

数 学 试 卷

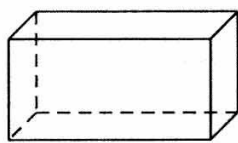
2024. 1

本试卷共 6 页，三道大题，28 个小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。考生务必将答案填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，请交回答题卡。

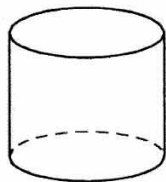


一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

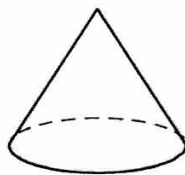
1. 下列四个几何体中，从上面向下看是三角形的是



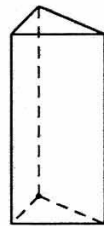
(A)



(B)



(C)



(D)

2. 在国际排球比赛中，排球的国际标准指标中有一项是排球的质量，规定排球的质量为 $270 \pm 10\text{g}$ ，仅从质量的角度考虑，以下排球质量符合要求的是

(A) 255g (B) 265g (C) 290g (D) 295g

3. 2023 年 11 月 4 日，我国国产首艘大型邮轮“爱达·魔都号”正式命名交付，“爱达·魔都号”犹如一座“海上现代化城市”，长 323.6 米，宽 37.2 米，最大高度 72.2 米，邮轮总吨位达 135500 吨。将数字 135500 用科学记数法表示应为

(A) 0.1355×10^6 (B) 13.55×10^4 (C) 1.355×10^5 (D) 1.355×10^4

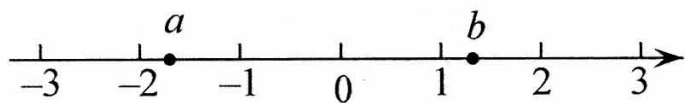
4. 如果 $a = b$ ，那么下列等式一定成立的是

(A) $a + \frac{1}{2} = b - \frac{1}{2}$ (B) $a = -b$ (C) $\frac{a}{5} = \frac{b}{5}$ (D) $ab = 1$

5. 已知关于 x 的方程 $5x - 2a = 16$ 的解是 $x = 2$ ，则 a 等于

(A) -3 (B) -2 (C) 2 (D) 3

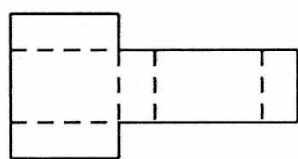
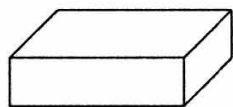
6. a, b 是有理数，它们在数轴上的对应点的位置如图所示，把 $a, -a, b, -b$ 按照从小到大的顺序排列，正确的是



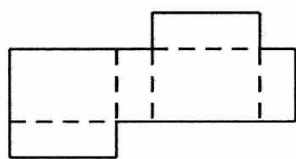
(A) $-b < -a < a < b$ (B) $a < -b < b < -a$

(C) $a < -b < -a < b$ (D) $-b < b < -a < a$

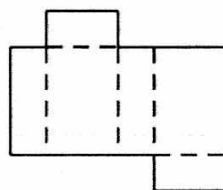
7. 将如图所示的长方体包装盒沿某些棱剪开, 要使六个面连在一起, 然后铺平, 则得到的图形不可能是



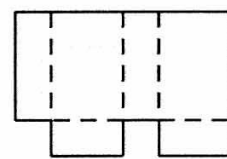
(A)



(B)



(C)



(D)

8. 如图1, 将正方形纸片 $ABCD$ 的 $\angle A$, $\angle C$ 分别沿 BE , BF 折叠, 使点 A , C 分别落在 A' , C' 处, 点 C' 与点 A' 重合. 如图2, 将该纸片展平后, 将 $\angle A$, $\angle C$ 分别沿 BG , BH 再折叠, 使点 A , C 分别落在 BE 上的点 A'' 处和 BF 上的点 C'' 处. 如图3, 纸片展平后, 将 $\angle ABG$ 和 $\angle CBH$ 分别记为 α 和 β , 则 α 和 β 的数量关系一定成立的是

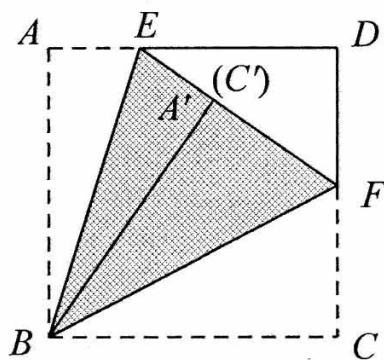


图1

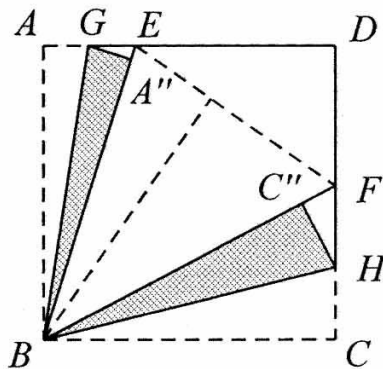


图2

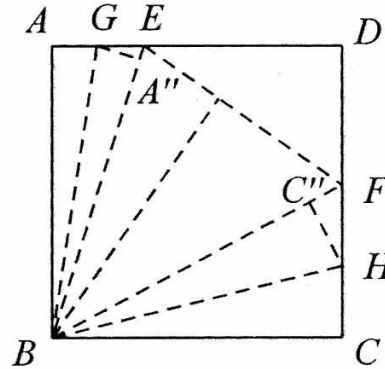


图3

(A) $\beta = 2\alpha$

(B) $\alpha + \beta = 22.5^\circ$

(C) $\beta - \alpha = 22.5^\circ$

(D) $\alpha + \beta = 45^\circ$

二、填空题 (本题共 8 道小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

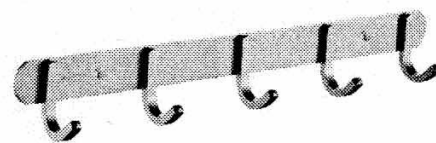
9. $-\frac{5}{6}$ 的相反数是_____.

10. 有一个数学常数叫“黄金分割比”, 它的值约为 0.61803398, 将 0.61803398 用四舍五入法精确到 0.01 的近似数是_____.

11. 请写出一个只含字母 m 和 n , 次数为 3, 系数是负数的单项式_____.

12. $36^\circ 15' + 12^\circ 45' =$ _____ $^\circ$.

13. 要把一个横排挂钩在墙上钉牢, 至少要钉两枚钉子, 这样做的依据是: _____.



14. 如果单项式 $3x^4y^m$ 和 $-x^n y^3$ 是同类型项, 则 $m - n =$ _____.

15. 已知一个长为 $6a$ ，宽为 $2a$ 的长方形，如图 1 所示，沿图中虚线裁剪成四个相同的小长方形，按图 2 的方式拼接，则阴影部分正方形的边长是_____（用含 a 的代数式表示）

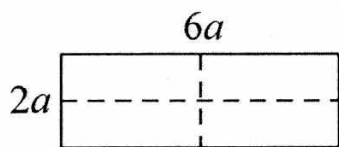


图 1

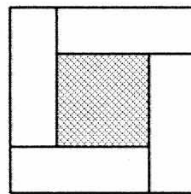


图 2



16. 有甲，乙，丙，丁，戊五支球队参加足球比赛，每支队伍进行 10 场比赛。球队在每场比赛中可能获得“胜”“平”“负”三种比赛结果，每种结果对应不同的分值，并在 10 场比赛结束后结算队伍总分。甲队伍胜 10 场，总分 30 分；乙队伍胜 6 场，平 4 场，总分 22 分；丙队伍胜 4 场，平 3 场，总分 15 分；丁队伍胜 5 场，平 2 场；戊队伍获胜的场数是负的场数的 2 倍，且队伍总分是本队平场得分的 4 倍。根据以上信息，丁队伍总分是_____，将五支队伍按分数从高到低排序，结果为_____（填写下面正确结果的序号）。

- ①甲乙丙丁戊 ②甲乙丁丙戊 ③甲乙丁戊丙 ④甲乙戊丁丙

三、解答题（本题共 68 分，第 17 - 22 题，每小题 5 分，第 23 - 26 题，每小题 6 分，第 27 - 28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

17. $10 + (-3) + 2 - (-5)$

18. $(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{3}{4}) \times (-24)$

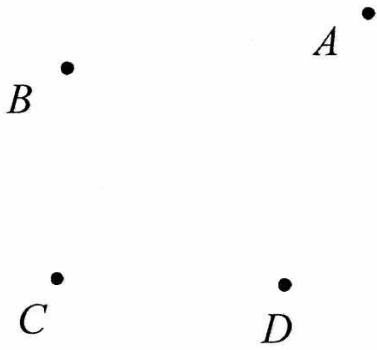
19. $9 + 5 \times (-3) - (-2)^3 \div 4$

20. $5x - 4 = 3x + 2$

21. $\frac{x+1}{2} - \frac{2x-1}{3} = 1$

22. 先化简，再求值 $3y^2 - xy + (3xy - y^2) - (xy + 3y^2)$ ，其中 $x = 1$ ， $y = -2$ 。

23. 如图，平面内有 A, B, C, D 四点，



(1) 利用直尺，按照下面的要求作图

①作射线 BA ;

②作线段 BD ;

③作直线 AC ;

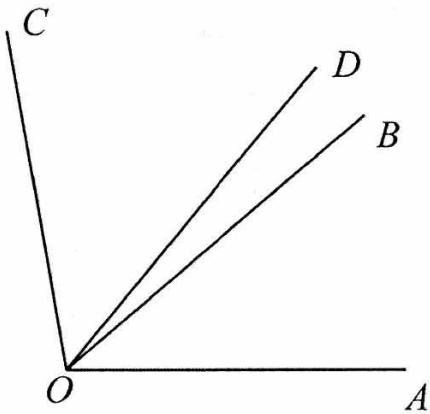
(2) A, B, C, D 四点分别代表四个居民小区，若 A, C 两个小区之间的距离为 4 千米， B, D 两个小区之间的距离为 3 千米，现要在四个小区之间建一个供水站 P ，要使供水站到 A, B, C, D 四个小区的距离之和最短，在图中画出供水站 P 的位置，并写出该最短距离为_____千米.

24. 2023 年 10 月，“弈启杯”国际象棋比赛在北京市怀柔区雁栖湖展览馆举行，早上 8:30 开始正式比赛，小明一家三口早上可以乘坐 S501 动车或自驾前往怀柔雁栖湖站，自驾距离要比动车运行距离多 5 千米，S501 运行时间如下表，如果动车运行的速度是汽车速度的 2 倍，小明一家 7:12 出发，自驾前往怀柔雁栖湖站，结果正好 8:20 到达. 求汽车行驶的速度.

车次	昌平北站	怀柔雁栖湖站
S501	7:36	8:08

25. 补全解题过程.

如图, $\angle AOB = 40^\circ$, $\angle BOC = 60^\circ$, OD 平分 $\angle AOC$. 求 $\angle BOD$ 的度数.



解: $\because \angle AOB = 40^\circ$, $\angle BOC = 60^\circ$,

$$\therefore \angle AOC = \angle AOB + \angle \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}^\circ.$$

$\because OD$ 平分 $\angle AOC$,

$$\therefore \angle AOD = \underline{\hspace{2cm}} \angle AOC \text{ (依据: } \underline{\hspace{4cm}} \text{)}.$$

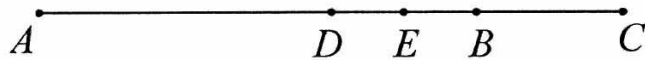
$$\therefore \angle AOD = 50^\circ.$$

$$\therefore \angle BOD = \angle AOD - \angle AOB = \underline{\hspace{2cm}}^\circ.$$

26. 如图, 已知线段 $AB = 6$, 点 C 在线段 AB 的延长线上, 且 $BC = 2$, D 为线段 AC 的中点.

(1) 求线段 BD 的长;

(2) 点 E 在线段 AC 上, 且 $2CE = AB$, 请判断点 E 是否为线段 BD 的中点, 并说明理由.



27. 如图, 点 O 在直线 AB 上, $\angle BOC = 40^\circ$, 射线 OD 在 $\angle BOC$ 内部.

(1) 如图 1, 当 $\angle BOD = \angle COD$ 时, 用量角器画出射线 OD , 则 $\angle AOD$ 度数为 _____ $^\circ$;

(2) 如图 2, 当 $\angle BOD = \alpha$ 时, $OE \perp OD$, 垂足为点 O , 求 $\angle AOE$ 度数 (用含 α 的式子表示).

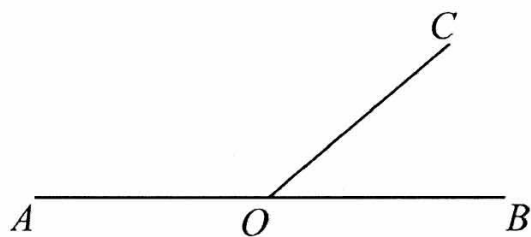


图 1

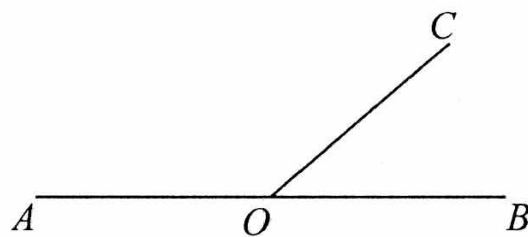
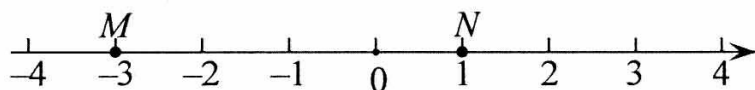


图 2



28. 对于数轴上不同的三个点 M, N, P , 若满足 $PM = kPN + b$ ($k \neq 0$), 则称点 P 是点 M 关于点 N 的“隔序点”, 其中“ k 是隔序系数”“ b 是隔序常数”. 例如, 如图, 在数轴上, 点 M, N 表示的数分别是 $-3, 1$, 当“隔序常数 $b = 0$ ”时, 原点 O 是点 M 关于点 N 的“隔序点”, 可知“隔序系数 $k = 3$ ”, 原点 O 也是点 N 关于点 M 的“隔序点”, 可知“隔序系数 $k = \frac{1}{3}$ ”.



在数轴上已知点 A 表示的数是 -4 , 点 B 表示的数是 3 ,

(1) 若点 C 在线段 AB 上, 点 C 是点 A 关于 B 的“隔序点”, $k = 2, b = 1$ 时, 点 C 表示的数是 _____;

(2) 若点 C 在数轴上, $OC = 16$, 点 C 是点 B 关于 A 的“隔序点”, 隔序常数 $b = -1$, 求 k 的值;

(3) 在 A, B, C 三点中, 点 C 表示的数是 m , 点 C 是另一点关于第三个点的“隔序点”, 若 k 和 b 满足 $|b - 1| + |b - 3| = k$, 当 k 取最小值时, b 取最大值时, 直接写出 m 的值.

一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	B	C	C	A	B	D	B

二、填空题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$\frac{5}{6}$	0.62	答案不唯一 例如 $-m^2n$	49	两点确定 一条直线	-1	$2a$	(1) 17 (2) ③



三、解答题（本题共 68 分，第 17 - 22 题，每小题 5 分，第 23 - 26 题，每小题 6 分，第 27 - 28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

17. $10 + (-3) + 2 - (-5)$
 解：原式 = $10 - 3 + 2 + 5$ 2 分
 = $17 - 3$ 4 分
 = 14 5 分

18. $(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{3}{4}) \times (-24)$
 解：原式 = $(\frac{1}{2}) \times (-24) - \frac{1}{3} \times (-24) + \frac{3}{4} \times (-24)$ 3 分
 = $-12 + 8 - 18$ 4 分
 = -22 5 分

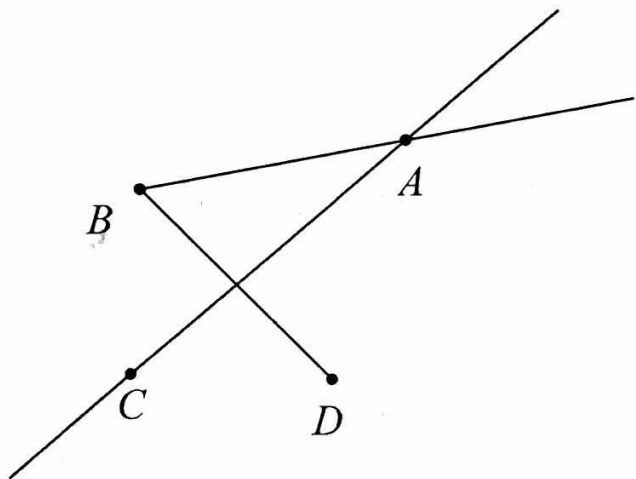
19. $9 + 5 \times (-3) - (-2)^3 \div 4$
 解：原式 = $9 + (-15) - (-8) \div 4$ 2 分
 = $-6 - (-2)$ 4 分
 = -4 5 分

20. $5x - 4 = 3x + 2$
 解： $5x - 3x = 2 + 4$ 2 分
 $2x = 6$ 4 分
 $x = 3$ 5 分

21. $\frac{x+1}{2} - \frac{2x-1}{3} = 1$
 解： $3(x+1) - 2(2x-1) = 6$ 1 分
 $3x+3-4x+2=6$ 2 分
 $-x=6-5$ 3 分
 $-x=1$ 4 分
 $x=-1$ 5 分

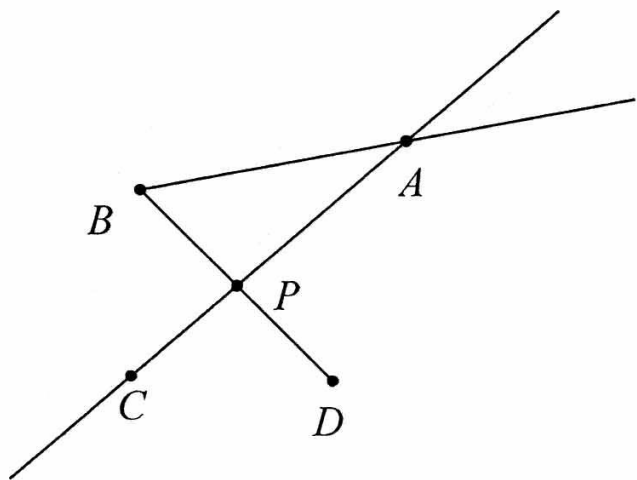
22. 解: $3y^2 - xy + (3xy - y^2) - (xy + 3y^2)$ 1分
 $= 3y^2 - xy + 3xy - y^2 - xy - 3y^2$ 2分
 $= (3y^2 - y^2 - 3y^2) + (-xy + 3xy - xy)$ 3分
 $= -y^2 + xy.$ 3分
 当 $x=1, y=2$ 时,
 原式 $= -(-2)^2 + 1 \times (-2) = -4 + (-2) = -6.$ 5分

23. 解: (1)



..... 3分

(2)



..... 4分

7. 6分

24. 解: 设汽车行驶的速度为 x 千米/小时, 则动车行驶的速度为 $2x$ 千米/小时,
 1分

根据题意列方程, 得

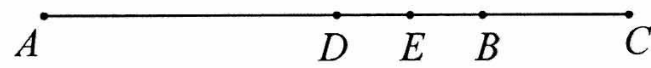
$\frac{68}{60}x - \frac{32}{60} \cdot 2x = 5$ 3分

解得 $x = 75$ 5分

答: 汽车行驶的速度为 75 千米/小时. 6分

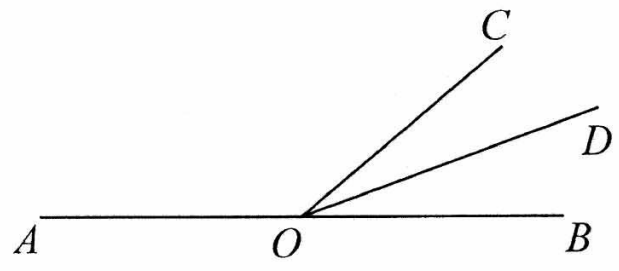
25. 解: BOC 1分
 100 2分
 $\frac{1}{2}$ 3分
 角平分线的定义 5分
 10. 6分

26. 解:



- (1) $\because AB = 6, BC = 2,$
 $\therefore AC = AB + BC = 8.$ 1分
 $\because D$ 为 AC 中点,
 $\therefore CD = \frac{1}{2}AC = 4.$ 2分
 $\therefore BD = CD - BC = 2.$ 3分
- (2) $\because 2CE = AB, AB = 6,$
 $\therefore CE = \frac{1}{2}AB = 3.$ 4分
 $\therefore BE = CE - BC = 1.$
 $\therefore DE = BD - BE = 1.$ 5分
 $\therefore BE = DE.$
 $\therefore E$ 是线段 BD 的中点. 6分

27. 解: (1)



..... 1分
 160 2分

- (2) 情况一: 如图 1,
 $\because OE \perp OD,$
 $\therefore \angle DOE = 90^\circ.$ 3分
 \because 点 A, O, B 在同一直线上,
 $\therefore \angle AOB = 180^\circ.$
 $\because \angle BOD = \alpha,$
 $\therefore \angle AOE = \angle AOB - \angle DOE - \angle BOD$
 $= 180^\circ - 90^\circ - \alpha$
 $= 90^\circ - \alpha.$ 4分

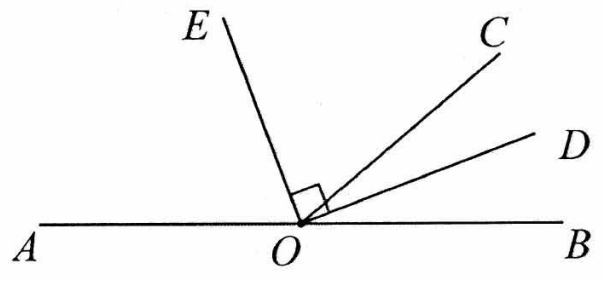


图 1

情况二：如图 2，

$$\because OE \perp OD,$$

$$\therefore \angle DOE = 90^\circ.$$

\because 点 A, O, B 在同一直线上，

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ.$$

$$\because \angle BOD = \alpha,$$

$$\therefore \angle BOE = \angle DOE - \angle BOD$$

$$= 90^\circ - \alpha. \quad \dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle AOE = \angle AOB - \angle BOE$$

$$= 180^\circ - (90^\circ - \alpha)$$

$$= 90^\circ + \alpha.$$

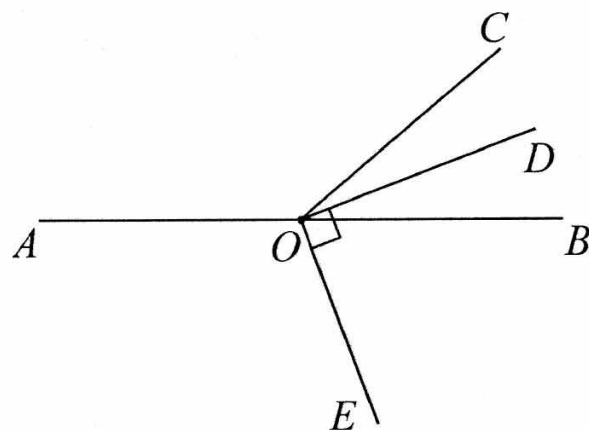


图 2

综上所述， $\angle AOE$ 的度数为 $90^\circ - \alpha$ 或 $90^\circ + \alpha$. $\dots\dots 7$ 分

28. 解：(1) 1. $\dots\dots 1$ 分

(2) 情况一，如图 1，当点 C 在点 B 右侧时

$$\because OC = 16,$$

\therefore 点 C 表示的数为 16.

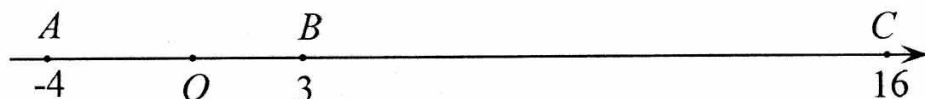


图 1

$$\therefore BC = 13,$$

$$AC = 20.$$

\because 点 C 是点 B 关于点 A 的“隔序点”， $b = -1$ ，

$$\therefore BC = kAC - 1.$$

$$\therefore 13 = 20k - 1.$$

$$\text{所以 } k = \frac{7}{10}.$$



情况二，如图 2，当点 C 在点 A 左侧时

$$\because OC = 16,$$

\therefore 点 C 表示的数为 -16.

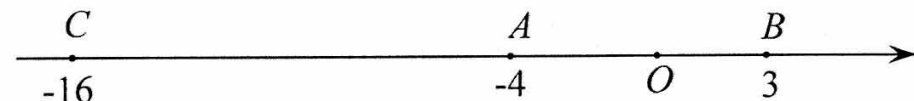


图 2

$$\therefore BC = 19,$$

$$AC = 12.$$

\because 点 C 是点 B 关于点 A 的“隔序点”， $b = -1$ ，

$$\therefore BC = kAC - 1.$$

$$\therefore 19 = 12k - 1.$$

$$\text{所以 } k = \frac{5}{3}.$$

综上所述， $k = \frac{7}{10}$ 或 $k = \frac{5}{3}$. $\dots\dots 3$ 分

(3) $m = -8$ 或 $m = -\frac{8}{3}$ 或 $m = \frac{5}{3}$ 或 $m = 7$. $\dots\dots 7$ 分