

# 2021 北京东城初二（上）期末

## 数 学



2021.1

一、 选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 使  $\sqrt{x-2}$  有意义的  $x$  的取值范围是( ) .

- A.  $x \neq 2$                       B.  $x \geq 2$                       C.  $x \leq 2$                       D.  $x \geq 0$

2. 下列各式中，是最简二次根式的是( ) .

- A.  $\sqrt{13}$     B.  $\sqrt{12}$     C.  $\sqrt{a^2}$     D.  $\sqrt{\frac{5}{3}}$

3. 若分式  $\frac{x-1}{x+1}$  的值为 0，则  $x$  的值是( ) .

- A.  $x=1$                       B.  $x=-1$                       C.  $x = \pm 1$  .                      D.  $x \neq -1$

4. 下列各式中，运算正确的是( )

- A.  $a^3 \cdot a^3 = 2a^3$     B.  $(a^2)^3 = a^6$     C.  $(2a^2)^3 = 2a^6$     D.  $a^6 \div a^2 = a^3$

5. 2020 年突如其来的新型冠状病毒肺炎疫情席卷全球，我国在党中央的坚强领导下，取得了抗击疫情的巨大成就。科学研究表明，某种新型冠状病毒颗粒的直径约为 125 纳米，1 纳米 =  $1.0 \times 10^{-9}$  米，若用科学记数法表示 125 纳米，则正确的结果是( ) .

- A.  $1.25 \times 10^{-9}$  米    B.  $1.25 \times 10^{-8}$  米    C.  $1.25 \times 10^{-7}$  米    D.  $1.25 \times 10^{-6}$  米

6. 下列各式由左到右是分解因式的是

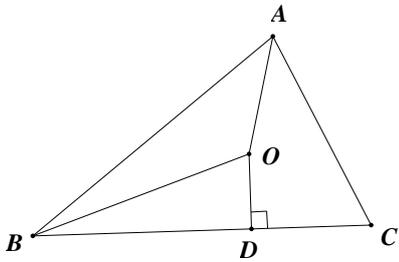
- A.  $x^2 + 6x - 9 = (x+3)(x-3) + 6x$     B.  $(x+2)(x-2) = x^2 - 4$   
C.  $x^2 - 2xy - y^2 = (x-y)^2$                       D.  $x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2$

7. 已知一个多边形的内角和是  $1080^\circ$ ，则这个多边形是

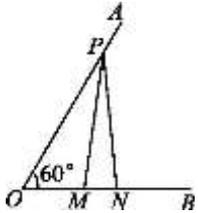
- A. 六边形                      B. 七边形                      C. 八边形                      D. 九边形

8. 如图所示，点 O 是  $\triangle ABC$  内一点，BO 平分  $\angle ABC$ ， $OD \perp BC$  于点 D，连接 OA，连接 OA，若  $OD=5$ ， $AB=20$ ，则  $\triangle AOB$  的面积是

- A. 20                      B. 30                      C. 50                      D. 100

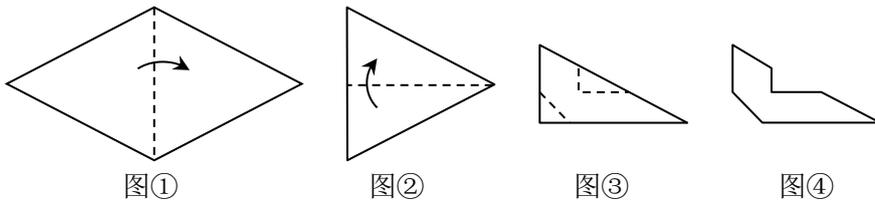


9. 如图所示, 已知  $\angle AOB=60^\circ$ , 点  $P$  在边  $OA$  上,  $OP=10$ , 点  $M, N$  在边  $OB$  上,  $PM=PN$ , 若  $MN=2$ , 则  $OM$  的长为 ( ).



- A.3                                      B.4                                      C..5                                      D.6

10. 剪纸是我国传统的民间艺术. 将一张纸片按图①, ②中的方式沿虚线依次对折后, 再沿图③中的虚线裁剪, 最后将图④中的纸片打开铺平, 所得图案应该是( ).



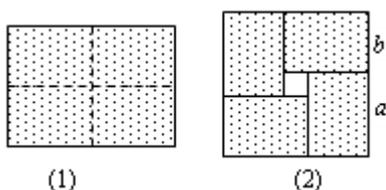
- A.      B.      C.      D.

二、填空题: (本题共 16 分, 每小题 2 分)

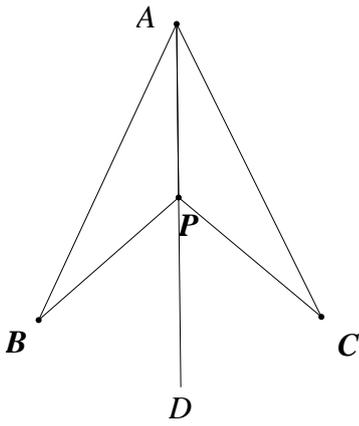
11. 因式分解:  $x^2y - 4y = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 如果  $x^2 - 10x + m$  是一个完全平方式, 那么  $m$  是           .

13. 图 (1) 是一个长为  $2a$ , 宽为  $2b(a > b)$  的长方形, 用剪刀沿图中虚线 (对称轴) 剪开, 得到四块形状和大小完全相同的小长方形, 然后按图 (2) 所示拼成一个大正方形, 则中间空白部分的面积是           . (用含  $a, b$  的式子表示)

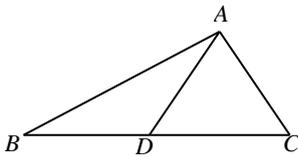


14. 如图所示, 已知  $P$  是  $AD$  上的一点,  $\angle ABP = \angle ACP$ , 请再添加一个条件: \_\_\_\_\_, 使得  $\triangle ABP \cong \triangle ACP$ .

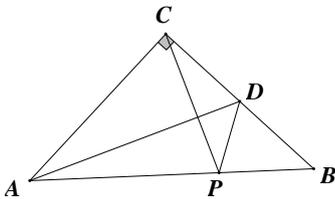


15. 小明同学用一根铁丝恰好围成一个等腰三角形, 若其中两条边的长分别为  $15\text{ cm}$  和  $20\text{ cm}$ , 则这根铁丝的长为           $\text{cm}$ .

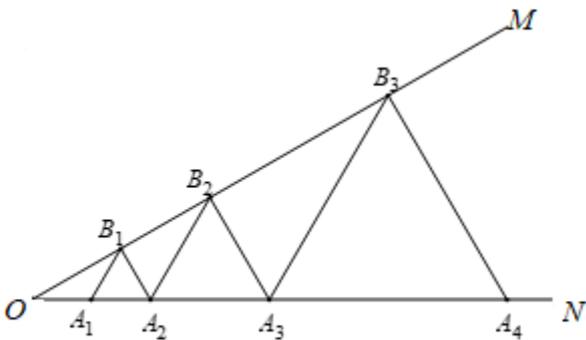
16. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $D$  是  $BC$  上一点,  $AC = AD = DB$ ,  $\angle BAC = 105^\circ$ , 则  $\angle B =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



17. 如图, 等腰直角  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = BC = 4$ ,  $D$  为  $BC$  中点,  $AD = 2\sqrt{5}$ ,  $P$  为  $AB$  上一个动点, 则  $PC + PD$  的最小值为\_\_\_\_\_.



18. 如图,  $\angle MON = 30^\circ$ , 点  $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots$  在射线  $ON$  上, 点  $B_1, B_2, B_3, \dots$  在射线  $OM$  上, 且  $\triangle A_1B_1A_2, \triangle A_2B_2A_3, \triangle A_3B_3A_4, \dots$  均为等边三角形, 以此类推, 若  $OA_1 = 1$ , 则  $\triangle A_{2021}B_{2021}A_{2022}$  的边长为\_\_\_\_\_.

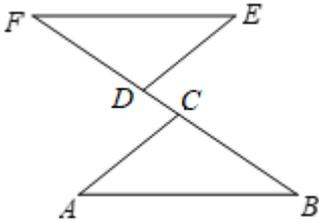


二、解答题(本题共 54 分),

解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤

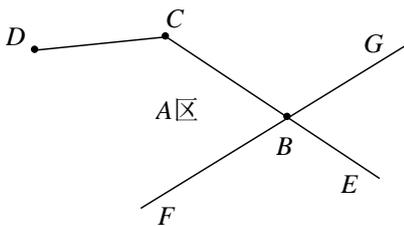
19. (5分) 计算:  $|\sqrt{2}| + \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}} - (\pi-2)^0 + (\frac{1}{2})^{-1}$

20. (5分) 如图, 点  $B, C, D, F$  在一条直线上,  $AB=EF, AC=ED, \angle CAB=\angle DEF$ , 求证:  $AC \parallel DE$ .



21. (5分) 已知  $x^2 - x + 1 = 0$ , 求代数式  $(x+1)^2 - (x+1)(2x-1)$  的值.

22. (4分) 如图所示, 在一次军事演习中, 红方侦察员发现: 蓝方指挥部点  $P$  在  $A$  区内, 且到铁路  $FG$  与公路  $CE$  的距离相等, 到两通讯站  $C$  和  $D$  的距离也相等. 如果你是红方的指挥员, 请你在下图中标出蓝方指挥部点  $P$  的位置. (保留作图痕迹, 不必写作法)



23. (5分) 解方程:  $\frac{x+1}{x-1} + \frac{4}{x^2-1} = 1$

24. (5分) 先化简, 再求值:  $(\frac{x+2}{x^2-2x} - \frac{x-1}{x^2-4x+4}) \div \frac{x-4}{x}$ , 其中  $x = 2 + \sqrt{2}$ .

25. (5分) 列分式方程解应用题:

截止到 2020 年 11 月 23 日, 全国 832 个国家级贫困县全部脱贫摘帽. “某单位党支部在“精准扶贫”活动中, 给结对帮扶的贫困家庭赠送甲、乙两种树苗. 已知每棵乙种树苗的价格比甲种树苗的价格贵 10 元, 用 480 元购买乙种树苗的棵数恰好与用 360 元购买甲种树苗的棵数相同, 求甲乙两种树苗每棵的价格.

26. (6分) 已知  $\triangle ABC$  是等边三角形, 点  $D$  是  $AC$  的中点, 点  $P$  在射线  $BC$  上, 点  $Q$  在线段  $AB$  上,  $\angle PDQ = 120^\circ$ .

(1) 如图 1, 若点  $Q$  与点  $B$  重合, 求证:  $DB = DP$ ;

(2) 如图 2, 若点  $P$  在线段  $BC$  上,  $AC = 8$ , 求  $AQ + PC$  的值.

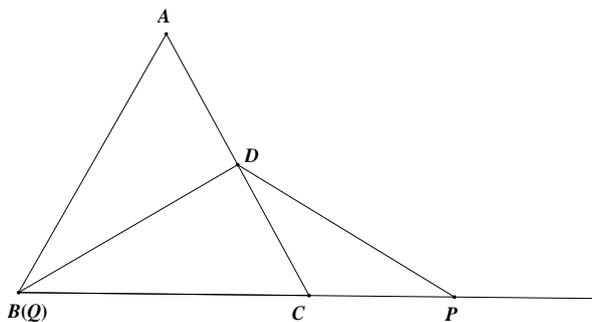


图1

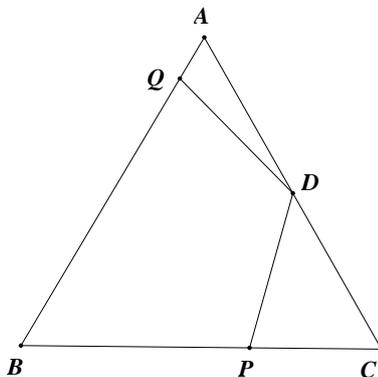


图2

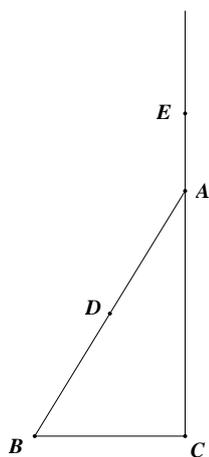
27. (7分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AC>BC$ ,  $D$ 为 $AB$ 的中点,  $E$ 为 $CA$ 延长线上一点, 连接 $DE$ , 过点 $D$ 作 $DF\perp DE$ , 交 $BC$ 的延长线于点 $F$ , 连接 $EF$ . 作点 $B$ 关于直线 $DF$ 的对称点 $G$ , 连接 $DG$ .

(1) 依题意补全图形;

(2) 若 $\angle ADF=\alpha$ .

①求 $\angle EDG$ 的度数 (用含 $\alpha$ 的式子表示);

②请判断以线段 $AE$ ,  $BF$ ,  $EF$ 为边的三角形的形状, 并说明理由.



28. (7分) 如图, 在平面直角坐标系  $xoy$  中, 直线  $l$  经过点  $M(3,0)$ , 且平行于  $y$  轴. 给出如下定义:

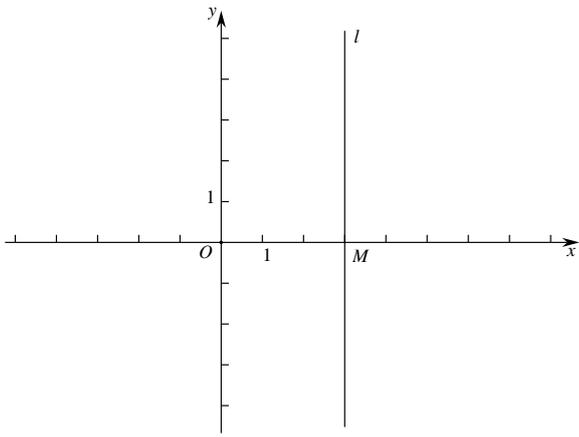
点  $P(x, y)$  先关于  $y$  轴对称得点  $P_1$ , 再将点  $P_1$  关于直线  $l$  对称得点  $P'$ , 则称点  $P'$  是点  $P$  关于  $y$  轴和直线  $l$  的二次反射点.

(1) 已知  $A(-4,0), B(-2,0), C(-3,1)$ , 则它们关于  $y$  轴和直线  $l$  的二次反射点  $A', B', C'$  的坐标分别是

\_\_\_\_\_;

(2) 若点  $D$  的坐标是  $(a,0)$ , 其中  $a<0$ , 点  $D$  关于  $y$  轴和直线  $l$  的二次反射点是点  $D'$ , 求线段  $DD'$  的长;

(3) 已知点  $E(4, 0)$ , 点  $F(6, 0)$ , 以线段  $EF$  为边在  $x$  轴上方作正方形  $EFGH$  中, 若点  $P(a,1), Q(a+1,1)$  关于  $y$  轴和直线  $l$  的二次反射点为  $P', Q'$ , 且线段  $P'Q'$  与正方形  $EFGH$  的边有公共点, 求  $a$  的取值范围.



# 2021 北京东城初二（上）期末数学

## 参考答案

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	A	A	B	C	D	C	C	B	A

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	11	12	13	14
答案	$y(x+2)(x-2)$	25	$(a-b)^2$ 或 $a^2 - 2ab + b^2$	$\angle BAP = \angle CAP$ 或 $\angle APB = \angle APC$ 或 $\angle DPB = \angle DPC$ ;
题号	15	16	17	18
答案	50 或 55	25	$2\sqrt{5}$	$2^{2020}$

三、解答题（本题共 54 分）

$$19. \left| -\sqrt{2} \right| + \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}} - (\pi - 2)^0 + \left( \frac{1}{2} \right)^{-1}$$

$$= \sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 1 + 2 \dots \dots 4 \text{分}$$

$$= 3\sqrt{2} + 1 \dots \dots 5 \text{分}$$

20. 证明：在  $\triangle ABC$  和  $\triangle EFD$  中，

$$\begin{cases} AB = EF \\ \angle CAB = \angle DEF \dots \dots 1 \text{分} \\ AC = ED \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EFD \dots \dots 2 \text{分}$$

$$\therefore \angle ACB = \angle EDF \dots \dots 3 \text{分}$$

$$\therefore \angle ACD = \angle EDC \dots \dots 4 \text{分}$$

$$\therefore AC \parallel DE \dots \dots 5 \text{分}$$

$$21. \text{解：原式} = x^2 + 1 + 2x - 2x^2 + x - 2x + 1$$

$$= -x^2 + x + 2 \dots \dots 4 \text{分}$$

$$\text{当 } x^2 - x + 1 = 0 \text{ 时，原式} = 3 \dots \dots 5 \text{分}$$

22. 图略；角平分线和中垂线各 2 分



23. 解：原方程可化为： $x^2+2x+5=x^2-1$ ，.....2分

解得 $x=-3$ .....3分

检验：当 $x=-3$ 时， $x^2-1 \neq 0$ ，.....4分

所以，原分式方程的解为 $x=-3$ .....5分

$$24. \left( \frac{x+2}{x^2-2x} - \frac{x-1}{x^2-4x+4} \right) \div \frac{x-4}{x}$$

$$= \left[ \frac{x+2}{x(x-2)} - \frac{x-1}{(x-2)^2} \right] \cdot \frac{x}{x-4} \dots\dots 2分$$

$$= \frac{x-4}{x(x-2)^2} \cdot \frac{x}{x-4}$$

$$= \frac{1}{(x-2)^2} \dots\dots 4分$$

当 $x=2+\sqrt{2}$ 时，原式= $\frac{1}{2}$ .....5分

25. 解：（1）设甲种树苗每棵的价格是 $x$ 元，则乙种树苗每棵的价格是 $(x+10)$ 元， .....1分

$$\text{依题意有 } \frac{480}{x+10} = \frac{360}{x} \dots\dots 2分$$

解得  $x=30$  .....3分

经检验， $x=30$  是原方程的解.且符合题意， $x+10=30+10=40$ .....5分

答：甲种树苗每棵的价格是 30 元，乙种树苗每棵的价格是 40 元.

26. 证明：（1） $\because \triangle ABC$ 为等边三角形，

$$\therefore BA = BC, \angle ABC = 60^\circ.$$

$\because D$ 为 $AC$ 的中点，

$\therefore DB$ 平分 $\angle ABC$ .

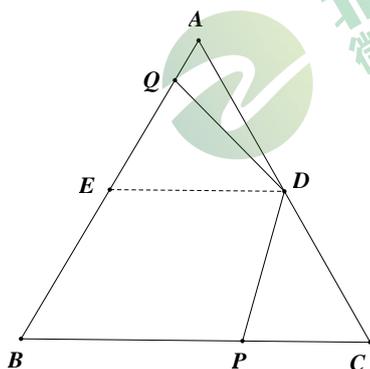
$$\therefore \angle DBC = 30^\circ \dots\dots 1分$$

$$\because \angle PDB = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle DPB = 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ = 30^\circ \dots\dots 2分$$

$$\therefore \angle DBC = \angle DPB.$$

$$\therefore DB = DP \dots\dots 3分$$

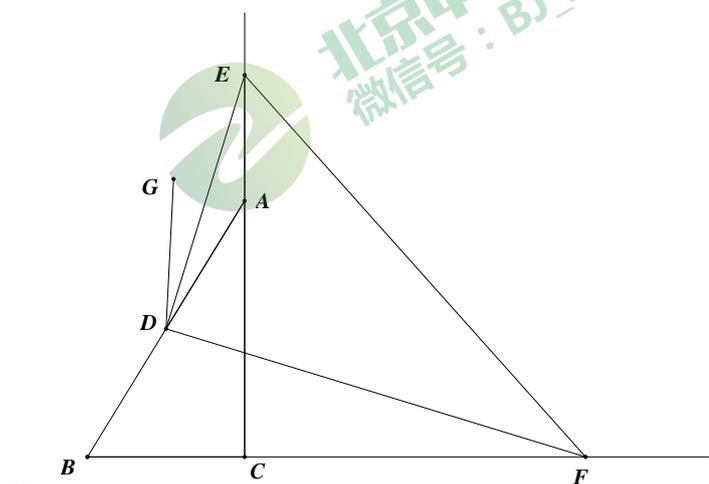


北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

(2) 过点D作DE // BC交AB于点E,……4分  
 $\because \triangle ABC$ 为等边三角形,  $AC = 8$ , 点D是AC的中点,  
 $\therefore AD = CD = 4, \angle ABC = \angle ACB = \angle A = 60^\circ$ .  
 $\because DE // BC$ ,  
 $\therefore \angle AED = \angle B = 60^\circ, \angle ADE = \angle C = 60^\circ$ .  
 $\therefore \triangle ADE$ 为等边三角形,  $\angle EDC = 120^\circ$ .  
 $\therefore AD = ED = AE = 4$ .  
 $\therefore ED = CD = 4$ .  
 $\because \angle QDP = \angle EDC = 120^\circ$ ,  
 $\therefore \angle QDE = \angle PDC$ .  
 $\because ED = CD, \angle AED = \angle C = 60^\circ$ ,  
 $\therefore \triangle QDE \cong \triangle PDC$ .……5分  
 $\therefore EQ = PC$ .  
 $\therefore AQ + PC = AQ + QE = AE = 4$ .……6分



27.

(2)①  $\because \angle ADF = \alpha$ ,  
 $\therefore \angle BDF = 180^\circ - \alpha$ .  
 由轴对称性质可知:  $\angle GDF = \angle BDF = 180^\circ - \alpha$ .  
 $\because DF \perp DE$ ,  
 $\therefore \angle EDF = 90^\circ$ .  
 $\therefore \angle EDG = \angle GDF - \angle EDF = 180^\circ - \alpha - 90^\circ = 90^\circ - \alpha$ .……3分

北京中考在线  
 微信号: BJ\_zkao



……1分

北京中考在线  
 微信号: BJ\_zkao

(3)以线段 $AE, BF, EF$ 为边的三角形是直角三角形. …4分

连接 $GF, GE$ ,由轴对称性质可知,  $GF = BF, \angle DGF = \angle B$ .

$\because D$ 是 $AB$ 的中点,

$\therefore AD = BD$ .

$\because GD = BD$ ,

$\therefore AD = GD$ .

$\because \angle GDE = \angle EDA = 90^\circ - \alpha, DE = DE$ ,

$\therefore \triangle GDE \cong \triangle ADE$ . …5分

$\therefore \angle EGD = \angle EAD, AE = GE$ .

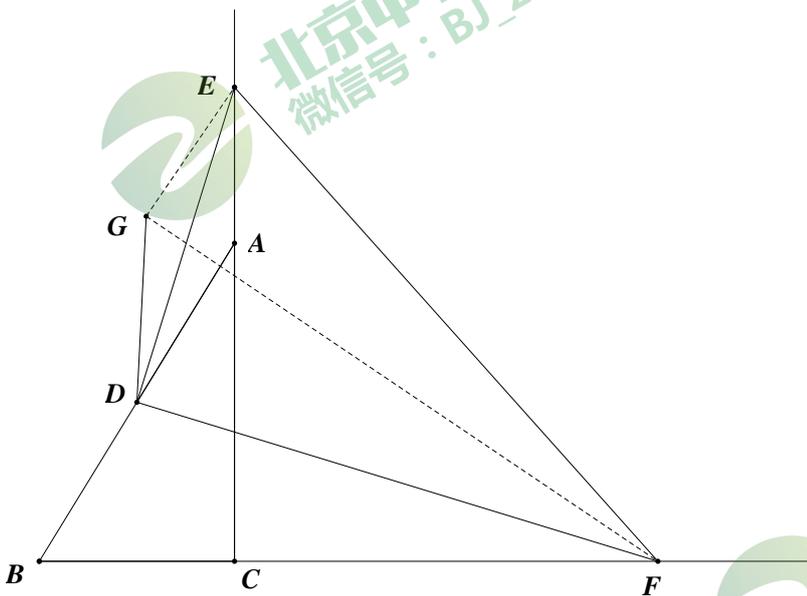
$\because \angle EAD = 90^\circ + \angle B$ .

$\therefore \angle EGD = 90^\circ + \angle B$ .

$\therefore \angle EGF = \angle EGD - \angle DGF = 90^\circ + \angle B - \angle B = 90^\circ$ . …7分

$\therefore$ 以线段 $GE, GF, EF$ 为边的三角形是直角三角形.

$\therefore$ 以线段 $AE, BF, EF$ 为边的三角形是直角三角形.



28.(1)  $A'(2,0) B'(4,0) C'(3,1)$  ……3分

(2)依题意,  $D_1(-a,0), D'(6+a,0)$

$DD' = 6+a-a = 6$  ……5分

(3)  $P'(6+a,1) Q'(7+a,1)$

当 $P'Q'$ 与 $EH$ 有公共点时,

$$\begin{cases} 7+a \geq 4, \\ 6+a \leq 4, \end{cases}$$

$\therefore -3 \leq a \leq -2$ . ……6分

当 $P'Q'$ 与 $FG$ 有公共点时,

$$\begin{cases} 6+a \leq 6, \\ 7+a \geq 6, \end{cases}$$

$\therefore -1 \leq a \leq 0$ . ……7分

综上,  $-3 \leq a \leq -2$ 或 $-1 \leq a \leq 0$ .