



初三数学

2024.01

考生须知

1. 本试卷共 6 页,共三道大题,28 道小题,满分 100 分,考试时间 120 分钟。
2. 在答题卡上准确填写学校名称、准考证号,并将条形码贴在指定区域。
3. 题目答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束,请将答题卡交回。

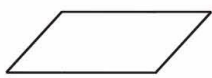
一、选择题(共 16 分,每题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个.

1. 2023 航空航天大兴论坛于 11 月 15 日至 17 日在北京大兴国际机场临空经济区举办,共设置了“数字民航”“电动航空”“商业航天”“通航维修”四场专题论坛.若某位航天科研工作者随机选择一个专题论坛参与活动,则他选中“电动航空”的概率是

A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{8}$

2. 下列图形中,是中心对称图形而不是轴对称图形的为



A.



B.



C.



D.

3. 关于一元二次方程 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 的根的情况,下列说法正确的是

A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 没有实数根 D. 无法判断

4. 抛物线 $y = (x-2)^2 + 1$ 的对称轴是

A. $x = -2$ B. $x = 2$ C. $x = -1$ D. $x = 1$

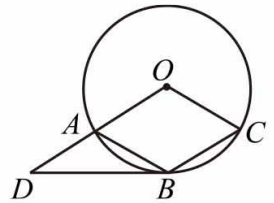
5. 在平面直角坐标系 xOy 中,将抛物线 $y = 3x^2$ 先向右平移 4 个单位长度,再向上平移 1 个单位长度,得到的抛物线是

A. $y = 3(x+4)^2 - 1$ B. $y = 3(x+4)^2 + 1$ C. $y = 3(x-4)^2 - 1$ D. $y = 3(x-4)^2 + 1$

6. 若圆的半径为 1, 则 60° 的圆心角所对的弧长为

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{3}$

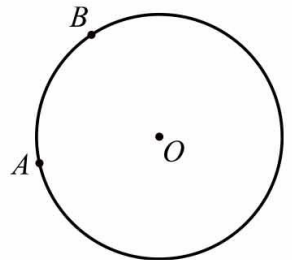
7. 如图, 菱形 $OABC$ 的顶点 A, B, C 在 $\odot O$ 上, 过点 B 作 $\odot O$ 的切线交 OA 的延长线于点 D . 若 $\odot O$ 的半径为 2, 则 BD 的长为



- A. 2 B. $2\sqrt{2}$
C. $2\sqrt{3}$ D. 4

8. 如图, 点 A, B 在 $\odot O$ 上, 且点 A, O, B 不在同一条直线上, 点 P 是 $\odot O$ 上一个动点 (点 P 不与点 A, B 重合), 在点 P 运动的过程中, 有如下四个结论:

- ①恰好存在一点 P , 使得 $\angle PAB = 90^\circ$;
②若直线 OP 垂直于 AB , 则 $\angle OAP = \angle OBP$;
③ $\angle APB$ 的大小始终不变.



上述结论中, 所有正确结论的序号是

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 若 $(a-3)x^2 - 3x - 4 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程, 则 a 的取值范围是_____.

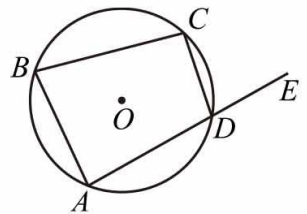
10. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有一个根为 1, 则 m 的值为_____.

11. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若点 $(2, y_1), (4, y_2)$ 在抛物线 $y = 2(x-3)^2 - 4$ 上,

则 y_1 _____ y_2 (填“>”, “=”或“<”).

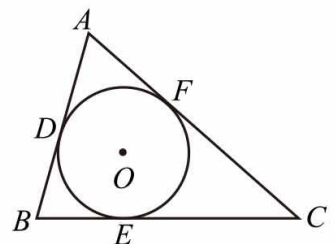
12. 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, 点 E 在 AD 的延长线上,

若 $\angle CDE = 80^\circ$, 则 $\angle ABC$ 的度数是_____.



13. 如图, $\triangle ABC$ 的内切圆 $\odot O$ 与 AB, BC, CA 分别相切于点 D, E, F ,

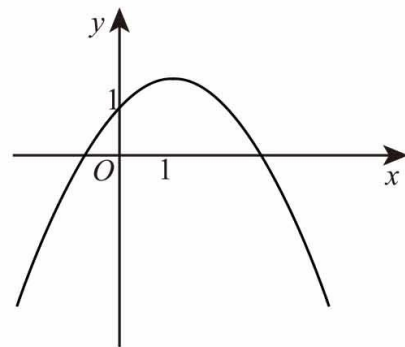
若 $AD = 2, BC = 6$, 则 $\triangle ABC$ 的周长为_____.



14. 写出一个过点 $(0,1)$ 且当自变量 $x>0$ 时,函数值 y 随 x 的增大而增大的二次函数的解析式_____.
15. 杭州亚运会的吉祥物“琮琤”“宸宸”“莲莲”组合名为“江南忆”,出自唐朝诗人白居易的名句“江南忆,最忆是杭州”,它融合了杭州的历史人文、自然生态和创新基因.吉祥物一开售,就深受大家的喜爱.经统计,某商店吉祥物“江南忆”6月份的销售量为1200件,8月份的销售量为1452件,设吉祥物“江南忆”6月份到8月份销售量的月平均增长率为 x ,则可列方程为_____.

16. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a<0$)的图象经过点 $(0,1)$, $(2,1)$. 给出下面三个结论:

- ① $2a-b=0$;
 ② $a+b+c>1$;
 ③关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c-m=0$ ($m<1$)有两个异号实数根.



上述结论中,所有正确结论的序号是_____.

三、解答题(共68分,第17-21题每题5分,第22题6分,第23题5分,第24-26题每题6分,第27-28题,每题7分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明的过程.

17. 解方程: $x^2+8x=9$.

18. 已知 a 是方程 $x^2-2x-1=0$ 的一个根,求代数式 $(a-1)^2+a(a-2)$ 的值.

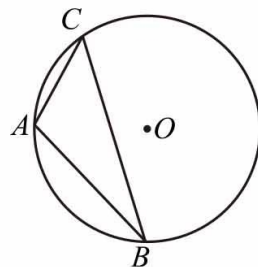
19. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-x+2m-2=0$ 有两个实数根.

- (1) 求 m 的取值范围;
 (2) 当 m 取最大整数值时,求方程的根.

20. 已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 $(1,0)$, $(0,-3)$.

- (1) 求抛物线的解析式;
 (2) 求该抛物线的顶点坐标.

21. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=45^\circ$, $AB=2$, $\odot O$ 为 $\triangle ABC$ 的外接圆,求 $\odot O$ 的半径.



22. 2023年9月23日至10月8日,第19届亚运会在杭州举行.中国队以201枚金牌、111枚银牌、71枚铜牌的优异成绩,位居奖牌榜首.为弘扬体育运动精神,某校对八、九年级学生进行了杭州亚运会知识竞赛(测试满分为100分,得分 x 均为不小于80的整数),并从中分别随机抽取了20名学生的测试成绩,整理、描述和分析如下(成绩得分用 x 表示,共分成四组:A. $80 \leq x < 85$; B. $85 \leq x < 90$; C. $90 \leq x < 95$; D. $95 \leq x \leq 100$).

a. 八年级20名学生的成绩是:

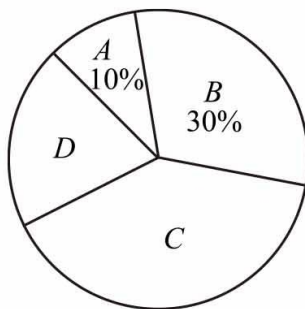
80, 82, 83, 83, 85, 85, 86, 87, 89, 90, 90, 91, 94, 95, 95, 95, 95, 96, 99, 100.

b. 九年级20名学生的成绩在C组中的数据是:90, 90, 91, 92, 92, 93, 93, 94.

c. 八、九年级抽取的学生竞赛成绩的平均数、中位数、众数如下:

年级	平均数	中位数	众数
八年级	90	90	m
九年级	90	n	100

d. 九年级抽取的学生竞赛成绩扇形统计图如下:



根据以上信息,解答下列问题:

- 写出表中 m, n 的值及九年级抽取的学生竞赛成绩在D组的人数;
- 若该校九年级共400人参加了此次知识竞赛活动,估计九年级竞赛成绩不低于90分的人数是_____;
- 为了进一步弘扬体育运动精神,学校决定组织学生开展亚运精神宣讲活动,准备从九年级抽取的竞赛成绩在D组的学生中,随机选取一名担任宣讲员,另一名担任主持人.若甲、乙是抽取的成绩在D组的两名学生,用画树状图或列表的方法,求甲、乙两人同时被选上的概率.

23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图象经过点 $A(-1,2)$ 和 $B(1,4)$.

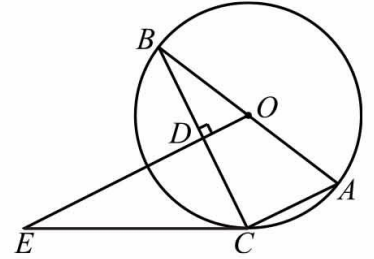
(1) 求该函数的解析式;

(2) 当 $x > 2$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = \frac{1}{2}x + n$ 的值小于函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的值且大于 5, 直接写出 n 的值.

24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, 连接 AC, BC , 过点 O 作 $OD \perp BC$ 于点 D , 过点 C 作直线 CE 交 OD 延长线于点 E , 使得 $\angle E = \angle B$.

(1) 求证: CE 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $DE = 6, CE = 3\sqrt{5}$, 求 OD 的长.



25. 如图 1, 某公园一个圆形喷水池, 在喷水池中心 O 处竖直安装一根高度为 1.25m 的水管 OA , A 处是喷头, 喷出水流沿形状相同的曲线向各个方向落下, 喷出水流的运动路线可以看作是抛物线的一部分.

建立如图 2 所示的平面直角坐标系, 测得喷出水流距离喷水池中心 O 的最远水平距离 OB 为 2.5m, 水流竖直高度的最高处位置 C 距离喷水池中心 O 的水平距离 OD 为 1m.

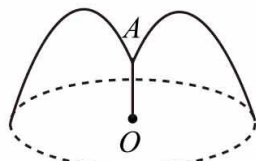


图 1

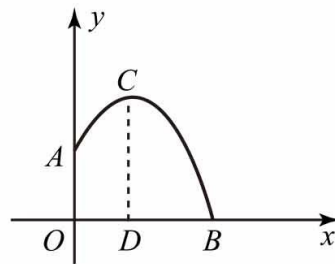


图 2

(1) 求喷出水流的竖直高度 y (m) 与距离水池中心 O 的水平距离 x (m) 之间的关系式, 并求水流最大竖直高度 CD 的长;

(2) 安装师傅调试时发现, 喷头竖直上下移动时, 抛物线形水流随之竖直上下移动 (假设抛物线水流移动时, 保持对称轴及形状不变), 若水管 OA 的高度增加 0.64m 时, 则水流离喷水池中心 O 的最远水平距离为 _____ m.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $(2, m)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 上, 设抛物线的对称轴为 $x = t$.

(1) 当 $m = c$ 时, 求 t 的值;

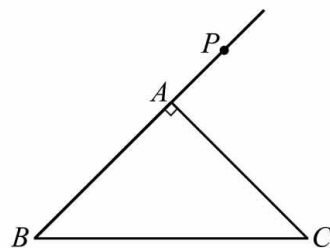
(2) 点 $(-1, y_1), (3, y_2)$ 在抛物线上, 若 $c < m$, 请比较 y_1, y_2 的大小, 并说明理由.

27. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ, AB = AC$, 点 P 为 BA 的延长线上一点, 连接 PC , 以 P 为中心, 将线段 PC 顺时针旋转 90° 得到线段 PD , 连接 BD .

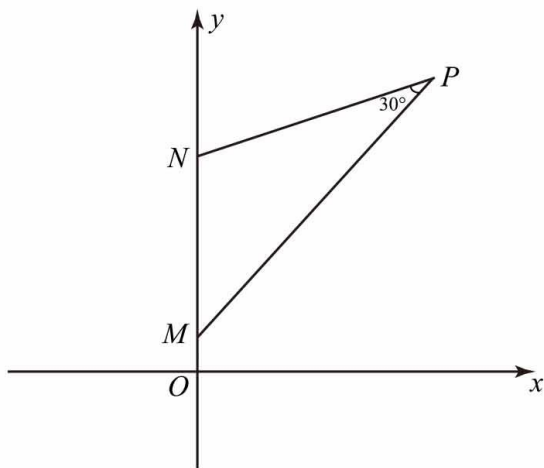
(1) 依题意补全图形;

(2) 求证: $\angle ACP = \angle DPB$;

(3) 用等式表示线段 BC, BP, BD 之间的数量关系, 并证明.



28. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $M(0, t), N(0, t+2)$, 对于坐标平面内的一点 P , 给出如下定义: 若 $\angle MPN = 30^\circ$, 则称点 P 为线段 MN 的“亲近点”.



(1) 当 $t = 0$ 时,

① 在点 $A(2\sqrt{3}, 0), B(3, 2), C(-2\sqrt{3}, 2), D(-1, -3)$ 中, 线段 MN 的“亲近点”的是_____;

② 点 P 在直线 $y = 1$ 上, 若点 P 为线段 MN 的“亲近点”, 则点 P 的坐标为_____;

(2) 若直线 $y = -\sqrt{3}x - 3$ 上总存在线段 MN 的“亲近点”, 则 t 的取值范围是_____.

大兴区 2023~2024 学年度第一学期期末检测

初三数学参考答案及评分标准

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	A	B	D	D	C	A

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$a \neq 3$	2	=	80	16	答案不唯一，如： $y = x^2 + 1$	$1200(1+x)^2 = 1452$	②③

三、解答题（共 68 分，第 17-21 题每题 5 分，第 22 题 6 分，第 23 题 5 分，第 24-26 题每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明的过程。

17. 解： $x^2+8x=9$.

$$x^2+8x+16=9+16. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$(x+4)^2=25. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$x+4=\pm 5. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } x_1=1, x_2=-9. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

18. 解： $(a-1)^2 + a(a-2)$

$$= a^2 - 2a + 1 + a^2 - 2a \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$= 2a^2 - 4a + 1 \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$\because a$ 是方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的一个根，

$$\therefore a^2 - 2a - 1 = 0,$$

$$\therefore a^2 - 2a = 1. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{原式} = 2(a^2 - 2a) + 1$$

$$= 2 \times 1 + 1$$

$$= 3 \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

19. 解:

(1) \because 方程有两个实数根,

$$\therefore \Delta \geq 0 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\because \Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (2m - 2)$$

$$= 1 - 8m + 8$$

$$= 9 - 8m$$

$$\therefore 9 - 8m \geq 0$$

$$\therefore m \leq \frac{9}{8} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) $\because m \leq \frac{9}{8}$, m 为最大整数,

$$\therefore m = 1. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore x^2 - x = 0.$$

$$\text{解得: } x_1 = 0, x_2 = 1. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

20. 解:

(1) \because 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $(1, 0)$, $(0, -3)$,

$$\therefore \begin{cases} 1 + b + c = 0 \\ c = -3 \end{cases} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} b = 2 \\ c = -3 \end{cases}.$$

$$\therefore y = x^2 + 2x - 3. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) $y = x^2 + 2x - 3.$

$$= (x + 1)^2 - 4$$

$$\therefore \text{顶点坐标为 } (-1, -4). \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

21. 解：连接 OA, OB ,1 分

$\because \angle C=45^\circ,$

$\therefore \angle AOB=2\angle C=90^\circ.$ 2 分

在 $Rt\triangle AOB$ 中,

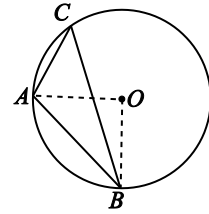
$\because OA^2+OB^2=AB^2, AB=2, OA=OB,$

$\therefore 2OA^2=4.$ 4 分

$\therefore OA^2=2.$

$\therefore OA=\sqrt{2}$ (舍负).

$\therefore \odot O$ 的半径是 $\sqrt{2}.$ 5 分

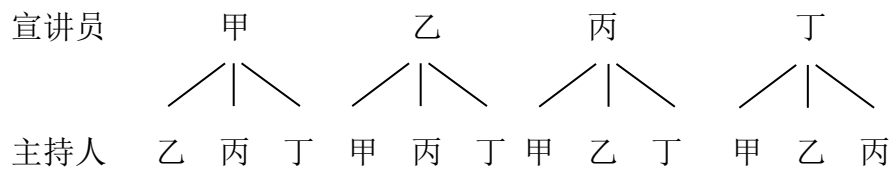


22.解:

(1) $m=95, n=90.5$, 九年级抽取的学生竞赛成绩在 D 组的人数为 4 人; 3 分

(2) 240. 4 分

(3) 设 D 组的另外两名同学为丙, 丁.



由树状图可以看出, 所有可能出现的结果共 12 种, 这些结果出现的可能性相等.

甲和乙同时被选上的结果有 2 种,

所以 $P_{(\text{甲乙同时被选上})} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$ 6 分

23. 解:

(1) 把 $A(-1,2)$ 和 $B(1,4)$ 代入 $y=kx+b(k\neq 0)$ 中,

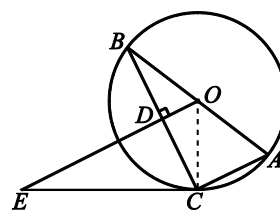
$$\begin{cases} -k+b=2, \\ k+b=4. \end{cases}$$
1 分

解得:
$$\begin{cases} k=1, \\ b=3. \end{cases}$$
2 分

所以该函数的解析式为 $y=x+3.$ 3 分

(2) $n=4$ 5 分

24. (1) 证明: 连接 OC .



$\because OB=OC,$
 $\therefore \angle B=\angle OCB.$
 $\because \angle E=\angle B,$
 $\therefore \angle E=\angle OCB. \dots\dots\dots 1$ 分
 $\because OD \perp BC,$
 $\therefore \angle E+\angle DCE=90^\circ.$
 $\therefore \angle OCB+\angle DCE=90^\circ.$
 $\therefore \angle OCE=90^\circ.$
 即 $OC \perp CE.$
 $\therefore CE$ 是 $\odot O$ 的切线. $\dots\dots\dots 2$ 分

(2) $\because OD \perp BC,$
 $\therefore \angle CDE=90^\circ.$
 在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, $DE=6, CE=3\sqrt{5},$
 $\therefore CD=\sqrt{CE^2-DE^2}=3. \dots\dots\dots 3$ 分
 $\because OE \perp BC,$
 $\therefore BC=2CD=6.$
 $\therefore DE=BC. \dots\dots\dots 4$ 分
 $\because AB$ 是直径,
 $\therefore \angle ACB=90^\circ.$
 $\therefore \angle CDE=\angle ACB.$
 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle CED$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle E, \\ BC = DE, \\ \angle ACB = \angle CDE. \end{cases}$$
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle CED. \dots\dots\dots 5$ 分
 $\therefore AC=CD=3.$
 $\because O$ 是 AB 的中点, D 是 BC 的中点,
 $\therefore OD=\frac{1}{2}AC=\frac{3}{2}. \dots\dots\dots 6$ 分

25.解:

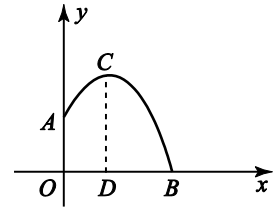
(1) 由题意, A 点坐标为 $(0,1.25)$, B 点坐标为 $(2.5,0)$1 分

设抛物线的解析式为 $y=a(x-1)^2+k(a\neq 0)$ 2 分

\therefore 抛物线经过点 A , 点 B .

$$\therefore \begin{cases} 1.25 = a + k, \\ 0 = a(2.5-1)^2 + k. \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} a = -1, \\ k = 2.25. \end{cases}$



$\therefore y = -(x-1)^2 + 2.25$ ($0 \leq x \leq 2.5$) 3 分

$\therefore x=1$ 时, $y=2.25$.

\therefore 水流喷出的最大高度为 2.25 m. 4 分

(2) 2.7 6 分

26. 解:

(1) \therefore 点 $(2, m)$ 在 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 上,

$\therefore m = 4a + 2b + c$.

又 $\therefore m = c$,

$\therefore 4a + 2b = 0$.

$\therefore b = -2a$.

$\therefore t = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2a}{2a} = 1$2 分

(2) \therefore 点 $(2, m)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 上,

$\therefore m = 4a + 2b + c$.

$\therefore c < m$,

$\therefore m - c > 0$.

$\therefore m - c = 4a + 2b > 0$.

$\therefore 2a + b > 0$ 3 分

\therefore 点 $(-1, y_1), (3, y_2)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 上,

$\therefore y_1 = a - b + c, y_2 = 9a + 3b + c$,

$\therefore y_2 - y_1 = (9a + 3b + c) - (a - b + c) = 8a + 4b = 4(2a + b)$ 4 分

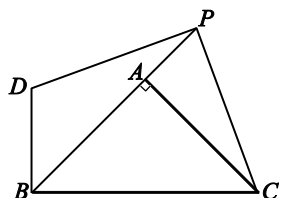
$\therefore 2a + b > 0$,

$\therefore 4(2a + b) > 0$,

$\therefore y_2 - y_1 > 0$.

$\therefore y_2 > y_1$6 分

27. (1) 解：补全图形如图所示；



..... 1 分

(2) 证明：

$\because \angle BAC=90^\circ,$

$\therefore \angle ACP+\angle APC=90^\circ.$

\because 以 P 为中心，将线段 PC 顺时针旋转 90° 得到线段 $PD,$

$\therefore \angle DPC=90^\circ.$

$\therefore \angle APC+\angle BPD=90^\circ.$

$\therefore \angle ACP=\angle DPB.$ 3 分

(3) 线段 BC, BP, BD 之间的数量关系是 $\sqrt{2}BP=BD+BC.$ 4 分

证明：过点 P 作 $PE \perp PB$ 交 BC 的延长线于点 $E.$

$\because PE \perp PB,$

$\therefore \angle BPE=90^\circ.$

$\because \angle DPC=90^\circ,$

$\therefore \angle 1+\angle BPC=\angle 2+\angle BPC=90^\circ.$

$\therefore \angle 1=\angle 2.$ 5 分

$\because AB=AC, \angle BAC=90^\circ,$

$\therefore \angle ABC=\angle ACB=45^\circ.$

$\because \angle BPE=90^\circ,$

$\therefore \angle PBE=\angle PEB=45^\circ.$

$\therefore PB=PE.$ 6 分

在 $\triangle PBD$ 与 $\triangle PEC$ 中，

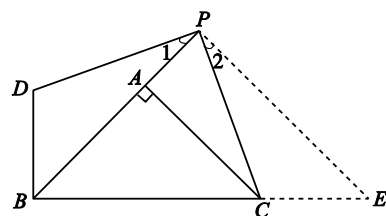
$$\begin{cases} PB = PE, \\ \angle 1 = \angle 2, \\ PD = PC. \end{cases}$$

$\therefore \triangle PBD \cong \triangle PEC.$

$\therefore BD=EC.$

$\because BE=\sqrt{BP^2+PE^2}=\sqrt{BP^2+BP^2}=\sqrt{2}BP.$

$\therefore \sqrt{2}BP=BD+BC.$ 7 分



28. 解：

(1) ① $A, C;$ 2 分

② $(-\sqrt{3}-2, 1), (\sqrt{3}+2, 1);$ 5 分

(2) $-11 \leq t \leq 3.$ 7 分