

命题人：杨星月

审题人：盛晓艳

考试时间：120 分钟 总分：150 分

班级_____

姓名_____

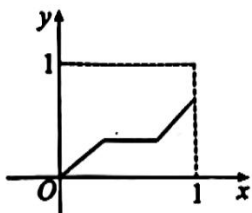
学号_____

第一部分（选择题）

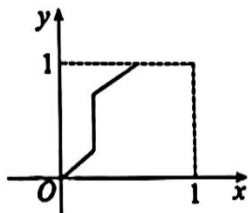
一. 选择题：(本题有 12 道小题，每小题 4 分，共 48 分)

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{N} | x - 3 \leq 0\}$ ，集合 $B = \{x \in \mathbb{R} | -4 < x < 4\}$ ，则 $A \cap B =$
 A. $\{0, 1, 2, 3\}$ B. $\{1, 2, 3\}$ C. $\{x | -4 < x \leq 3\}$ D. $\{x | -4 < x < 4\}$

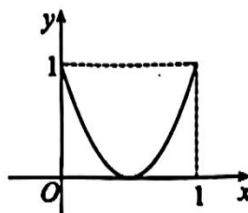
2. 若函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$ ，值域为 $\{y | 0 \leq y \leq 1\}$ ，那么函数 $y = f(x)$ 的图象可能是



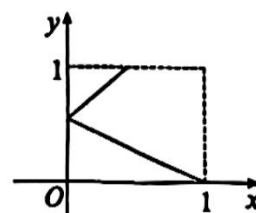
A.



B.



C.



D.

3. 设 $a, b \in \mathbb{R}$ ，且 $a < b < 0$ ，则

A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

B. $\frac{b}{a} > \frac{a}{b}$

C. $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} > 2$

D. $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$

4. 下列函数中，是偶函数且在 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是

A. $y = -\frac{1}{x}$

B. $y = \sqrt{x}$

C. $y = |x|$

D. $y = x^3 + 1$

5. 已知函数 $f(x)$ 是一次函数, 且 $f(x-1) = 4x + 3$, 则 $f(x)$ 的解析式为
 A. $f(x) = 4x - 1$ B. $f(x) = 4x + 7$ C. $f(x) = 4x + 1$ D. $f(x) = 4x + 3$
6. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-1, 0)$, 则 $f(2x)$ 的定义域是
 A. $[-\frac{1}{2}, 0)$ B. $[0, \frac{1}{2})$ C. $[-2, 0)$ D. $[0, 2)$
7. 设 $f(x)$ 为定义在 \mathbb{R} 上的偶函数, 且 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上为增函数, 则 $f(-2)$, $f(-\pi)$, $f(3)$ 的大小顺序为
 A. $f(-\pi) < f(-2) < f(3)$ B. $f(-2) < f(3) < f(-\pi)$
 C. $f(-\pi) < f(3) < f(-2)$ D. $f(3) < f(-2) < f(-\pi)$
8. 已知奇函数 $f(x)$ 的定义域为 $\{x | x \neq 0\}$, 且 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减. 若 $f(2) = 0$, 则 $f(x) > 0$ 的解集为
 A. $(-2, 2)$ B. $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$
 C. $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$ D. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
9. 设已知函数 $f(x)$ 如下表所示:
- | | | | | | |
|--------|----|----|---|----|----|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | -1 | -2 |
- 则不等式 $f(f(x)) \geq 0$ 的解集为
 A. $\{1, 2, 0\}$ B. $\{-1, -2, 0\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{-1, -2\}$
10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 - ax - 5, & x \leq 1 \\ \frac{a}{x}, & x > 1 \end{cases}$ 是 \mathbb{R} 上的增函数, 则 a 的取值范围是
 A. $(-\infty, -2)$ B. $(-\infty, 0)$ C. $(-3, -2]$ D. $[-3, -2]$

11. 当 $x \in [0, 1]$ 时, 若函数 $f(x) = (mx - 1)^2$ 的图象与 $g(x) = \left|x + \frac{m}{2}\right|$ 的图象有且只有一个交点, 则正实数 m 的取值范围是

A. $[2, +\infty)$

B. $(0, 2] \cup \left[\frac{5}{2}, +\infty\right)$

C. $\left[\frac{5}{2}, +\infty\right)$

D. $(0, 1] \cup [2, +\infty)$

12. 刘老师沿着某公园的环形跑道(周长大于 1 km)按逆时针方向跑步, 他从起点出发, 并用软件记录了运动轨迹, 他每跑 1 km, 软件会在运动轨迹上标注出相应的里程数. 已知刘老师共跑了 11 km, 恰好回到起点, 前 5 km 的记录数据如图所示, 则刘老师总共跑的圈数为



A. 7

B. 8

C. 9

D. 10

第二部分 (非选择题)

二. 填空题: (本题有 8 道小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

13. 若命题 $p: \exists x \in \mathbb{Q}, x^2 < 3$, 则命题 p 的否定为_____.

14. 函数 $f(x) = \frac{1}{x^2 - x - 2} + \sqrt{x + 1}$ 的定义域是_____.

15. 已知幂函数 $f(x)$ 经过点 $(9, 3)$, 则 $f(4) =$ _____.

16. 已知 $y = 2x + \frac{8}{x-3}$ ($x > 3$), 则当 $x =$ _____ 时, y 取最小值为 _____.

17. 已知函数 $f(x) = |2x - a|$ 在 $(-\infty, 3)$ 上单调递减, 则实数 a 的取值范围是 _____.

18. 已知函数 $f(x) = ax^3 + x^2 + bx - 3$, 且 $f(10) = 6$, 则 $f(-10) =$ _____.

19. 已知 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x, & x \geq 0 \\ x^2 + 2x, & x < 0 \end{cases}$, 若 $f(a) < f(-a)$, 则 a 的取值范围是 _____.

20. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - 3, & x > a \\ -x, & x \leq a \end{cases}$

(I) 当 $a = 0$ 时, $f(x)$ 的值域为 _____;

(II) 若方程 $f(x) = 0$ 有两个不同的解, 则实数 a 的取值范围为 _____.

三. 解答题: (本题有 6 道小题, 共 70 分)

21. (本小题满分 10 分)

已知全集 $U = \mathbb{R}$, 集合 $A = \{x | 2 < x < 9\}$, $B = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$.

(I) 求 $A \cap B$, $B \cup (\complement_U A)$;

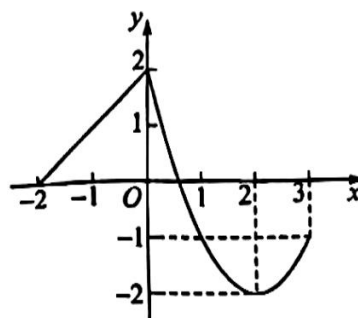
(II) 已知集合 $C = \{x | a \leq x \leq 2 - a\}$, 若 $C \cup (\complement_U B) = \mathbb{R}$, 求实数 a 的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)$ 的图象如图所示, 其中 y 轴的左侧为一条线段, 右侧为某抛物线的一段.

(I) 写出函数 $f(x)$ 的解析式、定义域和值域;

(II) 求 $f(3)$, $f[f(3)]$, $f\{f[f(3)]\}$ 的值.



23. (本小题满分 12 分)

已知二次函数 $f(x)$ 的最小值为 1, 且 $f(0) = f(2) = 3$.

(I) 求 $f(x)$ 的解析式;

(II) 当 $x \in [-1, 1]$ 时, $f(x) > 2x + 2m + 1$ 恒成立, 试确定实数 m 的取值范围.

24. (本小题满分 12 分)

某公司为改善营运环境, 年初以 50 万元的价格购进一辆豪华客车. 已知该客车每年的营运总收入为 30 万元, 使用 x 年 ($x \in \mathbb{N}^*$) 所需的各种费用总计为 $2x^2 + 6x$ 万元.

(I) 该车营运第几年开始赢利(总收入超过总支出, 今年为第一年);

(II) 该车若干年后有两种处理方案:

① 当赢利总额达到最大值时, 以 10 万元价格卖出;

② 当年平均赢利总额达到最大值时, 以 12 万元的价格卖出.

问: 哪一种方案较为合算? 并说明理由.

25. (本小题满分 12 分)

函数 $f(x) = 2x^2 - 2ax + 3$, 其中 $a \in \mathbb{R}$.

(I) 当 $a = 2$ 时, 求不等式 $f(x) > 6x - 9$ 的解集;

(II) 当 $x \in [-1, 3]$ 时, $f(x)$ 的最小值为 0, 求 a 的值.

26. (本小题满分 12 分)

已知 n 为正整数, 集合 $M_n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n\}$,
对于 M_n 中任意两个元素 $\alpha = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ 和 $\beta = (b_1, b_2, \dots, b_n)$.

定义: $\alpha - \beta = (|a_1 - b_1|, |a_2 - b_2|, \dots, |a_n - b_n|)$;

$$d(\alpha, \beta) = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + \dots + |a_n - b_n|.$$

- (I) 当 $n = 3$ 时, 设 $\alpha = (0, 1, 0)$, $\beta = (1, 0, 0)$, 写出 $\alpha - \beta$, 并计算 $d(\alpha, \beta)$;
(II) 若集合 S 满足 $S \subseteq M_3$, 且对于 $\forall \alpha, \beta \in S$; $d(\alpha, \beta) = 2$, 求集合 S 中元素个数的
最大值, 写出此时的集合 S , 并证明你的结论;
(III) 若 $\alpha, \beta \in M_n$, 且 $d(\alpha, \beta) = 2$, 任取 $\gamma \in M_n$, 求 $d(\alpha - \gamma, \beta - \gamma)$ 的值.