2022 北京人朝分校初三 9 月月考

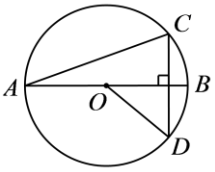
数　　学

一、选择题

1. 下列四个图形中，为中心对称图形的是（　　）

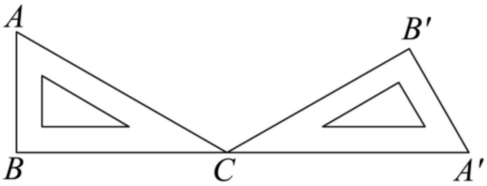
A. 　B. 　C. 　D. 

2. 如图，线段 AB 是⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$，$\angle CAB=20°$，则$\angle BOD$ 等于（　　）



A. 20°　　B. 40°　　C. 50°　　D. 60°

3. 如图，一块直角三角板 ABC （$\angle A=60°$）绕点 C 顺时针旋转到$\triangle A'B'C$，当 B，C，A'在同一条直线上时，三角板 ABC 旋转的角度为（　　）



A. 150°　　B. 120°　　C. 60°　　D. 30°

4. 若关于 x 的方程$(x+1)^2=1-k$ 没有实根，则 k 的取值范围是（　　）

A. $k<1$　　B. $k<-1$　　C. $k\geq1$　　D. $k>1$

5. 参加一次活动的每个人都和其他人各握了一次手，所有人共握手 10 次，有多少人参加活动？设有 x 人参加活动，可列方程为（　　）

A. $\frac{1}{2}x(x-1)=10$　　B. $x(x-1)=10$

C. $\frac{1}{2}x(x+1)=10$　　D. $2x(x-1)=10$

6. 已知一次函数 $y_1=kx+m(k\neq0)$ 和二次函数 $y_2=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 部分自变量和对应的函数值如表：

x	…	-1	0	2	4	5	…
y_1	…	0	1	3	5	6	…
y_2	…	0	-1	0	5	9	…

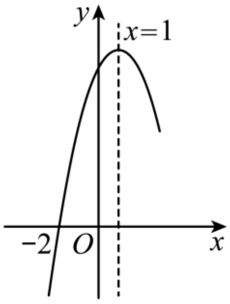
当 $y_2>y_1$ 时，自变量 x 的取值范围是

A. $-1<x<2$　　B. $4<x<5$　　C. $x<-1$ 或 $x>5$　　D. $x<-1$ 或 $x>4$

7. ⊙O 的半径为 5，弦 $AB=8$，则圆上到弦 AB 所在的直线距离为 2 的点个数（　　）

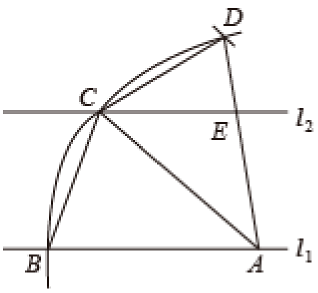
A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

8. 如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点（－2，0），且对称轴为直线 $x=1$，其部分图象如图所示．对于此抛物线有如下四个结论：①$ac>0$；②$16a+4b+c=0$；③若 $m>n>0$，则 $x=1+m$ 时的函数值大于 $x=1-n$ 时的函数值；④点（$-\dfrac{c}{2a}$，0）一定在此抛物线上，其中正确结论的序号是（　　）



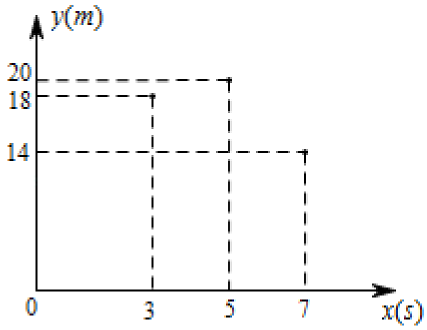
A. ①②　　B. ②③　　C. ②④　　D. ③④

9. 如图，直线 $l_1 // l_2$，点 A 在直线 l_1 上，以点 A 为圆心，适当长度为半径画弧，分别交直线 l_1，l_2 于 B，C 两点，以点 C 为圆心，CB 长为半径画弧，与前弧交于点 D（不与点 B 重合），连接 AC，AD，BC，CD，其中 AD 交 l_2 于点 E．若 $\angle ECA=40°$，则下列结论错误的是（　　）



A. $\angle ABC=70°$　　B. $\angle BAD=80°$　　C. $CE=CD$　　D. $CE=AE$

10. 运动员将足球沿与地面成一定角度的方向踢出，足球飞行的路线可以看作是一条抛物线，不考虑空气阻力，足球距离地面的高度 y（单位：m）与足球被踢出后经过的时间 x（单位：s）近似满足函数关系 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$．如图记录了 3 个时刻的数据，根据函数模型和所给数据，可推断出足球飞行到最高点时，最接近的时刻 x 是（　　）



A. 4　　B. 4.5　　C. 5　　D. 6

二、填空题

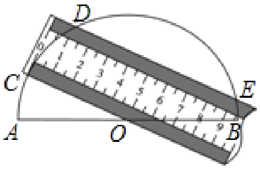
11. 在平面直角坐标系中，点 A（－3，2）关于（1，1）对称的点的坐标是_____.

12. 方程 $2x^2-3x=0$ 的根为_____.

13. 若一元二次方程 $(k-1)x^2+3x+k^2-1=0$ 有一个根为 $x=0$，则 $k=$_____.

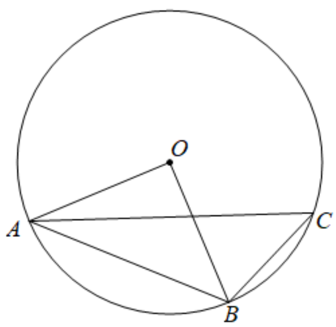
14. 抛物线 $y=\dfrac{1}{2}x^2+1$ 的顶点坐标是 _____，将其绕原点 O 旋转 180°，则旋转后的抛物线的解析式为 _____.

15. 如图，将一把两边都带有刻度的直尺放在半圆形纸片上，使其一边经过圆心 O，另一边所在直线与半圆相交于点 D、E，量出半径 OC=5cm，弦 DE=8cm. 则直尺的宽为______cm.

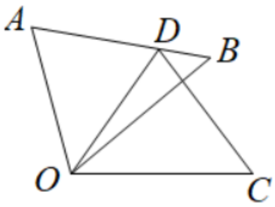


16. 在⊙O 中，弦 AB 的长恰好等于半径，弦 AB 所对的圆心角为_______.

17. 如图，点 A、B、C 在⊙O 上，∠C＝45°，半径 OB 的长为 3，则 AB 的长为_____.



18. 如图，△ODC 是由△OAB 绕点 O 顺时针旋转 40°后得到的图形，若点 D 恰好落在 AB 上，且∠AOC=105°，则∠C=____°.

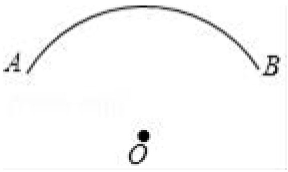


19. 已知点 A 的坐标为（a，b），且点 A 在第四象限，O 为坐标原点，连结 OA，将线段 OA 绕点 O 顺时针旋转 90°得到线段 OA_1，则点 A_1 的坐标为_____.

20. 如图，舞台地面上有一段以点 O 为圆心的弧 AB，某同学要站在弧 AB 的中点 C 的位置上．于是他想：只要从点 O 出发，沿着与弦 AB 垂直的方向走到弧 AB 上，就能找到弧 AB 的中点 C．老师肯定了他的想法.

(1)请按照这位同学的想法，在图中画出点 C；

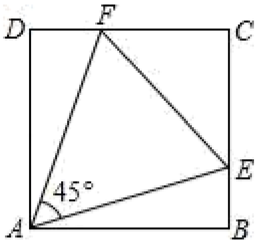
(2)这位同学确定点 C 所用方法的依据是_______________.



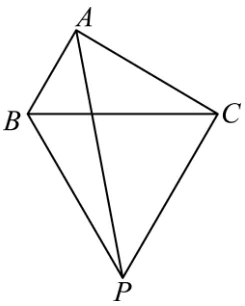
21. 直线 $y=4x+1$ 与抛物线 $y=x^2+2x+k$ 有唯一交点，则 $k=$___________.

22. 已知二次函数 $y=2x^2-4x+6$，顶点坐标是_____，当 $-2<x<3$ 时，则函数 y 的取值范围_____.

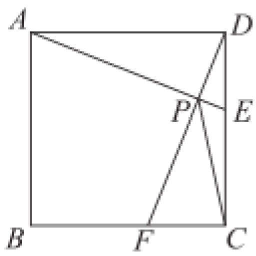
23. 如图，在正方形 ABCD 中，E、F 分别是边 BC、CD 上的点，∠EAF＝45°，△ECF 的周长为 4，则正方形 ABCD 的边长为_____.



24. 如图，在三角形 ABC（其中 $\angle BAC$ 是一个可以变化的角）中，$AB=2$，$AC=4$，以 BC 为边在 BC 的下方作等边三角形 PBC，则 AP 的最大值是 _____.



25. 如图，在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中，E，F 分别是边 DC，CB 上的动点，且始终满足 $DE=CF$，AE，DF 交于点 P，则 $\angle APD$ 的度数为______；连接 CP，线段 CP 长的最小值为_______.



三、解答题

26. 解方程：

（1）$2x^2-9x+10=0$（公式法）；

（2）$x^2-8x+15=0$.

27. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2-m)x+1-m=0$.

（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若 $m<0$，且此方程 两个实数根的差为 3，求 m 的值.

28. 已知关于 x 一元二次方程 $x^2+2(k-1)x+k^2-1=0$ 有两个不相等的实数根.

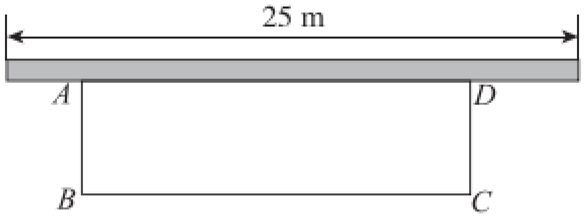
（1）求实数 k 的取值范围；

（2）0 可能是方程的一个根吗？若是，请求出它的另一个根；若不是，请说明理由．

29．为了改善小区环境，某小区决定在一块一边靠墙(墙长 $25m$)的空地上修建一个矩形小花园 $ABCD$，小花园一边靠墙，另三边用总长 $40m$ 的栅栏围住，如下图所示．若设矩形小花园 AB 边的长为 x m，面积为 ym^2．

（1）求 y 与 x 之间的函数关系式；

（2）当 x 为何值时，小花园的面积最大？最大面积是多少？



30．如图 1 是某条公路的一个单向隧道的横断面．经测量，两侧墙 AD 和与路面 AB 垂直，隧道内侧宽 AB $=4$ 米．为了确保隧道的安全通行，工程人员在路面 AB 上取点 E，测量点 E 到墙面 AD 的距离和到隧道顶面的距离 EF．设 $AE=x$ 米，$EF=y$ 米．通过取点、测量，工程人员得到了 x 与 y 的几组值，如下表：

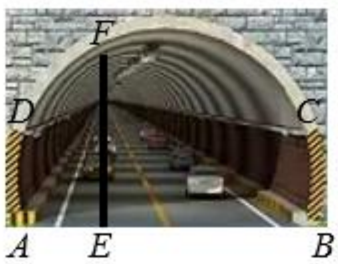
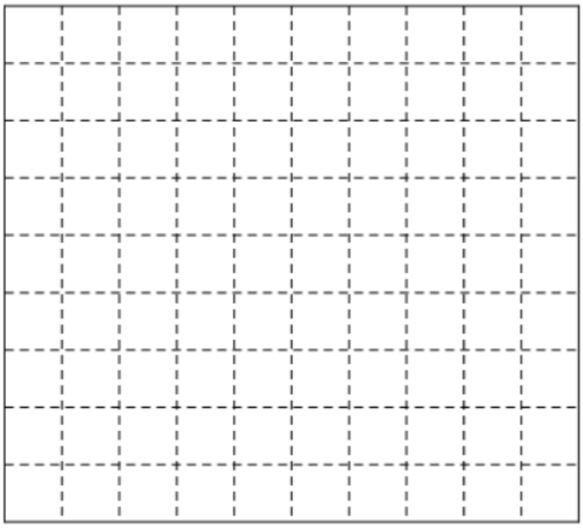


图1

x（米）	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
y（米）	3.00	3.44	3.76	3.94	3 99	3.92	3.78	3.42	3.00

（1）隧道顶面到路面 AB 的最大高度为______米；

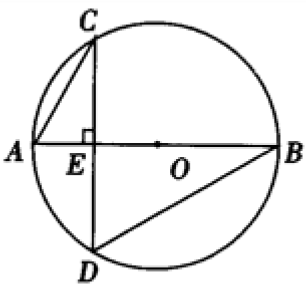
（2）请你帮助工程人员建立平面直角坐标系，描出上表中各对对应值为坐标的点，画出可以表示隧道顶面的图象．



（3）今有宽为2.4米，高为3米的货车准备在隧道中间通过（如图2）．根据隧道通行标准，其车厢最高点到隧道顶面的距离应大于0.5米．结合所画图象，请判断该货车是否安全通过：______（填写“是”或“否”）．

图2

31．已知：如图，*AB*是⊙*O*的直径，弦*CD*⊥*AB*于*E*，∠*ACD*=30°，*AE*=2cm．求*DB*长．



32．已知关于x的二次函数$y=x^2-2tx+2$．

（1）求该抛物线的对称轴（用含t的式子表示）；

（2）若点$M\left(t-3,m\right)$，$N\left(t+5,n\right)$在抛物线上，则m_________n；（填“$>$”，“$<$”或“=”）

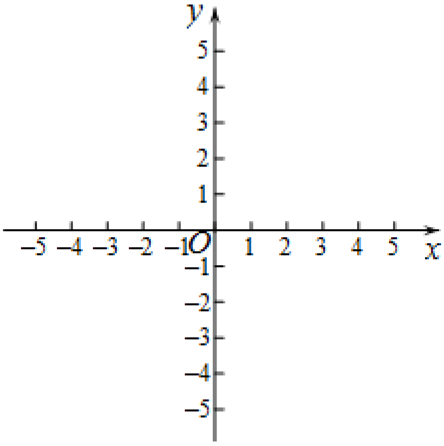
（3）$P\left(x_1,y_1\right)$，$Q\left(x_2,y_2\right)$是抛物线上的任意两个点，若对于$-1\le x_1<3$且$x_2=3$，都有$y_1\le y_2$，求t的取值范围．

33．在平面直角坐标系xOy中，已知抛物线$G:y=4x^2-8ax+4a^2-4$，$A(-1,0),N(n,0)$．

（1）当$a=1$时，①求抛物线G与x轴的交点坐标；

②若抛物线 G 与线段 AN 只有一个交点，求 n 取值范围；

（2）若存在实数 a，使得抛物线 G 与线段 AN 有两个交点，结合图象，直接写出 n 的取值范围.



34. 四边形 $ABCD$ 是正方形，将线段 CD 绕点 C 逆时针旋转 2α（$0^\circ<\alpha<45^\circ$），得到线段 CE，连接 DE，过点 B 作 $BF\perp DE$ 交 DE 的延长线于 F，连接 BE.

（1）依题意补全图 1；

（2）直接写出 $\angle FBE$ 度数；

（3）连接 AF，用等式表示线段 AF 与 DE 的数量关系，并证明.

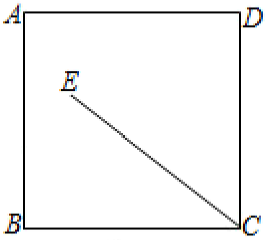
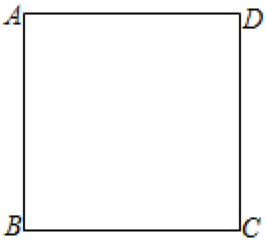
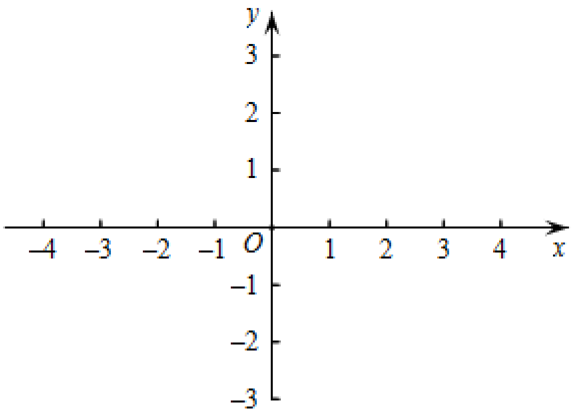


图 1



备用图

35. 对于平面直角坐标系 xOy 中的图形 M 和点 P 给出如下定义：Q 为图形 M 上任意一点，若 P，Q 两点间距离的最大值和最小值都存在，且最大值是最小值的 2 倍，则称点 P 为图形 M 的“二分点”.



已知点 N（3，0），A（1，0），B（0，$\sqrt{3}$），C（$\sqrt{3}$，-1）.

（1）①在点 A，B，C 中，线段 ON 的“二分点”是 ______；

②点 D（a，0），若点 C 为线段 OD 的“二分点”，求 a 的取值范围；

（2）以点 O 为圆心，r 为半径画圆，若线段 AN 上存在⊙O 的“二分点”，直接写出 r 的取值范围．

参考答案

一、选择题

1. 【答案】B

【分析】把一个图形绕某一点旋转 180°，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心．

【详解】解：选项 B 能找到这样的一个点，使图形绕某一点旋转 180° 后与原来的图形重合，所以是中心对称图形；

选项 A、C、D 不能找到这样的一个点，使图形绕某一点旋转 180° 后与原来的图形重合，所以不是中心对称图形；

故选：B．

【点睛】此题主要考查了中心对称图形定义，关键是找出对称中心．

2. 【答案】B

【分析】由线段 AB 是⊙O 直径，弦 $CD\perp AB$，根据垂径定理的即可求得 $BC=BD$，然后由圆周角定理，即可求得答案．

【详解】解：∵线段 AB 是⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$，

∴ $BC=BD$，

∵ $\angle CAB=20°$，

∴ $\angle BOD=2\angle CAB=2\times 20°=40°$．

故选：B．

【点睛】此题考查了圆周角定理以及垂径定理．此题难度不大，注意掌握数形结合思想的应用．

3. 【答案】A

【分析】根据旋转的定义可得 $\angle ACA'$ 为旋转角，再根据三角形的外角性质即可得．

【详解】解：由旋转得：$\angle ACA'$ 为旋转角，

$\because \angle ABC=90°, \angle A=60°$，

$\therefore \angle ACA'=\angle ABC+\angle A=150°$，

即三角板 ABC 旋转的角度为 $150°$，

故选：A．

【点睛】本题考查了图形的旋转、三角形的外角性质，熟练掌握旋转的概念是解题关键．

4. 【答案】D

【详解】解：∵ $(x+1)^2=1-k$ 没有实根，

∴ $1-k<0$，

∴ $k>1$．

故选 D．

5. 【答案】A

【分析】设有 x 人参加活动，每个人与其他人握手的次数均为 $(x-1)$ 次，并且每个人与其他人握手均重复一次，由此列出方程即可．

【详解】解：设有 x 人参加活动，每个人与其他人握手的次数均为 $(x-1)$ 次，并且每个人与其他人握手均重复一次，由此可得：

$$\frac{x(x-1)}{2}=10,$$

故选：A．

【点睛】题目主要考查一元二次方程的应用，理解题意，列出方程是解题关键．

6. 【答案】D

【分析】利用表中数据得到直线与抛物线的交点为（-1，0）和（4，5），$-1<x<4$ 时，$y_1>y_2$，从而得到当 $y_2>y_1$ 时，自变量 x 的取值范围．

【详解】∵当 $x=-1$ 时，$y_1=y_2=0$；当 $x=4$ 时，$y_1=y_2=5$；

∴直线与抛物线的交点为（-1，0）和（4，5），

而 $-1<x<4$ 时，$y_1>y_2$，

∴当 $y_2>y_1$ 时，自变量 x 的取值范围是 $x<-1$ 或 $x>4$．

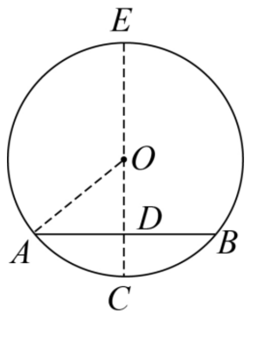
故选 D．

【点睛】本题考查了二次函数与不等式：对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a、b、c 是常数，$a\neq0$）与不等式的关系，利用两个函数图象在直角坐标系中的上下位置关系求自变量的取值范围，可作图利用交点直观求解，也可把两个函数解析式列成不等式求解．

7. 【答案】C

【分析】作圆　直径 $CE\perp AB$ 于点 D，连接 OA，根据勾股定理求出 OE 的长，求得 C、E 到弦 AB 所在的直线距离，与 2 比较大小，即可判断．

【详解】解：作圆的直径 $CE\perp AB$ 于点 D，连接 OA，



∵$AB=8$，

∴$AD=4$．

∵$OA=5$，

∴$OD=\sqrt{5^2-4^2}=3$，

∴$CD=OC-3=5-3=2$，即 C 到弦 AB 所在的直线距离为 2，

∵DE＝5+3＝8＞2，

∴在优弧 AEB 上到弦 AB 所在的直线距离为 2 的点有 2 个，即圆上到弦 AB 所在的直线距离为 2 的点有 3 个.

故选：C.

【点睛】本题考查垂径定理和勾股定理，转化为 C、E 到弦 AB 所在的直线距离，与 2 比较大小是解题的关键.

8. 【答案】C

【分析】利由抛物线的位置可对①进行判断；利用抛物线的对称性得到抛物线与 x 轴的一个交点坐标为（4，0），代入解析式则可对②进行判断；由抛物线的对称性和二次函数的性质可对③进行判断；抛物线的对称性得出点（-2，0）的对称点是（4，0），由 $c=-8a$ 即可得出 $-\dfrac{c}{2a}$=4，则可对④进行判断.

【详解】解：∵抛物线开口向下，$a<0$，与 y 轴交于正半轴，则 $c>0$，

∴ $ac<0$，故①不正确；

∵对称轴为直线 $x=1$，

∴抛物线与坐标轴的另一个交点为 $(4,0)$，

∴当 $x=4$ 时，$16a+4b+c=0$，故②正确；

∵对称轴为 $x=1$，

当 $m>n>0$ 时，$1+m-1>1-(1-n)$，抛物线开口向下，

∴$x=1+m$ 时的函数值小于 $x=1-n$ 时的函数值，故③错误；

∵ $x=-\dfrac{b}{2a}=1$

∴ $2a+b=0$，

∴抛物线为 $y=ax^2-2ax+c$，

∵抛物线过点 $(-2,0)$，

∴ $4a+4a+c=0$，即 $8a+c=0$，

∴ $c=-8$，

∴ $-\dfrac{c}{2a}=4$，

∵点（$-2,0$）的对称点是（$4,0$），

∴点 $\left(-\dfrac{c}{2a},0\right)$ 一定在抛物线上，故④正确；

综上分析可知，正确的是②④，故 C 正确.

故选：C.

【点睛】本题考查了二次函数的性质及一元二次方程的根与二次函数的关系；明确一元二次方程根据与系数

的关系，方程的解与根的判别式的关系；尤其是二次函数的最值问题，在自变量的所有取值中：①当 $a>0$ 时，抛物线在对称轴左侧，y 随 x 的增大而减少；在对称轴右侧，y 随 x 的增大而增大，函数有最小值；②当 $a<0$ 时，抛物线在对称轴左侧，y 随 x 的增大而增大；在对称轴右侧，y 随 x 的增大而减少，函数有最大值；如果在规定的取值中，要看图象和增减性来判断，是解题关键.

9. 【答案】C

【分析】根据平行线的性质得出 $\angle CAB=40°$，进而利用圆的概念及等腰三角形的性质判断即可.

【详解】A.∵直线 $l_1 \parallel l_2$，

∴$\angle ECA=\angle CAB=40°$，

∵以点 A 为圆心，适当长度为半径画弧，分别交直线 l_1，l_2 于 B，C 两点，

∴$BA=AC=AD$，

∴$\angle ABC=\dfrac{180°-40°}{2}=70°$，故 A 正确，不符合题意；

B.∵以点 C 为圆心，CB 长为半径画弧，与前弧交于点 D（不与点 B 重合），

∴$CB=CD$，

∴$\angle CAB=\angle DAC=40°$，

∴$\angle BAD=40°+40°=80°$，故 B 正确，不符合题意；

C.∵$\angle ECA=\angle BAC=40°$，

∴$\angle CAD=40°$，

∴$\angle BAD=\angle CED=80°$，

∵$\angle CDA=\angle ABC=70°$，

∴$CE\neq CD$，故 C 错误，符合题意；

D.∵$\angle ECA=40°$，$\angle DAC=40°$，

∴$\angle ECA=\angle DAC$，

∴$CE=AE$，故 D 正确，不符合题意.

【点睛】本题主要考查了平行线的性质，等腰三角形的判定及圆心角、弧、弦的关系，关键是根据平行线的性质得出 $\angle CAB=40°$.

10. 【答案】B

【分析】由点(3,18)、(5,20)、(7,14)在抛物线 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ 上，利用待定系数法求出抛物线解析式，将其写成顶点式，即可得出结论.

【详解】由题意得，点(3,18)、(5,20)、(7,14)在抛物线 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ 上，

∴$\begin{cases} 9a+3b+c=18 \\ 25a+5b+c=20 \\ 49a+7b+c=14 \end{cases}$，

$\therefore \begin{cases} a=-1 \\ b=9 \\ c=0 \end{cases}$，

$\therefore$抛物线解析式为 $y=-x^2+9x=-\left(x-\frac{9}{2}\right)^2+\frac{81}{4}$，

$\therefore$当 $x=\frac{9}{2}$ 时，足球飞行达到最高点，

故选 B．

【点睛】本题考查了二次函数的应用，利用待定系数法求出抛物线的解析式是解题的关键．

二、填空题

11. 【答案】$(5,0)$

【分析】根据对称的性质，点（1，1）是点 A 与对称点的中点，列式进行计算即可得解．

【详解】解：设点 A（－3，2）关于（1，1）对称的点的坐标是 (x,y)，

$\therefore \begin{cases} \frac{-3+x}{2}=1 \\ \frac{2+y}{2}=1 \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} x=5 \\ y=0 \end{cases}$，

$\therefore$点 A（－3，2）关于（1，1）对称的点的坐标是 $(5,0)$．

故答案为：$(5,0)$．

【点睛】本题考查了中心对称的性质，中点坐标公式，掌握中心对称的性质是解题的关键．

12. 【答案】$x_1=0, x_2=\frac{3}{2}$

【分析】根据因式分解法解一元二次方程即可求解．

【详解】解：$2x^2-3x=0$，

$x(2x-3)=0$．

解得 $x_1=0, x_2=\frac{3}{2}$．

故答案为：$x_1=0, x_2=\frac{3}{2}$．

【点睛】本题考查了因式分解法解一元二次方程，掌握解一元二次方程的方法是解题的关键．

13. 【答案】-1

【分析】把 $x=0$ 代入方程（k-1）$x^2+3x+k^2-1=0$，解得 k 的值．

【详解】解：把 $x=0$ 代入一元二次方程（k-1）$x^2+3x+k^2-1=0$，

得 $k^2-1=0$，

解得 $k=-1$ 或 1；

又 $k-1\neq0$，

即 $k\neq1$；

所以 $k=-1$.

故答案为：-1.

【点睛】本题考查了一元二次方程的解的定义：就是能够使方程左右两边相等的未知数的值，此题应特别注意一元二次方程的二次项系数不得为零.

14.【答案】　①. $(0,1)$　②. $y=-\frac{1}{2}x^2-1$

【分析】根据顶点式写出顶点坐标，根据旋转的性质可知抛物线开口方向变化，大小与形状不变即可求得旋转后的抛物线的解析式.

【详解】解：抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+1$ 的顶点坐标是 $(0,1)$，

将其绕原点 O 旋转 180°，旋转后的顶点坐标为 $(0,-1)$，

$\therefore$ 旋转后的抛物线的解析式为: $y=-\frac{1}{2}x^2-1$.

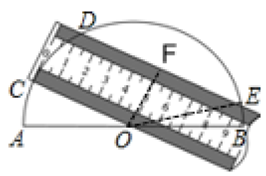
故答案为：$(0,1)$，$y=-\frac{1}{2}x^2-1$.

【点睛】本题考查了二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象与性质，掌握二次函数的图象与性质是解题的关键.

15. 【答案】3

【分析】过点 O 作 OF⊥DE，垂足为 F，连结 OE，由垂径定理可得出 EF 的长，再由勾股定理即可得出 OF 的长.

【详解】解：过点 O 作 OF⊥DE，垂足为 F，连结 OE，



$\because$ DE＝8cm，

$\therefore$ EF＝$\frac{1}{2}$DE＝4cm，

$\because$ OC＝5cm，

$\therefore$ OE＝5cm，

$\therefore$ OF＝$\sqrt{OE^2-EF^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$cm.

故答案为 3.

【点睛】本题考查的是垂径定理的应用，解答此类题目先构造出直角三角形，再根据垂径定理及勾股定理进行解答.

16.【答案】60.

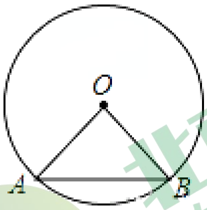
【详解】试题分析：画图，由等边三角形的判定和性质求得弦 AB 所对的圆心角.

解：如图，

∵AB=OA=OB，∴△AOB 为等边三角形，

∴∠AOB=60°，

故答案为 60°.



考点：弧、弦、圆心角之间的关系.

17. 【答案】$3\sqrt{2}$

【分析】首先根据圆周角定理求出$\angle AOB$的度数，然后解直角三角形求出 AB 的长.

【详解】根据题意可知，

$\because \angle ACB = 45^{\circ}$ ，

$\therefore \angle AOB=2\angle ACB=90^{\circ}$，

又知 $OA=OB=3$，

$\therefore AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$

故答案为: $3\sqrt{2}$.

【点睛】本题考查圆周角定理以及勾股定理，熟练掌握同弧所对圆周角是圆心角的一半是解题的关键.

18. 【答案】45

【分析】由旋转的性质和等腰三角形的性质得到$\angle ADO$的度数，再由$\angle AOC$=105°，计算得到$\angle DOB$的度数，最后由三角形外角和得到$\angle B$的度数，即可知道$\angle C$的度数.

【详解】解：∵$\triangle ODC$是由$\triangle OAB$绕点 O 顺时针旋转 40°后得到的图形

$\therefore OA=OD, \angle AOD=\angle BOC=40^{\circ}, \angle B=\angle C$

$\therefore \angle OAD=\angle ODA=\frac{1}{2}\times\left(180^{\circ}-40^{\circ}\right)=70^{\circ}$

又$\because \angle AOC=105^{\circ}, \angle AOD+\angle DOB+\angle BOC=\angle AOC$

$\therefore \angle DOB=25^{\circ}$

又$\because \angle ODA=\angle DOB+\angle B$

$\therefore \angle B=70^{\circ}-25^{\circ}=45^{\circ}$

$\therefore \angle C = \angle B = 45^{\circ}$

故答案为：45

【点睛】本题考查旋转的性质，等腰三角形的性质，三角形外角的性质，学会数形结合处理相关的数据是解题的重点.

19. 【答案】$(b,-a)$

【分析】根据题意，画图分析，将线段 OA 绕点 O 按顺时针方向旋转 90° 得 OA_1，如图所示．根据旋转的性质． $OA=OA_1$, 过 A 和 A_1 分别向 x 周作垂线交 x 轴于 B, B_1 ，通过证明可得 $\triangle AOB \cong \triangle OA_1B_1$ ，进而得到 $A_1B_1=OB$ ， $OB_1=AB$ ，综合 A_1 所在象限确定其坐标，

【详解】解：A 在第四象限，将线段 OA 绕点 O 按顺时针方向旋转 90° 得 OA_1，如图所示.

∵A（a，b），过 A 和 A_1 分别向 x 周作垂线交 x 轴于 B, B_1 ，

∴$OB=a$， $AB=-b$，

由旋转角可得 $\angle AOA_1=90^{\circ}$

$\therefore \angle A_1OB_1+\angle AOB=90^{\circ}$

在 $\triangle AOB$ 中， $\angle AOB+\angle OAB=90^{\circ}$

$\therefore \angle A_1OB_1=\angle OAB$

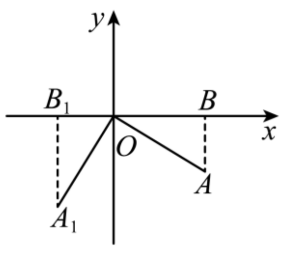
在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle OA_1B_1$ 中

$$\begin{cases}\angle OAB=\angle A_1OB_1\\ \angle OBA=\angle A_1B_1O\\ OA=A_1O\end{cases}$$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle OA_1B_1\ (AAS)$

$OB=A_1B_1=a$ ， $AB=OB_1=-b$

因为 A_1 在第三象限，所以 A_1（b，$-a$），



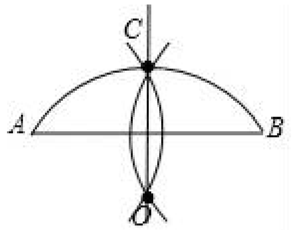
【点睛】本题考查了图形的旋转，解题的关键是利用三角形全等，得出线段相等，结合点所在的象限确定出坐标.

20. 【答案】(1)见解析；(2)垂直于弦的直径平分弦，并且平分这条弦所对的两条弧

【分析】(1）连接 AB，作弦 AB 的垂直平分线即可得；

(2）根据垂径定理可得.

【详解】(1)如图所示，点C即为所求.



(2)这位同学确定点C所用方法的依据是：垂直于弦的直径平分弦，并且平分这条弦所对的两条弧，

故答案为垂直于弦的直径平分弦，并且平分这条弦所对的两条弧.

【点睛】本题主要考查作图 - 应用与设计作图，解题的关键是熟练掌握垂径定理及线段中垂线的尺规作图.

21. 【答案】2

【分析】先联立方程组，消去y，得$x^2-2x+k-1=0$，根据题意，只需判别式△=0即可解答.

【详解】因为直线与抛物线只有唯交点，

所以联立方程式得：$4x+1=x^2+2x+k$，

即$x^2-2x+k-1=0$，该方程有唯一解，

$\therefore \triangle=4-4(k-1)=0$，

解得：$k=2$.

故答案为：2.

【点睛】本题主要考查抛物线与直线交点问题，涉及二元二次方程组、一元二次方程的根与判别式的关系等知识，能将直线与抛物线的交点问题转化为一元二次方程的根与判别式的关系是解答的关键.

22. 【答案】 ①. $(1,4)$ ②. $4\le y<22$

【分析】根据解析式化为顶点式求得对称轴，顶点坐标，开口方向，进而根据二次函数图象的性质求得函数值的取值范围.

【详解】解：$y=2x^2-4x+6=2(x-1)^2+4$，顶点坐标为$(1,4)$，对称轴为直线$x=1$，$a=2>0$，开口向上，

$\therefore$当$x=1$时，y取得最小值为4，

$\because 3-1<1-(-2)$，

$\therefore$当$x=-2$时取得最大值，最大值为$2(-2-1)^2+4=22$

$\therefore$当 - $2<x<3$时，函数y的取值范围$4\le y<22$，

故答案为：$(1,4)$，$4\le y<22$.

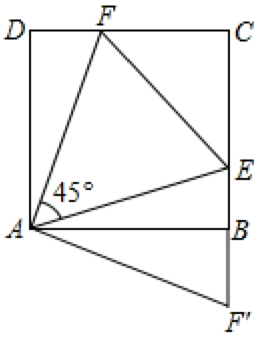
【点睛】本题考查了二次函数图象的性质，掌握二次函数图象的性质是解题的关键.

23. 【答案】2

【分析】根据旋转的性质得出∠EAF′=45°，进而得出△FAE≌△EAF′，即可得出

EF+EC+FC=FC+CE+EF′=FC+BC+BF′=4，得出正方形边长即可．

【详解】解：将△DAF绕点A顺时针旋转90度到△BAF′位置，



由题意可得出：△DAF≌△BAF′，

∴DF=BF′，∠DAF=∠BAF′，

∴∠EAF′=45°，

在△FAE和△EAF′中$\begin{cases} AF = AF' \\ \angle FAE = \angle EAF' \\ AE = AE \end{cases}$，

∴△FAE≌△EAF′（SAS），

∴EF=EF′，

∵△ECF的周长为4，

∴EF+EC+FC=FC+CE+EF′=FC+BC+BF′=DF+FC+BC=4，

∴2BC=4，

∴BC=2．

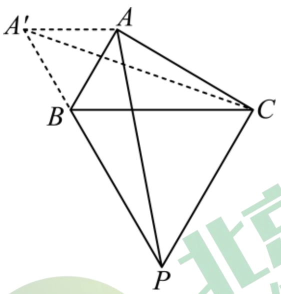
故答案为：2．

【点睛】此题主要考查了旋转的性质以及全等三角形的判定与性质等知识，得出△FAE≌△EAF′是解题关键．

24.【答案】6

【分析】以点B为旋转中心将△ABP逆时针旋转60°得到△$A'BC$，连接$A'A$，当点A落在$A'C$上时即可求得AP的最大值．

【详解】如图，以点B为旋转中心将△ABP逆时针旋转60°得到△$A'BC$，连接$A'A$，



∵△ABP逆时针旋转60°得到△$A'BC$，

∴∠$A'BA$=60°，$A'B$=AB，AP=$A'C$

∴△$A'BA$ 是等边三角形，

∴ $A'A=AB=BA'=2$，

在△$AA'C$ 中，$A'C<AA'+AC$，即 $AP<6$，

则当点 A'、A、C 三点共线时，$A'C=AA'+AC$，

即 $AP=6$，

即 AP 的最大值是：6；

故答案是：6．

【点睛】本题考查了旋转 性质，等边三角形的性质，掌握旋转的性质是解题的关键．

25．【答案】 ①．90° ②．$\sqrt{5}-1$

【分析】利用“边角边”证明△ADE 和△DCF 全等，根据全等三角形对应角相等可得∠DAE＝∠CDF，然后求出∠APD＝90°，从而得出点 P 的路径是一段以 AD 为直径的弧，连接 AD 的中点和 C 的连线交弧于点 P，此时 CP 的长度最小，然后根据勾股定理求得 QC，即可求得 CP 的长．

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $AD=CD$，$\angle ADE=\angle BCD=90^{\circ}$，

在△ADE 和△DCF 中，$\begin{cases} AD=CD \\ \angle ADE=\angle BCD=90^{\circ} \\ DE=CF \end{cases}$，

∴△ADE≌△DCF（SAS）

∴∠DAE＝∠CDF，

∵∠CDF＋∠ADF＝∠ADC＝90°，

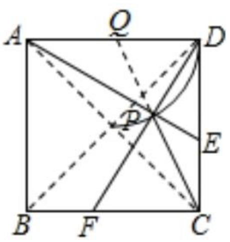
∴∠ADF＋∠DAE＝90°，

∴∠APD＝90°，

由于点 P 在运动中保持∠APD＝90°，

∴点 P 的路径是一段以 AD 为直径的弧，

取 AD 的中点 Q，连接 QC，此时 CP 的长度最小，



则 $DQ=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}\times 2=1$，

在 Rt△CQD 中，根据勾股定理得，$CQ=\sqrt{CD^2+QD^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，

所以，$CP=CQ-QP=\sqrt{5}-1$．

故答案为：90°；$\sqrt{5}-1$．

【点睛】本题考查了正方形的性质，勾股定理，圆周角定理，全等三角形的性质和判定，能综合运用性质进行推理是解此题的关键.

三、解答题

26. 【答案】(1) $x_1=\dfrac{5}{2},x_2=2$

(2) $x_1=3,x_2=5$

【分析】(1) 根据一元二次方程求根公式进行计算即可求解；

(2) 根据因式分解法解一元二次方程即可求解.

【小问 1 详解】

解：$2x^2-9x+10=0$，

$a=2,b=-9,c=10$，

$\therefore \Delta=b^2-4ac=\left(-9\right)^2-4?2?10=1$

$\therefore x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{9?1}{4}$，

$\therefore x_1=\dfrac{5}{2},x_2=2$；

【小问 2 详解】

解：$x^2-8x+15=0$，

$\left(x-3\right)\left(x-5\right)=0$，

解得 $x_1=3,x_2=5$.

【点睛】本题考查了解一元二次方程，掌握解一元二次方程的方法是解题的关键.

27. 【答案】(1) 见解析；(2) $m=-3$

【分析】(1) 证明一元二次方程的判别式大于等于零即可；

(2) 用 m 表示出方程的两个根，比较大小后，作差计算即可.

【详解】(1) 证明：$\because$一元二次方程 $x^2+(2-m)x+1-m=0$，

$\therefore \Delta=\left(2-m\right)^2-4\left(1-m\right)$

$=m^2-4m+4-4+4m=m^2$.

$\because m^2\geq 0$，

$\therefore \Delta\geq 0$.

$\therefore$ 该方程总有两个实数根.

(2) 解：$\because$一元二次方程 $x^2+(2-m)x+1-m=0$，

解方程，得 $x_1=-1$，$x_2=m-1$.

∵ $m<0$，

∴ $-1>m-1$.

∵该方程的两个实数根的差为 3，

∴ $-1-(m-1)=3$.

∴ $m=-3$.

【点睛】本题考查了一元二次方程根的判别式，方程的解法，熟练掌握判别式，并灵活运用实数的非负性是解题的关键.

28. 【答案】(1) k<1；(2) 另一个根是 4.

【详解】(1) 根据判别式大于零求得 k 的取值范围；

(2) 把 0 代入方程求得 k=-1，可以判定 0 是方程的一个根，从而求得另一个根.

29. 【答案】(1) (1) $y=-2x^2+40x$.（$7.5\le x<20$）；(2) 当 x 为10m时，小花园的面积最大，最大面积是200m^2

【分析】(1) 首先根据矩形的性质，由花园的 AB 边长为 x m，可得 $BC=(40-2x)m$，然后根据矩形面积即可求得 y 与 x 之间的函数关系式，又由墙长 $25m$，即可求得自变量的 x 的范围；

(2) 用配方法求最大值解答问题.

【详解】解：(1) ∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$AB=CD$，$AD=BC$，

∵$AB=x$ m，

∴$BC=(40-2x)m$，

∴花园的面积为：$y=AB\cdot BC=x\cdot(40-2x)=-2x^2+40x$，

∵$40-2x\le25$，$x+x<40$，

∴$x\ge7.5$，$x<20$，

∴$7.5\le x<20$，

∴y 与 x 之间的函数关系式为：$y=-2x^2+40x$（$7.5\le x<20$）；

(2) ∵ $y=-2(x-10)^2+200$，（$7.5\le x<20$）

∴ 当 $x=10$ 时，$y_{\max}=200$.

答：当 x 为 $10m$ 时，小花园的面积最大，最大面积是 $200m^2$.

【点睛】本题考查了二次函数的应用、一元二次方程的应用，解题的关键是明确题意，列出函数解析式.

30. 【答案】(1) 3.99

(2) 见解析　　(3) 是

【分析】(1) 根据二次函数的对称性可知：当 $x=2$ 时，y 有最大值；

(2) 根据题意，以点 A 原点，AB 为 x 轴，AD 为 y 轴建立直角坐标系；

(3) 在 $y=-0.2475(x-2)^2+3.99$ 中，令 $x=0.8$，求得相应的 y 值，结合其车厢最高点到隧道顶面的距离应大于 0.5 米．从而判断该货车是否能安全通过.

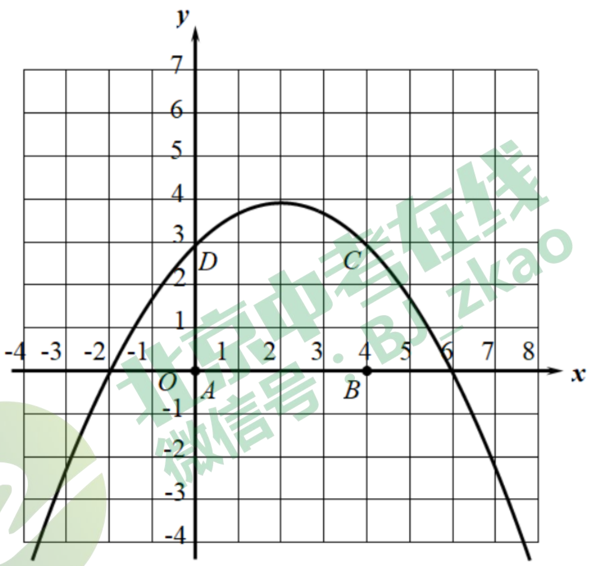
【小问 1 详解】

解：根据二次函数的对称性可知：当 $x=2$ 时，y 有最大值为 3.99；

故答案为：3.99；

【小问 2 详解】

解：如图，建立直角坐标系，



【小问 3 详解】

解：将 $D(0,3)$ 代入 $y=a(x-2)^2+3.99$，得：

$4a+3.99=3$，解得：$a=-0.2475$，

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y=-0.2475(x-2)^2+3.99$；

在 $y=-0.2475(x-2)^2+3.99$ 中，令 $x=0.8$，得：

$y=-0.2475(0.8-2)^2+3.99=3.6336$，

$3.6336-3=0.6336>0.5$

$\therefore$ 车厢最高点到隧道顶面的距离大于 0.5 米，

$\therefore$ 该货车能安全通过；

故答案为：是.

【点睛】本题考查了二次函数在实际问题中的应用，数形结合、理清题中的数量关系、熟练掌握待定系数法是解题的关键.

31. 【答案】$DB=4\sqrt{3}$ cm

【分析】由 AB 是⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$，根据垂径定理，可得 $CE=DE$，$\angle AEC=\angle DEB=90°$，然后由含 30°角的直角三角形的性质，即可求得 EC 与 DE 的长，又由在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，即可求得 $\angle B=30°$，继而求得 DB 的长.

【详解】$\because AB$ 是⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$，

$\therefore CE=DE$，$\angle AEC=\angle DEB=90°$，

∵ $\angle B=\angle ACD=30°$，

在 Rt△ACE 中，$AC=2AE=4$cm，

∴ $CE=\sqrt{AC^2-AE^2}=2\sqrt{3}$（cm），

∴ $DE=2\sqrt{3}$ cm，

在 Rt△BDE 中，$\angle B=30°$，

∴ $BD=2DE=4\sqrt{3}$ cm．

∴ DB 的长为 $4\sqrt{3}$ cm．

【点睛】本题考查了垂径定理，在同圆或等圆中同弧或等弧所对的圆周角相等，含 30°角直角三角形的性质及勾股定理，其中含 30°角直角三角形的性质是解题的关键．

32. 【答案】（1）$x=t$　　（2）$<$

（3）$t\leqslant 1$

【分析】（1）根据对称轴的表达式直接求解即可；

（2）利用抛物线的对称性和增减性进行判断即可；

（3）根据二次函数的增减性进行判断解答即可．

【小问 1 详解】

解：二次函数的对称轴为：$x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{-2t}{2}=t$

【小问 2 详解】

解：∵ $\boldsymbol{a=1>0}$，

∴ $x<t$ 时 y 随 x 的增大而减小，$x>t$，y 随 x 的增大而增大

根据抛物线的对称性可知：M 点关于对称轴对称的点为：$(t+3,m)$，

∵ $t<t+3<t+5$

∴ $m<n$

故答案为：$<$

【小问 3 详解】

解：若对于 $-1\le x_1<3$ 且 $x_2=3$，都有 $y_1\le y_2$，

∴点 P 在 Q 点的左侧，且对称轴在 P，Q 中间

∴对称轴一定在水平距离上距离 x_2 更远或相等

∴ $\dfrac{x_1+x_2}{2}\geqslant t$（距离相等时 $\dfrac{x_1+x_2}{2}=t$，x_2 更远时 $\dfrac{x_1+x_2}{2}>t$）

∴ $\dfrac{3+3}{2}>t$ 且 $\dfrac{3-1}{2}\geqslant t$

∴ $3>t$ 且 $1\geqslant t$

∴ $t\leqslant 1$．

【点睛】本题考查二次函数的图象和性质，熟记二次函数对称轴的表达式，以及二次函数的增减性是解题的关键．

33．【答案】(1) ①（2，0）、（0，0），②0≤n＜2；(2) n≤-3 或 n≥1

【分析】（1）①把 a=1 代入二次函数表达式得：$y=4x^2-8x$，令 y=0，即可求解；

②抛物线 G 与线段 AN 只有一个交点，则 x=-1 时，y≥0（已经成立），x=n 时，y＜0，且 n＞-1，即可求解；

（2）由②知，抛物线 G 与线段 AN 有两个交点，则 x=-1 时，y≥0，x=n 时，y≥0，即可求解．

【详解】解：（1）①把 a=1 代入二次函数表达式得：$y=4x^2-8x$，

令 y=0，即 $4x^2-8x=0$，解得：x=0 或 2，

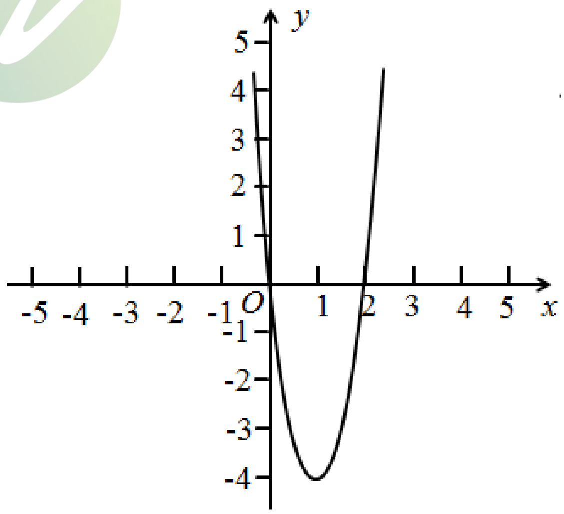
即抛物线 G 与 x 轴的交点坐标为：（2，0）、（0，0）；

②抛物线 G 与线段 AN 只有一个交点，

由图知，当 n=0 时，抛物线 G 与线段 AN 有一个交点，

当 n=2 时，抛物线 G 与线段 AN 有两个交点，

∴0≤n＜2；



（2）当 y=0 时，$0=4x^2-8ax+4a^2-4$，

∴ $x_1=a-1$，$x_2=a+1$，

∴ $G: y=4x^2-8ax+4a^2-4$ 与 x 轴的交点坐标为（a－1，0)，（a+1，0）

∵a－1＜a+1．

∴点（a－1，0）在（a+1,0）左侧，

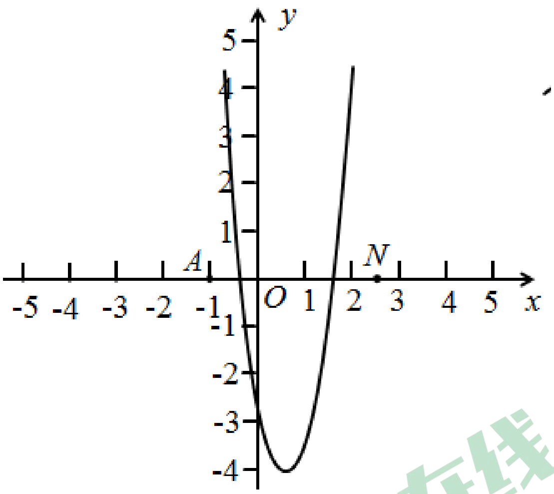
又 $A(-1,0), N(n,0)$，

①当点 N 在点 A 的右侧时，

∵抛物线 G 与线段 AN 有两个交点，

∴ $\begin{cases} a-1\geq -1 \\ a+1\leq n \end{cases}$

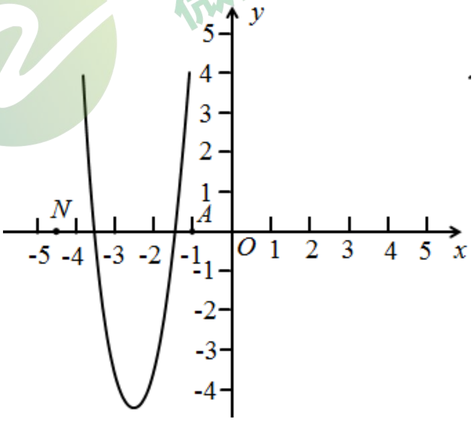
∴n≥1



②当 N 在 A 的左侧时，由抛物线 G 与线段 AN 有两个交点得

$$\begin{cases} a+1\le -1 \\ a-1\ge n \end{cases}$$

$\therefore n\le -3$



综上 n 的取值范围为：$n\le -3$ 或 $n\ge 1$.

【点睛】本题考查的是二次函数的综合运用，解题关键在于利用二次函数图像与 x 轴交点位置来判断大小，列出不等式确定 n 的取值范围，解题过程中注意正确分析出函数的图像.

34. 【答案】（1）补图见解析；（2）45°；（3）$DE=\sqrt{2}AF$，证明见解析 .

【分析】（1）根据题意补全图形即可；

（2）设 DF 与 AB 交于点 G，如图所示：由题意得，$CD=CE=CB$，$\angle ECD=2\alpha$，$\angle ABC=\angle BCD=\angle CDA=\angle DAB=90°$，再求解 $\angle ABE=90°-\angle EBC=45°-\alpha$，再证明 $\angle FBG=\angle ADG=\alpha$，从而可得答案；

（3）证明：如图，作 $AH\perp AF$，交 BF 的延长线于点 H，再证明 $\triangle HAB\cong\triangle FAD$（ASA），可得 $\angle H=45°$，从而可得答案.

【详解】解：（1）补全图形，如图所示：

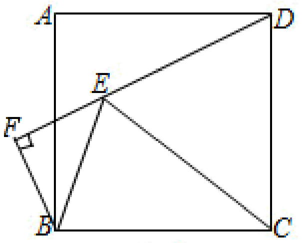


图 1

（2）$\angle FBE=45°$．理由如下：

设 DF 与 AB 交于点 G，如图所示：

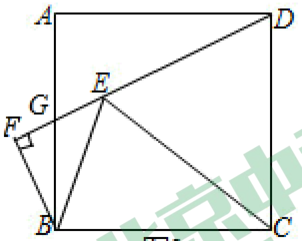


图2

由题意得，$CD=CE=CB$，$\angle ECD=2\alpha$，$\angle ABC=\angle BCD=\angle CDA=\angle DAB=90°$，

$\therefore \angle EDC=\angle DEC, \angle EBC=\angle BEC,$

$\therefore \angle EDC=\frac{1}{2}(180°-2\alpha)=90°-\alpha$，$\angle BCE=90°-2\alpha$，

$\therefore \angle CBE=\frac{1}{2}(180°-\angle BCE)=45°+\alpha$，$\angle ADF=90°-\angle EDC=\alpha$，

$\therefore \angle ABE=90°-\angle EBC=45°-\alpha$.

$\because BF\perp DE$，

$\therefore \angle BFD=90°$.

$\because \angle AGD=\angle FGB$，

$\therefore \angle FBG=\angle ADG=\alpha$

$\therefore \angle FBE=\alpha+45°-\alpha=45°$，

（3）$DE=\sqrt{2}AF$．

证明：如图，作 $AH\perp AF$，交 BF 的延长线于点 H，

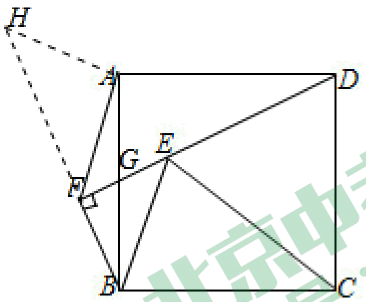


图3

由（2）得：$\angle FBE=45°, \angle EFB=90°$，

$\therefore \angle FBE=\angle FEB=45°$.

∴$FB=FE$.

∵$AH\perp AF$，$\angle BAD=90°$，

∴$\angle HAB=\angle FAD$，

∵$\angle BFG=\angle DAG=90°$，$\angle BGF=\angle DGA$，

∴$\angle FBG=\angle ADG$，即$\angle ABH=\angle ADF$，

∴$\triangle HAB\cong\triangle FAD$（$ASA$），

∴$HB=FD$，$AH=AF$，

∴$HF=DE$，$\angle H=45°$.

∴$HF=\sqrt{2}AF$.

∴$DE=\sqrt{2}AF$.

【点睛】本题考查的是全等三角形的判定与性质，等腰直角三角形的性质，勾股定理的应用，正方形的性质，灵活应用以上知识解题是关键.

35. 【答案】(1) ①B、C；② $a=\sqrt{3}-\sqrt{15}$ 或 $\sqrt{3}\le a\le 2\sqrt{3}$；

(2) $\frac{1}{3}\le r\le 1$ 或 $3\le r\le 9$.

【分析】(1) ①计算每个点到 ON 的最大和最小值，可推断出结果；

②分为当最小值是 1，和最大值是 2 两种情形；

(2) 当 AN 上的点在圆外和外内两种情形；

【小问 1 详解】

解：①如图 1，

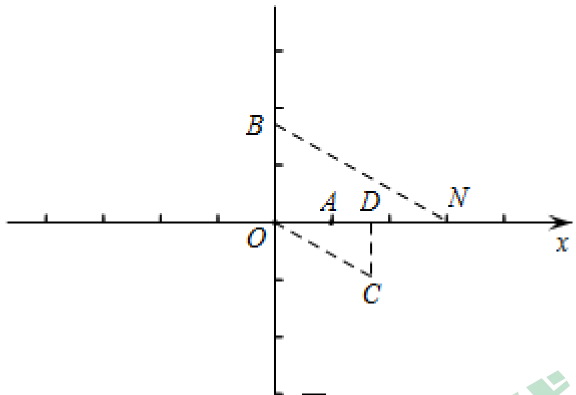


图1

∵点 A 到 ON 的最大距离是 2，到 ON 的最小距离是 0，

∴点 A 不是 ON 的二分点，

∵$OB=\sqrt{3}$，$BN=2\sqrt{3}$，

∴$BN=2OB$，

∴B 点是 ON 的二分点，

∵$CD=1$，$OC=2$，

∴点 C 是 ON 的二分点，

故答案是：B、C；

②如图 2，

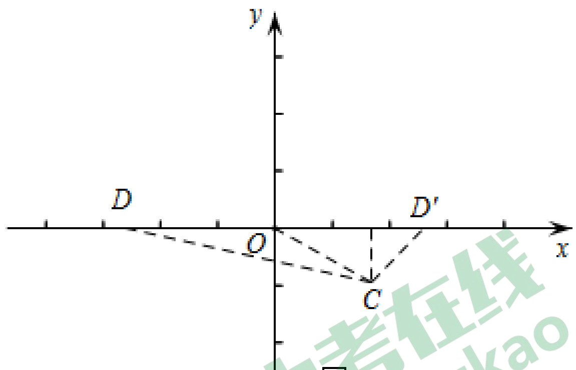


图2

当 $OC=2$ 是最小值时，最大值是 $OD=4$，

∴ $(a-\sqrt{3})^2+1=4^2$，

∴ $a_1=\sqrt{15}+\sqrt{3}$（舍去），$a_2=\sqrt{3}-\sqrt{15}$，

当最小值是 1 时，$a\geq\sqrt{3}$，

最大值是 2 时，

∵ $OC=2$，

∴ $a\leq2\sqrt{3}$，

∴ $\sqrt{3}\leq a\leq2\sqrt{3}$，

综上所述：$a=\sqrt{3}-\sqrt{15}$ 或 $\sqrt{3}\leq a\leq2\sqrt{3}$；

【小问 2 详解】

解：如图 3，

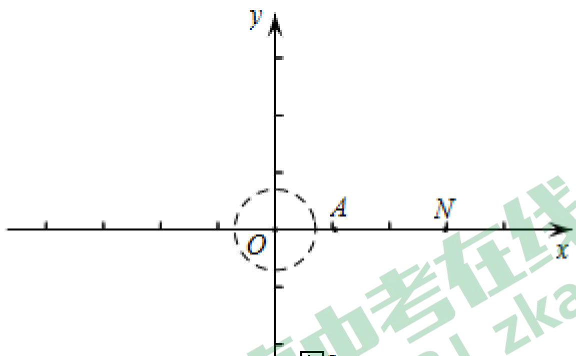


图3

当点 A 在⊙O 外时，设点 M 在 AN 上，M（x，0），（$1\leq x\leq3$），

假设 M 是⊙O 的二分点，

∴ $x+r=2$（$x-r$），

$\therefore x=3r$，

$\therefore 1\le 3r\le 3$，

$\therefore \frac{1}{3}\le r\le 1$；

如图 4，

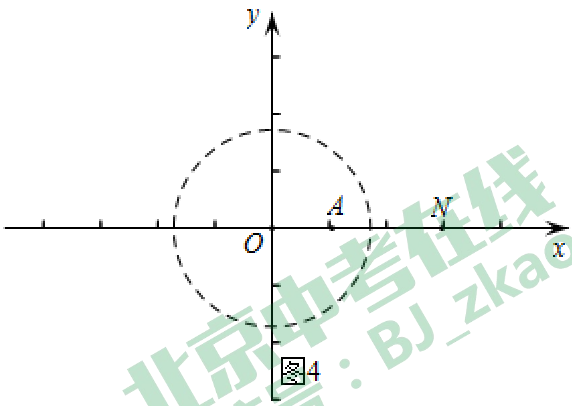


图4

点 M 在⊙O 内，

$\therefore x+r=2(r-x)$，

$\therefore x=\frac{r}{3}$，

$\therefore 1\le\frac{r}{3}\le 3$，

$\therefore 3\le r\le 9$，

综上所述：$\frac{1}{3}\le r\le 1$ 或 $3\le r\le 9$.

【点睛】本题考查了点到线段（上的点）的距离，及点到圆最值问题，解决问题的关键是分为点在圆外和圆内两种情形讨论.