方图：



（3）共 40 个数据，第 20 个数据为 163cm，第 21 个数据为 164cm，

故中位数为 $\dfrac{163+164}{2}$=163.5cm；

（4）身高不低于 165cm 的学生有 $400\times\dfrac{7+8+2}{40}$=170（人）．

【点睛】此题考查频数分布表和频数分布直方图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键，会利用表格求部分的数量，掌握中位数的定义，求总体中部分的数量．

23. 【答案】（1）$m=1, b=-3$；（2）点 Q 的坐标为 $(2,4)$，$(2,-2)$ 或 $(6,6)$

【解析】

【分析】（1）把 $P(2,m)$ 分别代入两函数即可求出 m，b 的长；

（2）求出直线 l_1 与 y 轴的交点为（0，-3），由直线 $x=n(n\neq 0)$ 与直线 l_1，l_2 分别交于 M，N 两点，MN＝3，可求出 M，N 的坐标，再根据平行四边形的性质分情况即可求解．

【详解】解：（1）∵直线 l_1：$y=2x+b$ 与直线 l_2：$y=\dfrac{1}{2}x$ 交于点 $P(2,m)$，

$$\therefore\begin{cases} m=4+b \\ m=\dfrac{1}{2}\times 2 \end{cases}$$

$\therefore m=1$，$b=-3$.

（2）依题意可得直线l_1：$y=2x-3$

∴直线l_1与y轴的交点为（0，-3）

∵直线$x=n\left(n\neq 0\right)$与直线l_1，l_2分别交于M，N两点，MN=3，

∴M，N不是y轴上的点

设M（x，$2x$-3），则N（x，$\frac{1}{2}x$）

由MN=3，得（2x-3）-$\frac{1}{2}x$=3

解得x=4

∴M（4，5），则N（4，2）

∵以M，N，P，Q为顶点的四边形是平行四边形，

①当MN为四边形$MPNQ$的对角线时，MN的中点坐标为（4，3.5）

故$P\left(2,1\right)$、Q关于（4，3.5）对称，

∴点Q的坐标为$\left(6,6\right)$，

②当MN为四边形$MNQP$的一边时，MN=PQ=3，且PQ与y轴平行

故点Q的坐标为$\left(2,4\right)$或$\left(2,-2\right)$

综上，点Q的坐标为$\left(2,4\right)$，$\left(2,-2\right)$或$\left(6,6\right)$.

【点睛】此题主要考查一次函数与几何综合，解题的关键是熟知一次函数的图象与性质、平行四边形的特点.

24. 【答案】(1) ①小明骑车的速度为每分钟240米；②点C的坐标为$\left(30,0\right)$；③线段OA的函数表达式为$y=240x\left(0\leq x\leq 10\right)$；④线段BC是小阳离校的路程与时间的函数图象；(2) 见解析；(3) 22.5分钟

【解析】

【分析】(1) 观察图形分析可得①小明骑车的速度为每分钟240米；②点C的坐标为$\left(30,0\right)$；③线段OA的函数表达式为$y=240x\left(0\leq x\leq 10\right)$；④线段BC是小阳离校的路程与时间的函数图象.

（2）用点D表休息5分钟后起点，则AD=5，用E点表示返回学校点E（25,0）补全图象如图所示：

（3）设待定系数法求DE $y=-240x+6000(15\leq x\leq 25)$与$BC$解析式$y=-80x+2400$

小明从学校出发在返校途中追上小阳由$\begin{cases} y=-80x+2400, \\ y=-240x+6000, \end{cases}$解方程组即可.

【详解】解：（1）答案不唯一，如：

①小明骑车的速度为每分钟 240 米；

②点 C 的坐标为$\left(30,0\right)$；

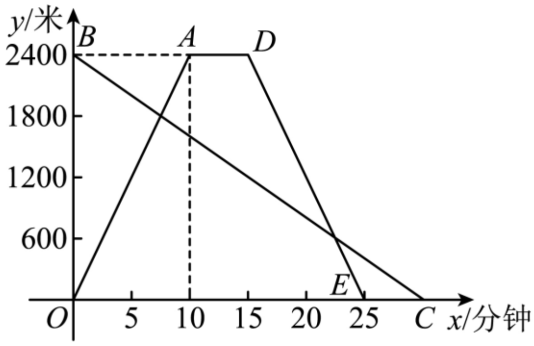
③线段 OA 的函数表达式为 $y=240x\left(0\le x\le 10\right)$；

④线段 BC 是小阳离校的路程与时间的函数图象；

（2）用点 D 表休息 5 分钟后起点，则 AD=5，

∵原路按原速返回，返回时间与去时时间相同，用 E 点表示返回学校点 E（25,0）

补全图象如图所示：



（3）设 DE 的表达式为 $y=kx+b(k\ne 0)$，

∵ $D\left(15,2400\right)$，$E\left(25,0\right)$，

∴$\begin{cases} 15k+b=2400, \\ 25k+b=0. \end{cases}$

解得$\begin{cases} k=-240, \\ b=6000. \end{cases}$

∴ $y=-240x+6000(15\le x\le 25)$.

∵小阳以每分钟 80 米的速度从图书馆沿同一条道路步行回学校，

所用时间 2400÷80=30 分钟，

∴点 C（30，0），

设 BC 解析式为 $y=k_1x+b_1(k\ne 0)$，

代入坐标得$\begin{cases} b_1 = 2400 \\ 30k_1 + b_1 = 0 \end{cases}$，

解得 $y = -80x + 2400$，

小明从学校出发在返校途中追上小阳，

由$\begin{cases} y = -80x + 2400, \\ y = -240x + 6000, \end{cases}$

得$\begin{cases} x = 22.5, \\ y = 600. \end{cases}$

答：小明从学校出发，经过 22.5 分钟追上小阳．

【点睛】本题考查图像获取信息，待定系数法求直线解析式，补画函数图像，利用函数解析式组成方程组求追及时间，掌握图像获取信息，待定系数法求直线解析式，补画函数图像，利用函数解析式组成方程组求追及时间．

25. 【答案】（1）见解析；

（2）$45° - \alpha$；

（3）$BM=\sqrt{2}CF$；

【解析】

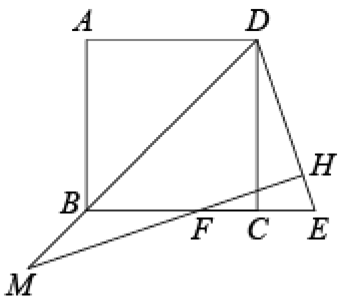
【分析】（1）根据题意补全图形即可；

（2）由正方形的对角线平分对角可得∠BDC=45°，于是可得∠BDH，再根据 Rt△MDH 中两锐角互余即可解答；

（3）在 CD 上取点 G 使 $CG=CE$，连接 GE，由正方形的性质和对称的性质可得 BC-FC=CD-CG，由同角的余角相等和对顶角相等可得∠BFM=∠GDE，由等腰直角三角形的性质和补角的定义可得∠MBF=∠DGE，于是△BMF≌△GED（ASA），BM=GE 即可解答；

【小问 1 详解】

解：补全图形如下，



【小问 2 详解】

解：∵BD 是正方形 $ABCD$ 的对角线，

∴∠BDC=45°，

∴∠BDH=∠BDC+∠CDE=$45° + \alpha$，

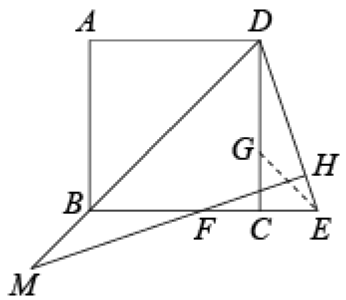
$Rt\triangle MDH$ 中，$\angle MHD=90°$，

∴$\angle DMH=90°-\angle MDH=45°-\alpha$，

∴$\angle DMF=45°-\alpha$；

【小问3详解】

解：如图，在 CD 上取点 G 使 $CG=CE$，连接 GE，



∵$ABCD$ 是正方形，

∴$BC=CD$，$\angle DBC=45°$，$\angle BCD=90°$，

由对称的性质可得 $FC=CE$，

∴$FC=CE=CG$，

∴$BC-FC=CD-CG$，

∴$BF=GD$，

∵$\angle CDE+\angle CED=90°$，$\angle EFH+\angle HEF=90°$，

∴$\angle CDE=\angle EFH$，

∵$\angle BFM=\angle EFH$，

∴$\angle BFM=\angle GDE$，

$\angle ECG=90°$，$CE=CG$，

∴$\triangle ECG$ 是等腰直角三角形，

∴$GE=\sqrt{CE^2+CG^2}=\sqrt{2}CE$，$\angle CGE=45°$，

∴$\angle DGE=135°$，$GE=\sqrt{2}CF$，

∵$\angle DBC=45°$，

∴$\angle MBF=135°$，

$BF=GD$，$\angle BFM=\angle GDE$，$\angle MBF=\angle DGE$，

∴$\triangle BMF\cong\triangle GED$（ASA），

∴$BM=GE$，

∴$BM=\sqrt{2}CF$；

【点睛】本题考查了正方形的性质，对称的性质，等腰直角三角形的性质，全等三角形的判定和性质等知识；正确作出辅助线是解题关键．

26. 【答案】（1）R_1，R_3；（2）$2-2\sqrt{2}\le b\le 2+2\sqrt{2}$；（3）①$(2,3)$；②$-\sqrt{5}-1\le t\le\sqrt{5}$．

【解析】

【分析】（1）根据线段 AO 的"$A-$等长点"的定义分别求出 AR_1, AR_2, AR_3 ,即可求得答案；

（2）通过构造极限位置，求出极限位置的 b 值，即可求出 b 的取值范围；

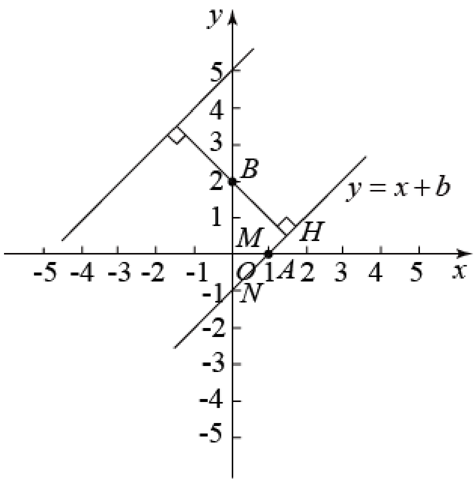
（3）①根据定义，即可得出 $BA=BR$ ，再结合条件是直角三角形，即可得出 $\angle ABR=90^\circ$,再构造全等三角形即可求出坐标；②设线段 BA 的"$B-$等长点"为 M，分类讨论线段 EF 的位置，在直线 y=1 上方和下方，分别考虑何时 $BM=BA=\sqrt{5}$,求出 t 的极限值，即可得出 t 的取值范围.

【详解】解：（1） $AO=1, AR_1=1, AR_2=2, AR_3=1$,

$\because AO=AR_1=AR_3$,

$\therefore$线段 AO 的"$A-$等长点"为 R_1， R_3；

（2）如图，过点 B 作直线 $y=x+b$ 的垂线，垂足为 H.



不妨设直线 $y=x+b$ 与 x 轴交于点 M，与 y 轴交于点 N，

则易得 $M(-b,0)$， $N(0,b)$，

$\therefore OM=ON$，

$\therefore \angle BNM=45^\circ$，

当 $BH=BO=2$ 时， $BN=2\sqrt{2}$，

i)若 $b<2$，则 $b=2-2\sqrt{2}$，

ii）若 $b>2$，则 $b=2+2\sqrt{2}$，

结合函数图象，可得 $2-2\sqrt{2}\le b\le 2+2\sqrt{2}$；

（3）①点 R 是线段 BA 的"$B-$等长点"，

$\therefore BA=BR=\sqrt{5}$，

又∵$\triangle ABR$是直角三角形，

∴$\angle ABR=90^\circ$,

过点R作$PR\perp y$轴于点P，如图，

由图可知：$\angle PRB=\angle BOA=90^\circ$,

∵$\angle PBR+\angle OBA=90^\circ,\angle PBR+\angle PRB=90^\circ$,

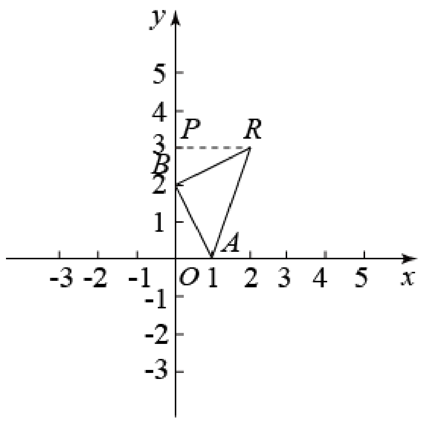
∴$\angle PRB=\angle OBA$,

在$\triangle RPB$和$\triangle BOA$中，

∵$\begin{cases}\angle BPR=\angle BOA\\\angle PRB=\angle OBA,\\BR=BA\end{cases}$

∴$\triangle RPB\cong\triangle BOA(AAS)$,

∴$PR=OB=2,PB=OA=1$,



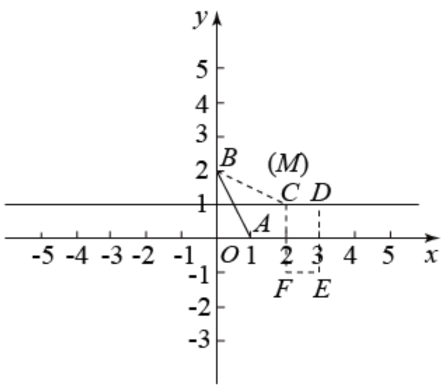
∴点R的坐标为$(2,3)$；

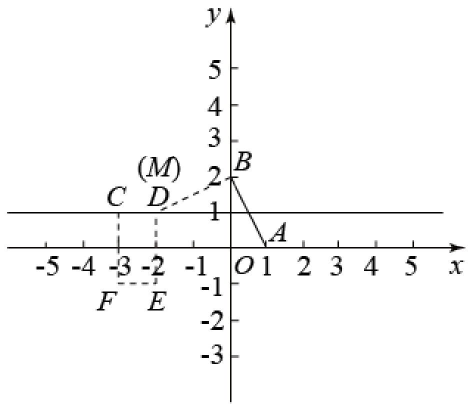
②设线段BA的“$B-$等长点”为M，

则$BA=BM=\sqrt{5}$,

当线段EF在直线y=1下方时，

两个极限位置如图：

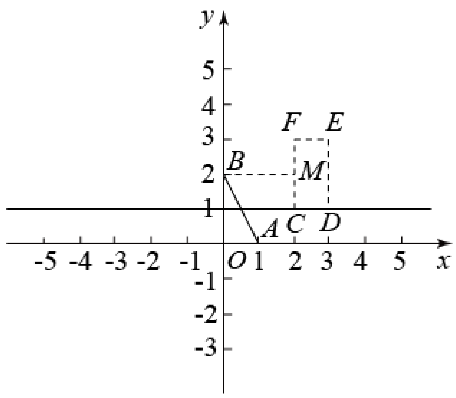


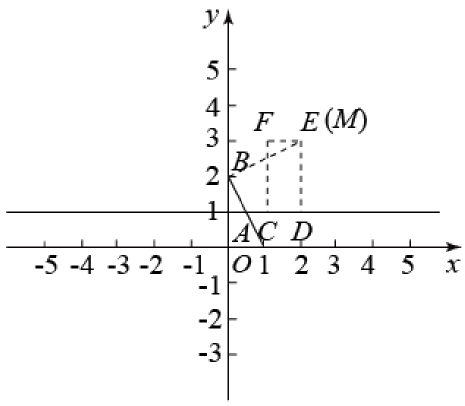


分析得$-3 \le t \le 2$ ；

当线段 EF 在直线 y=1 上方时，

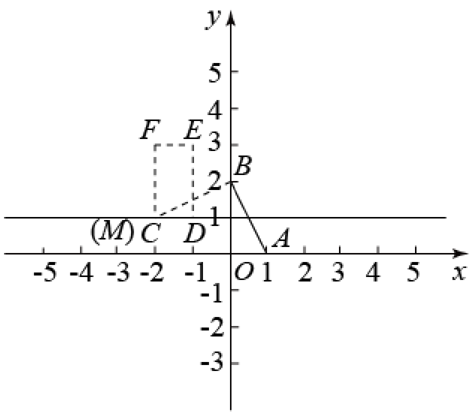
若矩形在 y 轴右侧，两个极限位置如图：

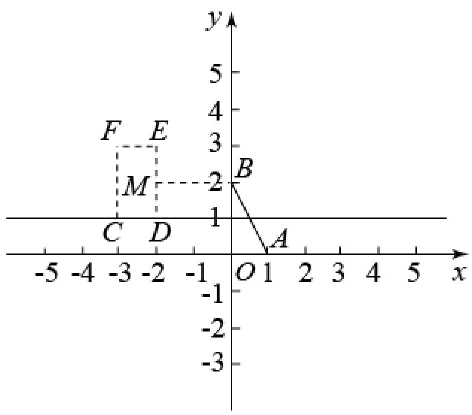




分析得$1 \leqslant t \leqslant \sqrt{5}$；

若矩形在 y 轴左侧，两个极限位置如图：





分析得$-\sqrt{5}-1 \leqslant t \leqslant -2$；

综上所述：$-\sqrt{5}-1 \le t \le \sqrt{5}$

【点睛】本题考查一次函数与新定义问题，结合勾股定理，全等三角形的判定与性质，矩形的性质，解题

关键是理解题目中新定义的概念，结合题目条件进行正确的分析和运算．