

2018 北京门头沟区初二（下）期末

数 学



考生须知

1. 本试卷共 8 页，共四道大题，28 个小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上认真填写学校和姓名，并将条形码粘贴在答题卡相应位置处。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1- 8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 已知 $2a = 3b$ ($ab \neq 0$)，下列比例式成立的是

- A. $\frac{a}{2} = \frac{3}{b}$ B. $\frac{a}{3} = \frac{b}{2}$ C. $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ D. $\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$

2. 剪纸是我国传统的民间艺术，下列剪纸作品中，是轴对称图形，但不是中心对称图形的为



A

B

C

D

3. 如图，在一个足球图片中的一个黑色块的内角和是

- A. 180° B. 360°
C. 540° D. 720°



4. 如果点 $A(1, m)$ 与点 $B(3, n)$ 都在直线 $y = -2x + 1$ 上，那么 m 与 n 的关系是

- A. $m > n$ B. $m < n$ C. $m = n$ D. 不能确定

5. 下表记录了甲、乙、丙、丁四名同学最近几次数学考试成绩的平均数与方差：

	甲	乙	丙	丁
平均数（分）	92	95	95	92
方差	3.6	3.6	7.4	8.1

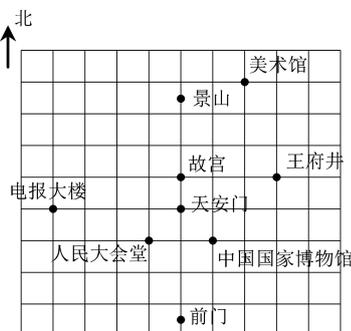
要选择一名成绩好且发挥稳定的同学参加数学比赛，应该选择

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

6. 在四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = \angle B = \angle C = 90^\circ$ ，如果再添加一个条件，即可推出该四边形是正方形，这个条件可以是

- A. $BC = CD$ B. $AB = CD$ C. $\angle D = 90^\circ$ D. $AD = BC$

7. “四个一”活动自 2014 年 9 月启动至今，北京市已有 80 万名中小學生参加了天安门广场的升旗仪式。下图是利用平面直角坐标系画出的天安门广场周围的景点分布示意图，这个坐标系分别以正东、正北方向为 x 轴、 y 轴的正方向。如果表示故宫的点的坐



标为 $(0, 1)$ ，表示中国国家博物馆的点的坐标为 $(1, -1)$ ，

那么表示人民大会堂的点的坐标是

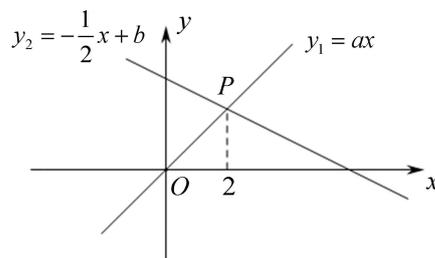
- A. $(0, -1)$ B. $(-1, 0)$ C. $(-1, 1)$ D. $(-1, -1)$

8. 如图，已知正比例函数 $y_1 = ax$ 与一次函数 $y_2 = -\frac{1}{2}x + b$ 的图象交于点 P. 下面有四个结论：

- ① $a > 0$ ；② $b < 0$ ；③ 当 $x < 0$ 时， $y_1 < 0$ ；④ 当 $x > 2$ 时， $y_1 < y_2$.

其中正确的是

- A. ① ② B. ② ④ C. ③ ④ D. ① ③



二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 如果 $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ ，那么 $\frac{x+y}{x}$ 的值是_____.

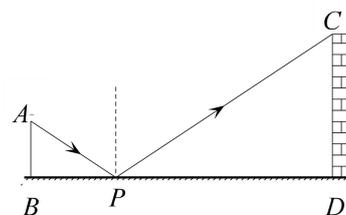
10. 如果两个相似三角形的相似比为 $2:3$ ，那么这两个三角形的周长比为_____.

11. 写出一个图象经过点 $(1, 1)$ 的一次函数的表达式_____.

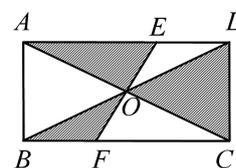
12. 如图是小明同学设计的用激光笔测量城墙高度的示意图，在点 P 处水平放置一面平面镜，光线从点 A 出发经平面镜反射后刚好射到城墙 CD 的顶端 C 处，

如果 $AB \perp BD$ ， $CD \perp BD$ ， $AB = 1.2$ 米， $BP = 1.8$ 米，

$PD = 12$ 米，那么该城墙高度 $CD =$ _____ 米.



13. 在菱形 ABCD 中，对角线 AC 与 BD 交于点 O，如果 $\angle ABC = 60^\circ$ ， $AC = 4$ ，那么这个菱形的面积是_____.



14. 如图，矩形 ABCD 的对角线 AC 和 BD 相交于点 O，过点 O 的直线分别交 AD 和 BC 于点 E、F，且 $AB = 2$ ， $BC = 3$ ，那么图中阴影部分的面积为_____.

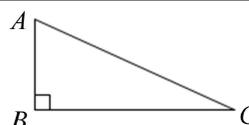
15. 在四边形中，同一条边上的两个角称为邻角. 如果一个四边形一条边上的邻角相等，且这条边的对边上的邻角也相等，那么这个四边形叫做 C 形. 根据研究平行四边形及特殊四边形的方法，在下面的横线上至少写出两条关于 C 形的性质：_____

_____.

16. 下面是“利用直角三角形作矩形”尺规作图的过程.

已知：如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$.

求作：矩形 ABCD.



小明的作法如下：

作法：如图，

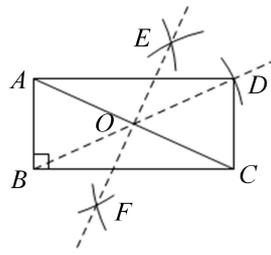
(1) 分别以点 A 、 C 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AC$ 同样长为半径作弧，两弧交于点 E 、 F ;

(2) 作直线 EF ，直线 EF 交 AC 于点 O ;

(3) 作射线 BO ，在 BO 上截取 OD ，使得 $OD = OB$;

(4) 连接 AD ， CD 。

\therefore 四边形 $ABCD$ 就是所求作的矩形。



老师说，“小明的作法正确。”

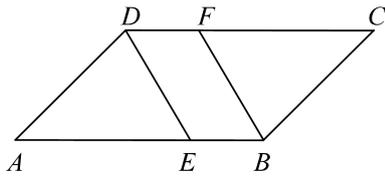
请回答，小明作图的依据是：_____

三、解答题（本题共 45 分，每小题 5 分）

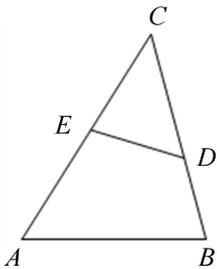
解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 已知：如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E 在 AB 上，点 F 在 CD 上，且 $DE \parallel BF$ 。

求证： $DE = BF$ 。



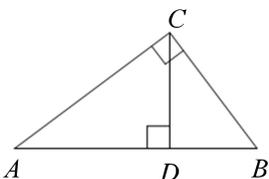
18. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在 BC 上，点 E 在 AC 上， DE 与 AB 不平行。添加一个条件_____，使得 $\triangle CDE \sim \triangle CAB$ ，然后再加以证明。



19. 已知：如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 是 AB 边上的高。

(1) 求证： $\triangle ABC \sim \triangle CBD$;

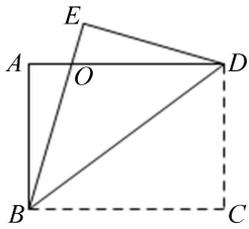
(2) 如果 $AC = 4$ ， $BC = 3$ ，求 BD 的长。



20. 已知：如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ， $BC = 4$ 。将 $\triangle BCD$ 沿对角线 BD 翻折得到 $\triangle BED$ ， BE 交 AD 于点 O 。

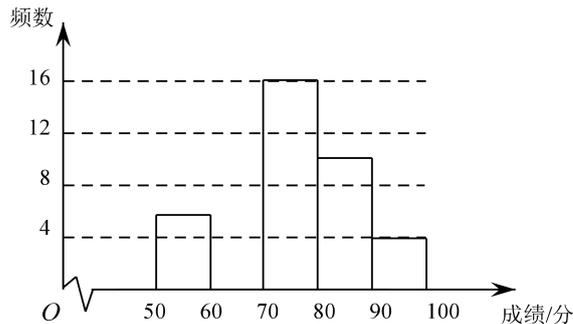
(1) 判断 $\triangle BOD$ 的形状，并证明；

(2) 直接写出线段 OD 的长.



21. 为了弘扬中华优秀传统文化, 了解学生整体阅读能力, 某校组织全校的 1 000 名学生进行一次阅读理解大赛. 从中抽取部分学生的成绩进行统计分析, 根据测试成绩绘制了频数分布表和频数分布直方图:

分组/分	频数	频率
$50 \leq x < 60$	6	0.12
$60 \leq x < 70$	a	0.28
$70 \leq x < 80$	16	0.32
$80 \leq x < 90$	10	0.20
$90 \leq x \leq 100$	4	0.08



(1) 频数分布表中的 $a =$ _____;

(2) 将上面的频数分布直方图补充完整;

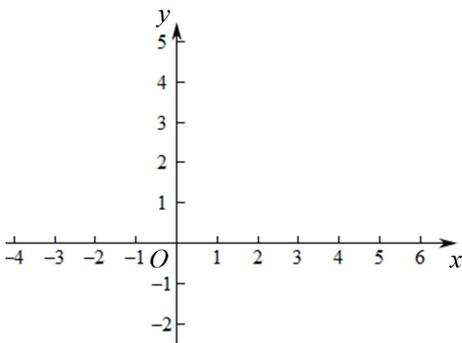
(3) 如果成绩达到 90 及 90 分以上者为优秀, 可推荐参加决赛, 估计该校进入决赛的学生大约有 _____ 人.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 与直线 $y = 2x$ 的交点为 $P(2, m)$, 与 x 轴的交点为 A .

(1) 求 m 的值;

(2) 过点 P 作 $PB \perp x$ 轴于 B , 如果 $\triangle PAB$ 的面积为 6,

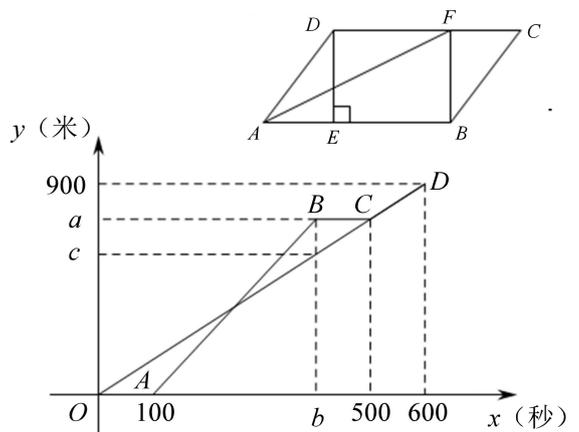
求 k 的值.



23. 已知: 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E , 点 F 在边 CD 上, $DF = BE$, 连接 AF 和 BF .

(1) 求证: 四边形 $BFDE$ 是矩形;

(2) 如果 $CF = 3$, $BF = 4$, $DF = 5$, 求证: AF 平分 $\angle DAB$.



24. 甲、乙两人从学校出发, 沿相同的线路跑向公园. 甲先跑一段路程后, 乙开始出发, 当乙超过甲 150 米时, 乙停在此地

等候甲，两人相遇后，乙和甲一起以甲原来的速度继续跑向公园。

如图是甲、乙两人在跑步的全过程中经过的路程 y (米) 与甲出发的时间 x (秒) 之间函数关系的图象，根据题意填空：

- (1) 在跑步的全过程中，甲共跑了_____米，甲的速度为_____米 / 秒；
- (2) 乙最早出发时跑步的速度为_____米 / 秒，乙在途中等候甲的时间为_____秒；
- (3) 乙出发_____秒后与甲第一次相遇。

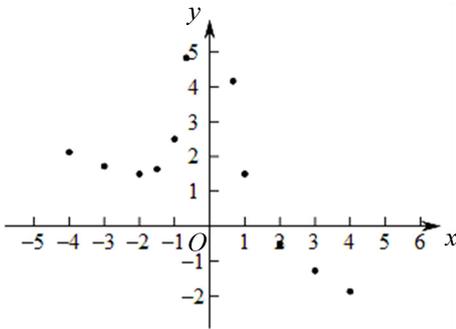
25. 有这样一个问题：“探究函数 $y = \frac{2}{x^2} - \frac{1}{2}x$ 的图象与性质。”小明根据学习函数的经验，对函数 $y = \frac{2}{x^2} - \frac{1}{2}x$ 的

图象与性质进行了探究。下面是小明的探究过程，请将其补充完整：

- (1) 函数 $y = \frac{2}{x^2} - \frac{1}{2}x$ 的自变量 x 的取值范围是_____；
- (2) 下表是 y 与 x 的几组对应值：

x	...	-4	-3	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	1	2	3	4	...
y	...	$\frac{17}{8}$	$\frac{31}{18}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{59}{36}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{29}{6}$	$\frac{25}{6}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{23}{18}$	$-\frac{15}{8}$...

- (3) 如下图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了上表中各组对应值为坐标的点。根据描出的点，画出该函数的图象；



- (4) 根据画出的函数图象，写出：

- ① $x = \frac{3}{2}$ 时，对应的函数值 y 约为_____ (结果精确到 0.01)；
- ② 该函数的一条性质：_____

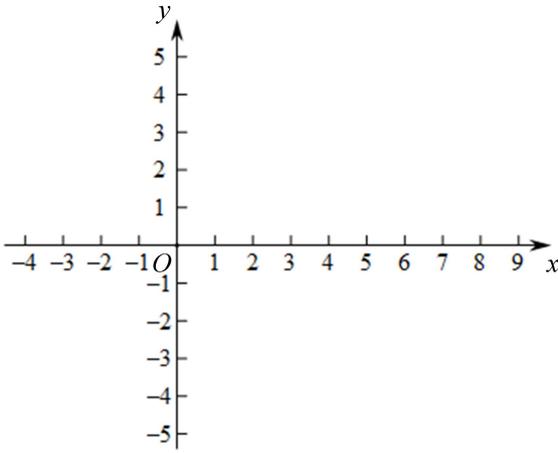
四、解答题 (本题共 23 分，第 26 题 7 分，第 27、28 题，每小题 8 分)

解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

26. 已知一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象经过 $A(4, -1)$ 和 $B(1, 2)$ 两点。

- (1) 求这个一次函数的表达式；
- (2) 在 (1) 的条件下，将该一次函数图象在 x 轴下方的部分沿 x 轴翻折，图象的其余部分保持不变，得到一个新的图象。求新图象与直线 $y = \frac{1}{2}x$ 的交点坐标；

- (3) 点 $C(0, t)$ 为 y 轴上一动点, 过点 C 作垂直于 y 轴的直线 l . 直线 l 与新图象交于点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$, 与直线 $y = \frac{1}{2}x$ 交于点 $N(x_3, y_3)$, 如果 $x_1 < x_3 < x_2$, 结合函数的图象, 直接写出 t 的取值范围.



27. 在正方形 $ABCD$ 中, 点 H 是对角线 BD 上的一个动点, 连接 AH , 过点 H 分别作 $HP \perp AH$, $HQ \perp BD$, 交直线 DC 于点 P, Q .

(1) 如图 1,

① 按要求补全图形;

② 判断 PQ 和 AD 的数量关系, 并证明.

(2) 如果 $\angle AHB = 62^\circ$, 连接 AP , 写出求 $\angle PAD$ 度数的思路 (可不写出计算结果).

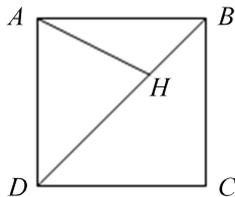
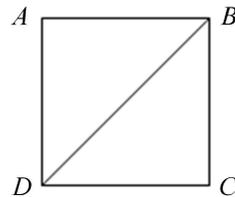


图 1



备用图

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 如果 P, Q 为某个菱形相邻的两个顶点, 且该菱形的两条对角线分别与 x 轴, y 轴平行, 那么称该菱形为点 P, Q 的“相关菱形”.

图 1 为点 P, Q 的“相关菱形”的一个示意图.

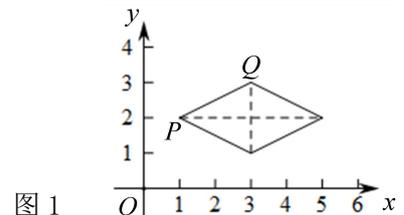


图 1

已知点 A 的坐标为 $(1, 4)$, 点 B 的坐标为 $(b, 0)$,

- (1) 如果 $b = 3$, 那么 $R(-1, 0), S(5, 4), T(6, 4)$ 中能够成为点 A, B 的“相关菱形”顶点的是_____;
- (2) 如果点 A, B 的“相关菱形”为正方形, 求直线 AB 的表达式;

- (3) 如图 2, 在矩形 $O E F G$ 中, $F(3, 2)$. 点 M 的坐标为 $(m, 3)$, 如果在矩形 $O E F G$ 上存在一点 N , 使得点 M, N 的“相关菱形”为正方形, 直接写出 m 的取值范围.

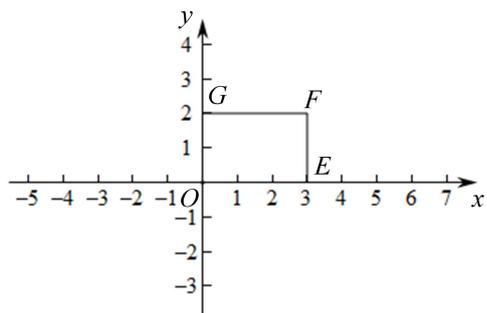


图 2



数学试题答案

一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	C	A	B	A	D	D

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	5/3	2:3	略	8	$8\sqrt{3}$	3	略	略

三、解答题（本题共 45 分，每小题 5 分）

17.（本小题满分 5 分）

证明：∵ $\square ABCD$,
 ∴ $DC \parallel AB$, 即 $DF \parallel BE$2 分
 又∵ $DE \parallel BF$,
 ∴ 四边形 $DEBF$ 是平行四边形.4 分
 ∴ $DE = BF$5 分

18.（本小题满分 5 分）

解：（1）添加条件正确；2 分
 （2）证明正确.5 分

19.（本小题满分 5 分）

（1）证明：∵ $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是 AB 边上的高,
 ∴ $\angle ACB = \angle CDB = 90^\circ$1 分
 又∵ $\angle B = \angle B$,
 ∴ $\triangle ABC \sim \triangle CBD$2 分
 （2）解：在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC=4$, $BC=3$.
 ∴ 由勾股定理得 $AB=5$3 分
 ∴ $\triangle ABC \sim \triangle CBD$,
 ∴ $\frac{AB}{CB} = \frac{BC}{BD}$4 分
 ∴ $BD = \frac{BC^2}{AB} = \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5}$5 分

20.（本小题满分 5 分）

解：（1） $\triangle BOD$ 为等腰三角形，证明如下：1 分
 ∵ 矩形 $ABCD$, ∴ $AD \parallel BC$.
 ∴ $\angle ADB = \angle DBC$2 分
 又∵ $\triangle BCD$ 沿对角线 BD 翻折得到 $\triangle BED$,
 ∴ $\angle OBD = \angle DBC$3 分
 ∴ $\angle OBD = \angle ADB$.
 ∴ $OB = OD$.
 ∴ $\triangle BOD$ 为等腰三角形.4 分
 （2） $OD = \frac{25}{8}$5 分

21.（本小题满分 5 分）

解：（1）14；2 分
 （2）略；4 分
 （3）80.5 分

22.（本小题满分 5 分）

解：（1）∵ 直线 $y = 2x$ 过点 $P(2, m)$,
 ∴ $m = 4$1 分

- (2) $\because P(2, 4)$,
 $\therefore PB=4$2分
 又 $\because \triangle PAB$ 的面积为6,
 $\therefore AB=3$.
 $\therefore A_1(5, 0), A_2(-1, 0)$3分
 当直线 $y=kx+b$ 经过 $A_1(5, 0)$ 和 $P(2, 4)$ 时,
 可得 $k=-\frac{4}{3}$4分
 当直线 $y=kx+b$ 经过 $A_2(-1, 0)$ 和 $P(2, 4)$ 时,
 可得 $k=\frac{4}{3}$.
 综上所述, $k=\pm\frac{4}{3}$5分



23. (本小题满分5分)

- 证明: (1) 在 $\square ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 即 $DF \parallel BE$.
 $\therefore DF=BE$,
 \therefore 四边形 $BFDE$ 为平行四边形.1分
 $\therefore DE \perp AB$,
 $\therefore \angle DEB=90^\circ$.
 \therefore 四边形 $BFDE$ 为矩形.2分
 (2) 由(1)可得, $\angle BFC=90^\circ$.
 在 $Rt\triangle BFC$ 中, 由勾股定理得 $BC=5$.
 $\therefore AD=BC=5$.
 $\therefore AD=DF$3分
 $\therefore \angle DAF=\angle DFA$.
 $\because AB \parallel CD$,
 $\therefore \angle DFA=\angle FAB$.
 $\therefore \angle DAF=\angle FAB$.
 $\therefore AF$ 平分 $\angle DAB$5分



24. (本小题满分5分)

- 解: (1) 900, 1.5;2分
 (2) 2.5, 100.4分
 (3) 150.5分



25. (本小题满分5分)

- 解: (1) $x \neq 0$;1分
 (3) 略;3分
 (4) 略.5分

四、解答题 (本题共23分, 第26题7分, 第27、28题, 每小题8分)

26. (本小题满分7分)

- 解: (1) 由题意得 $\begin{cases} 4k+b=-1, \\ k+b=2. \end{cases}$ 1分

解得 $\begin{cases} k = -1, \\ b = 3. \end{cases}$

\therefore 一次函数的表达式为 $y = -x + 3$ 2 分

(2) 当 $x \leq 3$ 时, $\begin{cases} y = -x + 3, \\ y = \frac{1}{2}x. \end{cases}$ 解得: $\begin{cases} x = 2, \\ y = 1. \end{cases}$ 3 分

当 $x > 3$ 时, $\begin{cases} y = x - 3, \\ y = \frac{1}{2}x. \end{cases}$ 解得: $\begin{cases} x = 6, \\ y = 3. \end{cases}$ 4 分

\therefore 新图象与 $y = \frac{1}{2}x$ 的交点坐标为 $(2, 1)$ 和 $(6, 3)$ 6 分

(3) $1 < t < 3$ 7 分

27. (本小题满分 8 分)

解: (1) ① 补全图形, 如图 1; 1 分

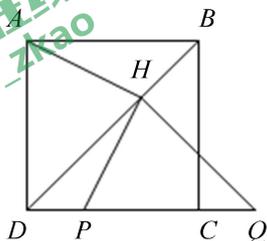


图 1

② $PQ = AD$ 2 分

证明: \because BD 是正方形 $ABCD$ 的对角线, $HQ \perp BD$.

$\therefore \angle ADB = \angle BDC = \angle HQD = 45^\circ$.

$\therefore DH = HQ$ 3 分

又 $\because HP \perp AH, HQ \perp BD$,

$\therefore \angle AHP = \angle DHQ = 90^\circ$.

$\therefore \angle AHP - \angle DHP = \angle DHQ - \angle DHP$.

即 $\angle AHD = \angle PHQ$ 4 分

又 $\because \angle ADB = \angle HQD = 45^\circ$ 5 分

$\therefore \triangle AHD \cong \triangle PHQ$.

$\therefore AD = PQ$ 6 分

(2) 求解思路如下:

a. 由 $\angle AHB = 62^\circ$ 画出图形, 如图 2 所示;

b. 由 $\angle AHB = 62^\circ$, $HP \perp AH, HQ \perp BD$, 根据周角定义, 可求 $\angle PHQ = 118^\circ$;

c. 与②同理, 可证 $\triangle AHD \cong \triangle PHQ$, 可得 $AH = HP$, $\angle AHD = \angle PHQ = 118^\circ$;

d. 在 $\triangle ADH$ 中, 由 $\angle ADH = 45^\circ$, 利用三角形内角和定理, 可求 $\angle DAH$ 度数;

e. 在等腰直角三角形 $\triangle AHP$ 中, 利用 $\angle PAD = 45^\circ - \angle DAH$, 可求 $\angle PAD$ 度数.

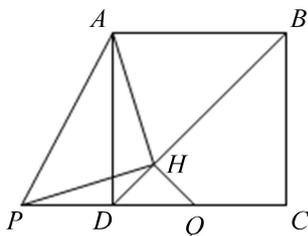


图 2

28. (本小题满分8分)

解: (1) R, S ;2分

(2) 过点 A 作 AH 垂直 x 轴于 H 点.

\because 点 A, B 的“相关菱形”为正方形,

$\therefore \triangle ABH$ 为等腰直角三角形.3分

$\because A(1, 4),$

$\therefore BH=AH=4.$

$\therefore b=-3$ 或 $5.$

$\therefore B$ 点的坐标为 $(-3, 0)$ 或 $(5, 0).$ 4分

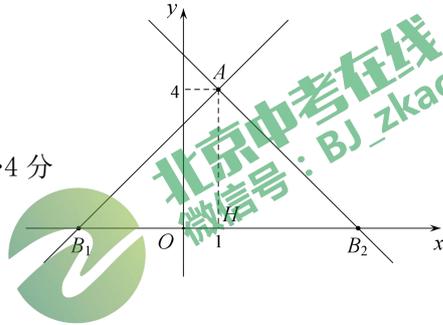
\therefore 设直线 AB 的表达式为 $y=kx+b.$

\therefore 由题意得 $\begin{cases} k+b=4, \\ -3k+b=0. \end{cases}$ 或 $\begin{cases} k+b=4, \\ 5k+b=0. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} k=1, \\ b=3. \end{cases}$ 或 $\begin{cases} k=-1, \\ b=5. \end{cases}$

\therefore 直线 AB 的表达式为 $y=x+3$ 或 $y=-x+5.$ 6分

(3) $-3 \leq m \leq 6.$ 8分



说明:

若考生的解法与给出的解法不同, 正确者可参照评分参考相应给分。