



北京市陈经纶中学分校 7 月自主学习检测 2020 年 7 月 10 日

## 数学试卷

(考试时间 120 分钟 满分 100 分)

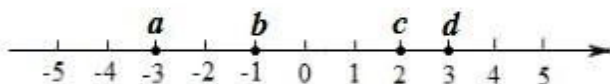
- |      |   |
|------|---|
| 考生须知 | 1、在试卷和答题卡上认真填写班级、姓名、考号。<br>2、试卷答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。<br>3、在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。<br>4、考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。 |
|------|---|

### 一、选择题 (本题共有 8 小题, 各题均附有四个备选答案, 其中有且只有一个是正确的, 每小题 2 分, 共 16 分)

1. 中国国家图书馆是亚洲最大的图书馆, 截止到今年初馆藏图书达 3119 万册, 其中古籍善本约有 2 000 000 册. 2 000 000 用科学记数法可以表示为 ( )

- A.  $0.2 \times 10^7$       B.  $2 \times 10^6$       C.  $20 \times 10^5$       D.  $10 \times 2^6$

2. 实数  $a, b, c, d$  在数轴上对应的位置如图所示, 绝对值相等的两个实数是 ( )

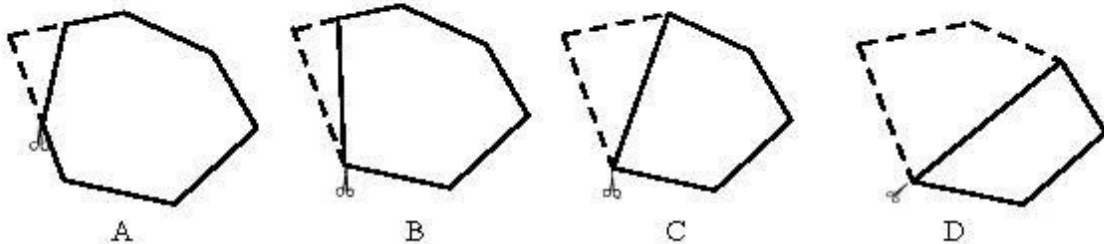


- A.  $a$  与  $b$       B.  $b$  与  $c$       C.  $c$  与  $d$       D.  $a$  与  $d$

3. 若二次根式  $\sqrt{x-2}$  有意义, 则  $x$  的取值范围是 ( )

- A.  $x \neq 2$       B.  $x > 2$       C.  $x \geq 0$       D.  $x \geq 2$

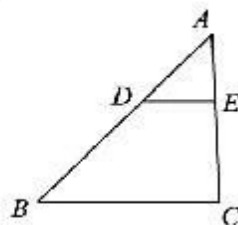
4. 如图, 小明将几块六边形纸片分别减掉了一部分 (虚线部分), 得到了一个新多边形. 若新多边形的内角和为  $540^\circ$ , 则对应的是下列哪个图形 ( )



5. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  为  $AB$  边上一点,  $DE \parallel BC$  交  $AC$  于点  $E$ ,

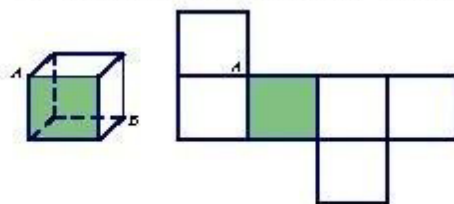
若  $\frac{AD}{DB} = \frac{2}{3}$ ,  $AE=6$ , 则  $EC$  的长为 ( )

- A. 6      B. 9      C. 15      D. 18



6. 如图, 点  $A, B$  是棱长为 1 的正方体的两个顶点, 将正方体按图中所示展开, 则在展开图中  $A, B$  两点间的距离为 ( )

- A. 2      B.  $\sqrt{5}$   
C.  $2\sqrt{2}$       D.  $\sqrt{10}$





7. 2022 年将在北京—张家口举办冬季奥运会，很多学校开设了相关的课程。某校 8 名同学参加了冰壶选修课，他们被分成甲、乙两组进行训练，身高（单位：cm）如下表所示：

	队员 1	队员 2	队员 3	队员 4
甲组	176	177	175	176
乙组	178	175	177	174

设两队队员身高的平均数依次为  $\bar{x}_甲$ ,  $\bar{x}_乙$ ，方差依次为  $s_甲^2$ ,  $s_乙^2$ ，下列关系中正确的是（ ）

- A.  $\bar{x}_甲 = \bar{x}_乙$ ,  $s_甲^2 < s_乙^2$       B.  $\bar{x}_甲 = \bar{x}_乙$ ,  $s_甲^2 > s_乙^2$   
 C.  $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙$ ,  $s_甲^2 < s_乙^2$       D.  $\bar{x}_甲 > \bar{x}_乙$ ,  $s_甲^2 > s_乙^2$

8. 油电混动汽车是一种节油、环保的新技术汽车。它将行驶过程中部分原本被浪费的能量回收储存于内置的蓄电池中。汽车在低速行驶时，使用蓄电池带动电动机驱动汽车，节约燃油。某品牌油电混动汽车与普通汽车的相关成本数据估算如下：

	油电混动汽车	普通汽车
购买价格（万元）	17.48	15.98
每百公里燃油成本（元）	31	46

某人计划购入一辆上述品牌的汽车。他估算了未来 10 年的用车成本，在只考虑车价和燃油成本的情况下，发现选择油电混动汽车的成本不高于选择普通汽车的成本。则他在估算时，预计平均每年行驶的公里数至少为（ ）

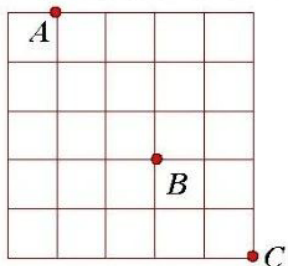
- A. 5 000      B. 10 000      C. 15 000      D. 20 000

## 二、填空题(本题共有 8 小题，每小题 2 分，共 16 分)

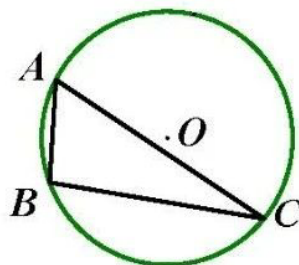
9. 分解因式： $a^2b - 2ab + b =$ \_\_\_\_\_.

10. 如图所示的网格是正方形网格，

我们可以断定网格线交点 A, B, C 是否在同一条直线上\_\_\_\_\_ (填“是”或“否”).



第 10 题图



第 11 题图

11. 如图， $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ，若  $\odot O$  的半径为 6， $\angle A = 60^\circ$ ，则劣弧 BC 的长为\_\_\_\_\_.



7. 2022 年将在北京—张家口举办冬季奥运会，很多学校开设了相关的课程。某校 8 名同学参加了冰壶选修课，他们被分成甲、乙两组进行训练，身高（单位：cm）如下表所示：

	队员 1	队员 2	队员 3	队员 4
甲组	176	177	175	176
乙组	178	175	177	174

设两队队员身高的平均数依次为  $\bar{x}_甲$ ,  $\bar{x}_乙$ ，方差依次为  $s_甲^2$ ,  $s_乙^2$ ，下列关系中正确的是（ ）

- A.  $\bar{x}_甲 = \bar{x}_乙$ ,  $s_甲^2 < s_乙^2$                       B.  $\bar{x}_甲 = \bar{x}_乙$ ,  $s_甲^2 > s_乙^2$   
 C.  $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙$ ,  $s_甲^2 < s_乙^2$                       D.  $\bar{x}_甲 > \bar{x}_乙$ ,  $s_甲^2 > s_乙^2$

8. 油电混动汽车是一种节油、环保的新技术汽车。它将行驶过程中部分原本被浪费的能量回收储存于内置的蓄电池中。汽车在低速行驶时，使用蓄电池带动电动机驱动汽车，节约燃油。某品牌油电混动汽车与普通汽车的相关成本数据估算如下：

	油电混动汽车	普通汽车
购买价格（万元）	17.48	15.98
每百公里燃油成本（元）	31	46

某人计划购入一辆上述品牌的汽车。他估算了未来 10 年的用车成本，在只考虑车价和燃油成本的情况下，发现选择油电混动汽车的成本不高于选择普通汽车的成本。则他在估算时，预计平均每年行驶的公里数至少为（ ）

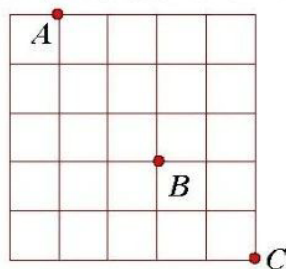
- A. 5 000                      B. 10 000                      C. 15 000                      D. 20 000

## 二、填空题(本题共有 8 小题，每小题 2 分，共 16 分)

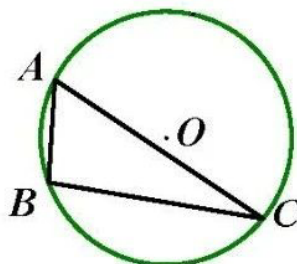
9. 分解因式： $a^2b - 2ab + b =$ \_\_\_\_\_.

10. 如图所示的网格是正方形网格，

我们可以断定网格线交点 A, B, C 是否在同一条直线上\_\_\_\_\_ (填“是”或“否”).



第 10 题图



第 11 题图

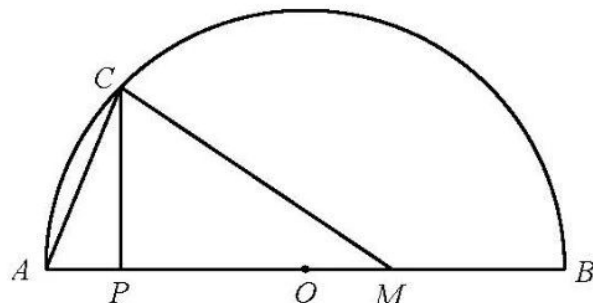
11. 如图， $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ，若  $\odot O$  的半径为 6， $\angle A = 60^\circ$ ，则劣弧 BC 的长为\_\_\_\_\_.





22. 如图, 在半圆弧  $AB$  中, 直径  $AB=6\text{cm}$ , 点  $M$  是  $AB$  上一点,  $MB=2\text{cm}$ ,  $P$  为  $AB$  上一动点,  $PC \perp AB$  交  $AB$  于点  $C$ , 连接  $AC$  和  $CM$ , 设  $A$ 、 $P$  两点间的距离为  $x\text{cm}$ ,  $A$ 、 $C$  两点间的距离为  $y_1\text{cm}$ ,  $C$ 、 $M$  两点间的距离为  $y_2\text{cm}$ .

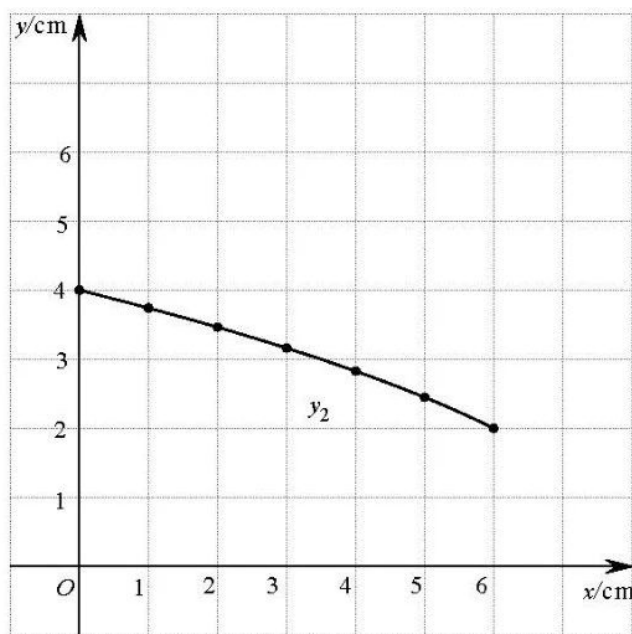
小东根据学习函数的经验, 分别对函数  $y_1$ 、 $y_2$  随自变量  $x$  的变化而变化的规律进行了探究:  
下面是小东的探究过程, 请补充完整:



(1) 按照下表中自变量  $x$  的值进行取点、画图、测量, 分别得到了  $y_1$ ,  $y_2$  与  $x$  的几组对应值;

$x/\text{cm}$	0	1	2	3	4	5	6
$y_1/\text{cm}$	0	2.45	3.46		4.90	5.48	6
$y_2/\text{cm}$	4	3.74	3.46	3.16	2.83	2.45	2

(2) 在同一平面直角坐标系  $xOy$  中, 描出补全后的表中各组数值所对应的点  $(x, y_1)$ ,  $(x, y_2)$ , 并画出函数  $y_1$ ,  $y_2$  的图象;



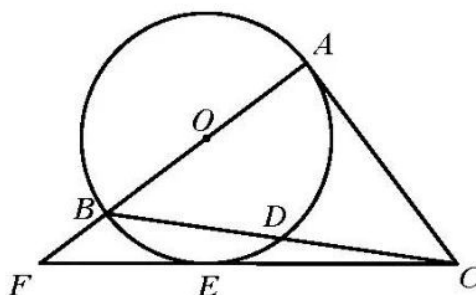
(3) 结合函数图象, 解决问题:

当  $\triangle AMC$  是等腰三角形时, 线段  $AP$  的长约为\_\_\_\_\_.

23. 如图,  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle A=90^\circ$ , 以  $AB$  为直径的  $\odot O$  交  $BC$  于点  $D$ , 点  $E$  在  $\odot O$  上,  $CE=CA$ ,  $AB$ ,  $CE$  的延长线交于点  $F$ .

(1) 求证:  $CE$  与  $\odot O$  相切;

(2) 若  $\odot O$  的半径为 3,  $EF=4$ , 求  $BD$  的长.



24. GDP 是指一个国家 (或地区) 在一定时期内生产活动的最终成果, 常被公认为是衡量经济状况的最佳指标. 截止 2020 年 4 月 27 日, 对除西藏外的 30 个省区市第一季度有关 GDP 的数据进行收集、整理、描述和分析. 下面给出了部分信息:

a. 各省区市 GDP 数据的频数分布直方图, 如图 24-1 (数据分成 6 组, 各组是  $0 < x \leq 4$ ,  $4 < x \leq 8$ ,  $8 < x \leq 12$ ,  $12 < x \leq 16$ ,  $16 < x \leq 20$ ,  $20 < x \leq 24$ ):

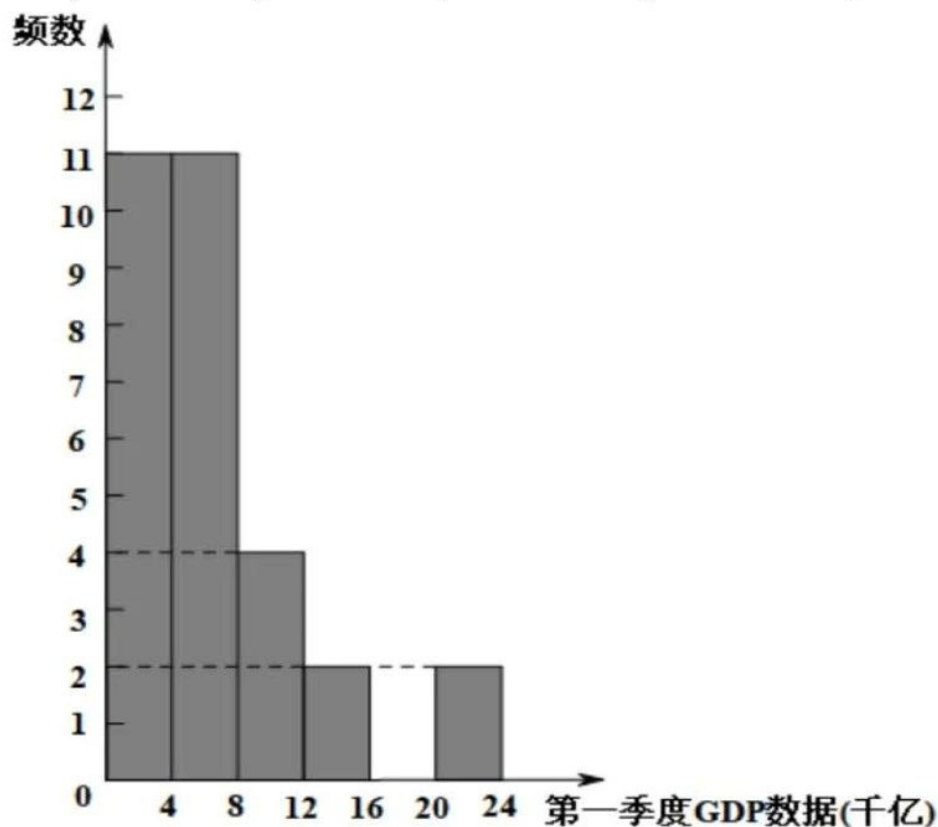


图 24-1

b. 2020 年第一季度 GDP 数据在  $4 < x \leq 8$  这一组的是:

4.6 4.9 5.0 5.1 5.3 5.4 6.3 7.4 7.5 7.8 7.8



c. 30个省区市2020年第一季度及2019年GDP增速排名统计图，如图24-2：

2020年第一季度GDP增速排名

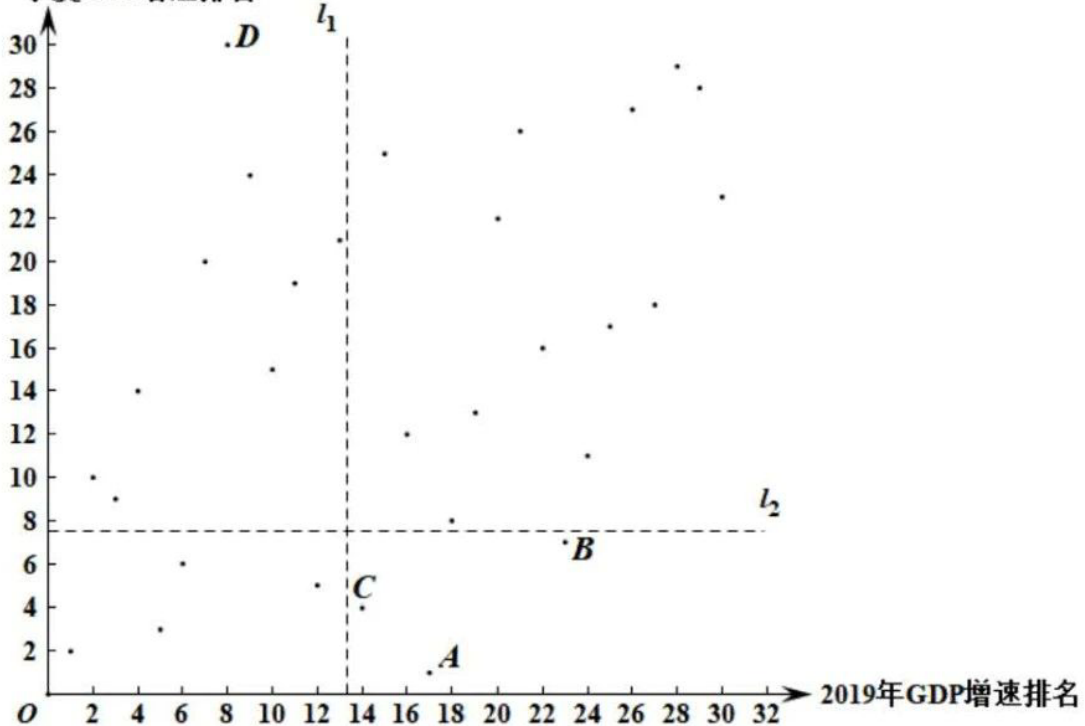


图 24-2

d. 北京 2020 年第一季度 GDP 数据约为 7.5 千亿，GDP 增速排名为第 22.

根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 在 30 个省区市中，北京 2020 年第一季度 GDP 的数据排名第\_\_\_\_\_.
  - (2) 在 30 个省区市 2020 年第一季度及 2019 年 GDP 增速排名统计图中，请在图中用“○”圈出代表北京的点.
  - (3) 2020 年第一季度 GDP 增速排名位于北京之后的几个省份中，2019 年 GDP 增速排名的最好成绩是第\_\_\_\_\_.
  - (4) 下列推断合理的是\_\_\_\_\_.
- ①与 2019 年 GDP 增速排名相比，在疫情冲击下，2020 年全国第一季度增速排名，部分省市有较大下滑，如 D 代表的湖北排名下滑最多.
- ②A、B、C 分别代表的新疆、广西、青海位于西部地区，多为人口净流出或少量净流入，经济发展主要依靠本地劳动力供给，疫后复工复产效率相对较高，相对于 2019 年 GDP 增速排名位置靠前.



25. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 函数  $y = \frac{m}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象  $G$  经过点  $(6, 1)$ ,

直线  $l: y = kx + 1$  ( $k \neq 0$ ) 与图象  $G$  交于点  $A$ , 直线  $y = k$  与直线  $l$  交于点  $B$ , 与图象  $G$  交于点  $C$ .

(1) 求  $m$  的值;

(2) 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 记图象  $G$  在点  $A, C$  之间的部分与线段  $AB, BC$  围成的区域(不含边界)为  $W$ .

①当  $k=1$  时, 结合函数图象, 求区域  $W$  内的整点个数;

②若区域  $W$  内没有整点, 直接写出  $k$  的取值范围.

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 将点  $A(-4, -2)$  向右平移 6 个单位长度, 得到点  $B$ .

(1) 直接写出点  $B$  的坐标;

(2) 若抛物线  $y = -x^2 + bx + c$  经过点  $A, B$ , 求抛物线的表达式;

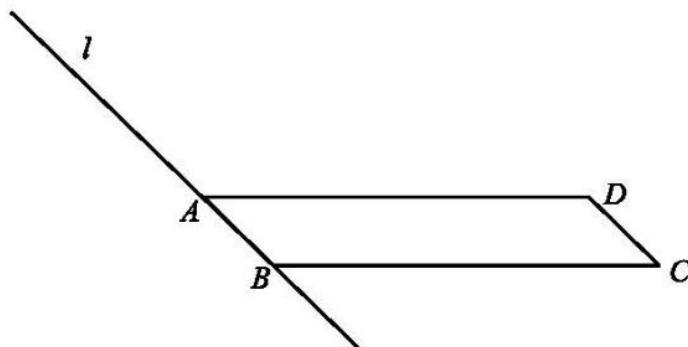
(3) 若抛物线  $y = -x^2 + bx + c$  的顶点在直线  $y = x + 2$  上移动, 当抛物线与线段  $AB$  有且只有一个公共点时, 求抛物线顶点横坐标  $t$  的取值范围.

27. 如图, 四边形  $ABCD$  是平行四边形,  $A, B$  是直线  $l$  上的两点, 点  $B$  关于  $AD$  的对称点为  $M$ , 连接  $CM$  交  $AD$  于  $F$  点.

(1) 依题意补全图形;

(2) 判断  $MF$  与  $FC$  的数量关系, 并证明你的结论;

(3) 如图, 当  $\angle ABC = 135^\circ$  时,  $AM, CD$  的延长线相交于点  $E$ , 用等式表示线段  $CE$  与  $AF$  的数量关系, 并证明.





28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于点  $M$  和图形  $W$ , 若图形  $W$  上存在一点  $N$  (点  $M, N$  可以重合), 使得点  $M$  与点  $N$  关于一条经过原点的直线  $l$  对称, 则称点  $M$  与图形  $W$  是“中心轴对称”的.

对于图形  $W_1$  和图形  $W_2$ , 若图形  $W_1$  和图形  $W_2$  分别存在点  $M$  和点  $N$  (点  $M, N$  可以重合), 使得点  $M$  与点  $N$  关于一条经过原点的直线  $l$  对称, 则称图形  $W_1$  和图形  $W_2$  是“中心轴对称”的.

特别地, 对于点  $M$  和点  $N$ , 若存在一条经过原点的直线  $l$ , 使得点  $M$  与点  $N$  关于直线  $l$  对称, 则称点  $M$  和点  $N$  是“中心轴对称”的.

(1) 如图 1, 在正方形  $ABCD$  中, 点  $A(1, 0)$ , 点  $C(2, 1)$ ,

① 下列四个点  $P_1(0, 1)$ ,  $P_2(2, 2)$ ,  $P_3(-\frac{1}{2}, 0)$ ,  $P_4(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$  中, 与

点  $A$  是“中心轴对称”的是\_\_\_\_\_;

② 点  $E$  在射线  $OB$  上, 若点  $E$  与正方形  $ABCD$  是“中心轴对称”的, 求点  $E$  的横坐标  $x_E$  的取值范围;

(2) 四边形  $GHJK$  的四个顶点的坐标分别为  $G(-2, 2)$ ,  $H(2, 2)$ ,  $J(2, -2)$ ,  $K(-2, -2)$ ,

一次函数  $y = \sqrt{3}x + b$  图象与  $x$  轴交于点  $M$ , 与  $y$  轴交于点  $N$ , 若线段  $MN$  与四边形  $GHJK$  是“中心轴对称”的, 直接写出  $b$  的取值范围.

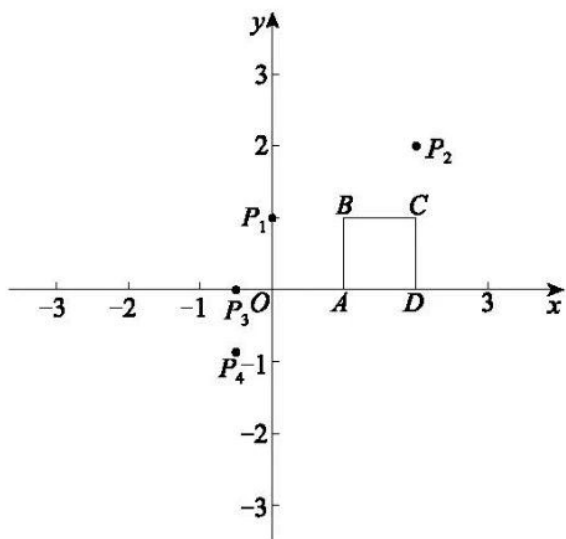
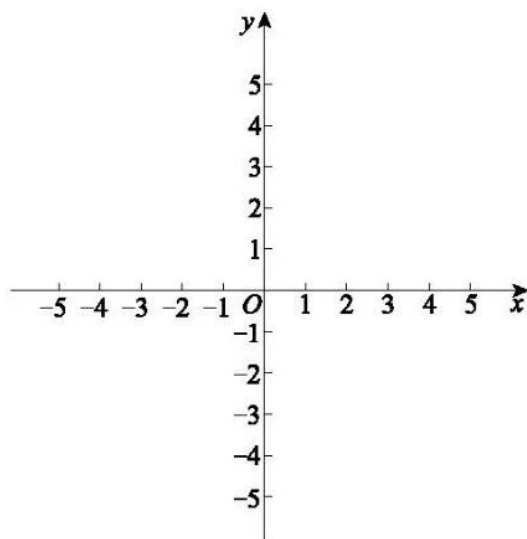


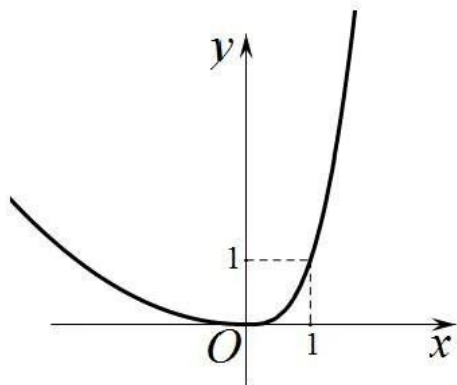
图 1



备用图



**附加题（课外思考，此次不计入总分）：**对于某一函数给出如下定义：若存在实数  $p$ ，当其自变量的值为  $p$  时，其函数值等于  $p$ ，则称  $p$  为这个函数的**不变值**。在函数存在不变值时，该函数的最大不变值与最小不变值之差  $q$  称为这个函数的**不变长度**。特别地，当函数只有一个不变值时，其不变长度  $q$  为零。例如，下图中的函数有 0, 1 两个不变值，其不变长度  $q$  等于 1。



(1) 分别判断函数  $y=x-1$ ， $y=\frac{1}{x}$  有没有不变值？如果有，直接写出其不变长度\_\_\_\_\_；

(2) 函数  $y=2x^2-bx$ 。

①若其不变长度为零，求  $b$  的值；

②若  $1 \leq b \leq 3$ ，求其不变长度  $q$  的取值范围；

(3) 记函数  $y=x^2-2x(x \geq m)$  的图象为  $G_1$ ，将  $G_1$  沿  $x=m$  翻折后得到的函数图象记为  $G_2$ 。函数  $G$  的图象由  $G_1$  和  $G_2$  两部分组成，若其不变长度  $q$  满足  $0 \leq q \leq 3$ ，则  $m$  的取值范围为\_\_\_\_\_。

