

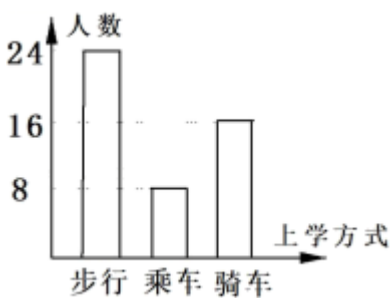


# 2023 北京景山学校初一（上）期末

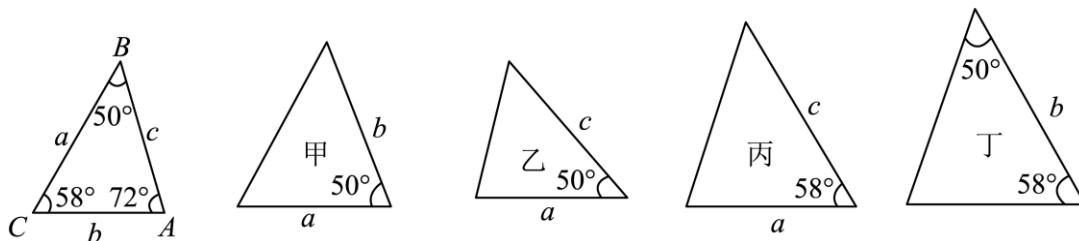
## 数 学

### 一、选择题（每题只有一个选项符合题意，每小题 2 分，共 16 分）

1. 在一个三角形中，若其中一个内角等于另外两个内角的差，则这个三角形是（ ）  
 A. 直角三角形                  B. 锐角三角形                  C. 钝角三角形                  D. 都有可能
2. 下列运算中，正确的是（ ）  
 A.  $3x^2 + 2x^3 = 5x^5$                   B.  $a \cdot a^2 = a^3$                   C.  $3a^6 \div a^3 = 3a^2$                   D.  $(ab)^3 = a^3b$
3. 如图，红旗中学七年级（6）班就上学方式作出调查后绘制了条形图，那么乘车上学的人数占全班人数的（ ）



- A.  $\frac{1}{5}$                   B.  $\frac{1}{6}$                   C.  $\frac{1}{7}$                   D.  $\frac{1}{8}$
4. 如图，已知  $\triangle ABC$ ，下面甲、乙、丙、丁四个三角形中，与  $\triangle ABC$  全等的是（ ）



- A. 甲                  B. 乙                  C. 丙                  D. 丁
5. 已知  $a^m = 2$ ， $a^n = 3$ ，则  $a^{m+2n}$  的值是（ ）  
 A. 6                  B. 18                  C. 36                  D. 72
6. 已知线段  $CD$  是由线段  $AB$  平移得到的，点  $A(-1, 4)$  的对应点为  $C(4, 7)$ ，则点  $B(-4, -1)$  的对应点  $D$  的坐标为（ ）  
 A.  $(1, 2)$                   B.  $(2, 9)$                   C.  $(5, 3)$                   D.  $(-9, -4)$
7. 若一个多边形的内角和为  $1080^\circ$ ，则这个多边形的边数为（ ）  
 A. 6                  B. 7                  C. 8                  D. 9
8.  $(a+b)^n$  ( $n$  为非负整数) 当  $n=0, 1, 2, 3, \dots$  时的展开情况如下所示：

$$(a+b)^0 = 1$$



$$(a+b)^1 = a+b$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

...

观察上面式子的等号右边各项的系数，我们得到了下面的表：

		1			
	1	1			
	1	2	1		
	1	3	3	1	
	1	4	6	4	1
1	5	10	10	5	1
		.....			

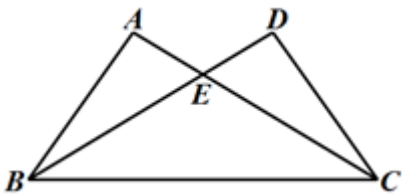
这就是南宋数学家杨辉在其著作《详解九章算法》中列出的一个神奇的“图”，他揭示了 $(a+b)^n$ 展开后各项系数的情况，被后人称为“杨辉三角”。根据这个表，你认为 $(a+b)^9$ 展开式中所有项系数的和应该是（ ）

- A. 128                      B. 256                      C. 512                      D. 1024

### 二、填空题（每小题 2 分，共 16 分）

9. 已知点  $P$  的坐标是  $(-2,3)$ ，则点  $P$  到  $x$  轴的距离是\_\_\_\_\_.

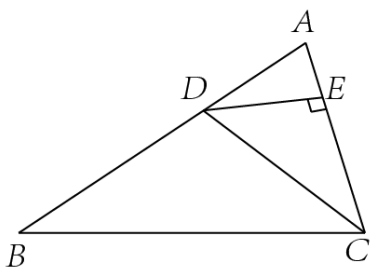
10. 如图， $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，若  $AC=7$ ， $BE=5$ ，则  $DE$  的长为\_\_\_\_\_.



11. 若  $(x+y^2)(x-y^2)(x^2+y^4) = x^m - y^n$ ，则  $m =$  \_\_\_\_\_， $n =$  \_\_\_\_\_.

12. 若  $x^2 + mx + 16$  是完全平方式，则  $m$  值是\_\_\_\_\_.

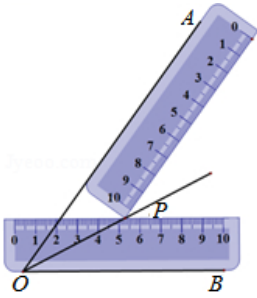
13. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $CD$  是它的角平分线， $DE \perp AC$  于点  $E$ 。若  $BC=6\text{cm}$ ， $DE=2\text{cm}$ ，则  $\triangle BCD$  的面积为\_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$





14. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=5, AC=3, AD$  是  $BC$  边上的中线, 则  $AD$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

15. 小明同学在学习了全等三角形的相关知识后发现, 只用两把完全相同的长方形直尺就可以作出一个角的平分线. 如图: 一把直尺压住射线  $OB$ , 另一把直尺压住射线  $OA$  并且与第一把直尺交于点  $P$ , 小明说: “射线  $OP$  就是  $\angle BOA$  的角平分线.” 小明的做法, 其理论依据是\_\_



北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

16. 如图 1,  $\triangle ABC$  中,  $AD$  是  $\angle BAC$  的平分线, 若  $AB=AC+CD$ , 那么  $\angle ACB$  与  $\angle ABC$  有怎样的数量关系? 小明通过观察分析, 形成了如下解题思路:

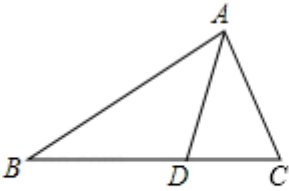


图1

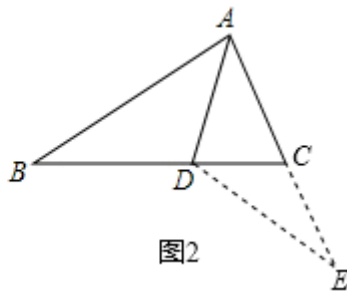


图2

如图 2, 延长  $AC$  到  $E$ , 使  $CE=CD$ , 连接  $DE$ . 由  $AB=AC+CD$ , 可得  $AE=AB$ . 又因为  $AD$  是  $\angle BAC$  的平分线, 可得  $\triangle ABD \cong \triangle AED$ , 进一步分析就可以得到  $\angle ACB$  与  $\angle ABC$  的数量关系.

(1) 判定  $\triangle ABD$  与  $\triangle AED$  全等的依据是\_\_\_\_\_;

(2)  $\angle ACB$  与  $\angle ABC$  的数量关系为: \_\_\_\_\_.

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17 题 6 分, 第 18 题-20 题每题 5 分, 第 21 题 6 分, 第 22-24 题, 每题 5 分, 第 25-26 题 6 分, 第 27-28 题, 每题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

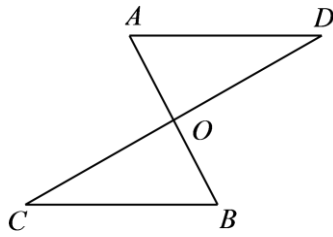
17. 计算:

(1)  $(12a^3 - 6a^2 + 3a) \div 3a$ ;

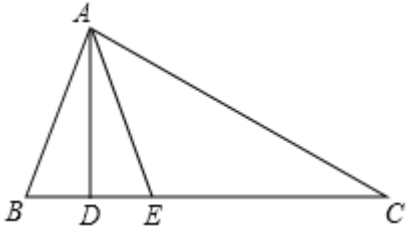
(2)  $(x+2y)^2 - 2x(3x+2y) + (x+y)(x-y)$ .

18. 已知  $(a+b)^2=10, (a-b)^2=2$ , 求  $a^2+b^2, ab$  值.

19. 如图,  $AB, CD$  交于点  $O, AD \parallel BC$ . 请你添加一个条件\_\_\_\_\_, 使得  $\triangle AOD \cong \triangle BOC$ , 并加以证明.



20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 于 $D$ ， $AE$ 平分 $\angle BAC$ 。若 $\angle B=70^\circ$ ， $\angle C=40^\circ$ ，求 $\angle DAE$ 的度数。

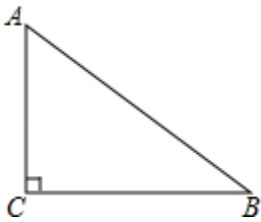


21. 已知点 $P(2a-7, 3-a)$ 。

- (1) 若点 $P$ 在第三象限，求 $a$ 的取值范围；
- (2) 点 $P$ 到 $y$ 轴的距离为11，求点 $P$ 的坐标。

22. 已知 $a, b, c$ 是 $\triangle ABC$ 三边，且满足关系式 $a^2+c^2=2ab+2bc-2b^2$ ，试判断 $\triangle ABC$ 的形状。

23. 如图在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，请利用尺规作图法在线段 $BC$ 上作一点 $D$ ，使点 $D$ 到边 $AB$ 的距离等于 $CD$ 。（不写作法，保留作图痕迹）



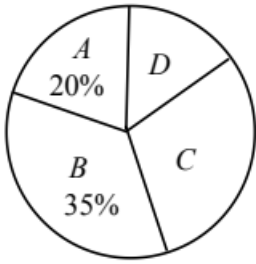
24. 某校为了解落实“双减”政策后学生每天完成书面作业的时间 $t$ （单位：分钟）的情况，在全校随机抽取部分小学生进行调查，按四个组别进行整理，绘制成如下两幅不完整的统计图表，请根据图表信息解答下列问题：

抽取的学生作业时间统计表

组别	调查结果	人数（人）
A	$30 \leq t < 60$	120
B	$60 \leq t < 90$	$a$
C	$90 \leq t < 120$	180
D	$t \geq 120$	90



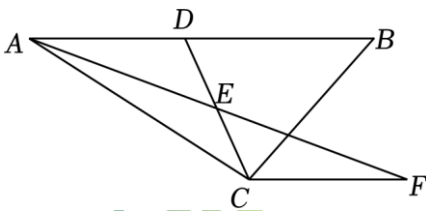
抽取的学生作业时间统计图



- A.  $30 \leq t < 60$
- B.  $60 \leq t < 90$
- C.  $90 \leq t < 120$
- D.  $t \geq 120$

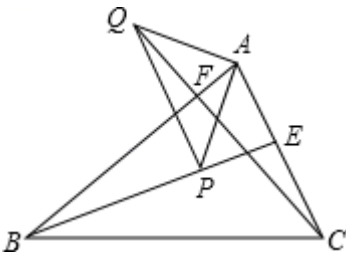
- (1) 这次调查抽取学生的总人数是\_\_\_\_\_，B组的学生人数  $a =$ \_\_\_\_\_；
- (2) 该校共有学生 1500 人，请估算该校每日书面作业时间不少于 90 分钟的学生人数；
- (3) 请结合数据对该校“双减”工作提出一条合理性建议。

25. 如图， $\triangle ACB$  中，点  $D$  是  $AB$  边上一点，点  $E$  是  $CD$  的中点，过点  $C$  作  $CF \parallel AB$  交  $AE$  的延长线于点  $F$ .



- (1) 求证:  $\triangle ADE \cong \triangle FCE$ ;
- (2) 若  $CD = CF$ ,  $\angle DCF = 120^\circ$ , 求  $\angle ACD$  的度数.

26. 如图，已知  $BE$ 、 $CF$  是  $\triangle ABC$  的边  $AC$ 、 $AB$  上的高， $P$  是  $BE$  上的一点，且  $BP = AC$ ， $Q$  是  $CF$  的延长线上的一点，且  $CQ = AB$ ，求证:  $AQ = AP$  且  $AQ \perp AP$ .



27. 如图 1，在平面直角坐标系中， $A(a,0)$ ， $B(b,0)$ ， $C(-1,2)$ ，且  $|a+2|+(b-3)^2=0$ .

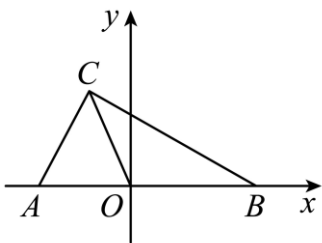


图1

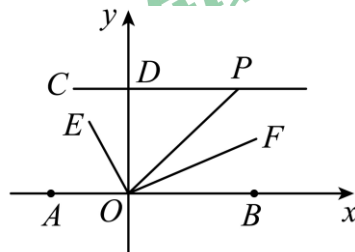


图2

- (1) 求  $a$ ， $b$  的值；
- (2) 在  $y$  轴的上存在一点  $M$ ，使  $S_{\triangle COM} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$ ，求点  $M$  的坐标；



(3) 如图2, 过点  $C$  作  $CD \perp y$  轴交  $y$  轴于点  $D$ , 点  $P$  为线段  $CD$  延长线上一动点, 连接  $OP$ ,  $OE$  平分  $\angle AOP$ ,  $OF \perp OE$ . 当点  $P$  运动时  $\frac{\angle OPD}{\angle DOE}$  的值是否会改变? 若不变, 求其值; 若改变, 说明理由.

28. 对于代数式, 不同的表达形式能表现出它的不同性质. 例如代数式  $A = x^2 - 4x + 5$ , 若将其写成  $A = (x - 2)^2 + 1$  的形式, 就能看出不论字母  $x$  取何值, 它都表示正数; 若将它写成  $A = (x - 1)^2 - 2(x - 1) + 2$  的形式, 就能与代数式  $B = x^2 - 2x + 2$  建立联系. 下面我们改变  $x$  的值, 研究一下  $A$ ,  $B$  两个代数式取值的规律:

$x$	- 2	- 1	0	1	2	3
$B = x^2 - 2x + 2$	10	5	2	1	2	5
$A = (x - 1)^2 - 2(x - 1) + 2$	17	$p$	5	2	1	2

(1) 表中  $p$  的值是\_\_\_\_\_.

(2) 观察表格可以发现:

若  $x = m$  时,  $B = x^2 - 2x + 2 = n$ , 则  $x = m + 1$  时,  $A = x^2 - 4x + 5 = n$ . 我们把这种现象称 代数式  $A$  参照代数式  $B$  取值延后, 此时延后值为 1.

①若代数式  $D$  参照代数式  $B$  取值延后, 相应的延后值为 2, 求代数式  $D$ ;

②已知代数式  $3x^2 - 10x + b$  参照代数式  $3x^2 - 4x + c$  取值延后, 请直接写出  $b - c$  的值.





# 参考答案

## 一、选择题（每题只有一个选项符合题意，每小题 2 分，共 16 分）

1. 【答案】A

【解析】

【分析】根据三角形的内角和可求解  $\triangle ABC$  的一内角为  $90^\circ$ ，进而可判断三角形的形状.

【详解】解：设这个三角形为  $\triangle ABC$ ，且  $\angle A = \angle B - \angle C$ ，

则  $\angle A + \angle C = \angle B$ ，

$\therefore \angle A + \angle C + \angle B = 180^\circ$ ，

$\therefore 2\angle B = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle B = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABC$  为直角三角形，

故选：A.

【点睛】本题考查了三角形内角和定理 应用，能求出三角形最大角的度数是解此题的关键.

2. 【答案】B

【解析】

【分析】根据合并同类项法则、同底数幂乘法、整式除法、积的乘方法则分别进行计算，然后选择正确选项.

【详解】A. 不是同类项项，不能合并，故本选项错误；

B.  $a \cdot a^2 = a^3$ ，计算正确，故本选项正确；

C.  $3a^6 \div a^3 = 3a^3$ ，计算错误，故本选项错误；

D.  $(ab)^3 = a^3b^3$ ，计算错误，故本选项错误.

故选 B.

【点睛】本题考查了合并同类项法则、同底数幂乘法、整式除法、积的乘方等运算，掌握运算法则是解答本题的关键.

3. 【答案】B

【解析】

【分析】乘车的同学占全班的比例为  $8 \div 48$ ，计算即得答案.

【详解】解：由图中得乘车上学的人数是 8 人，全班人数为  $24+8+16=48$ （人），

$\therefore$  乘车上学的同学人数占全班人数的  $8 \div 48 = \frac{1}{6}$ ，

故选：B.

【点睛】本题考查了条形统计图，熟练掌握观察条形统计图的方法来解答.

4. 【答案】B

【解析】

【分析】根据三角形全等 判定逐个判定即可得到答案.



【详解】解：由题意可得，

B 选项符合边角边判定，

故选 B.

【点睛】本题考查三角形全等的判定，解题的关键是熟练掌握三角形全等的几个判定.

5. 【答案】B

【解析】

【分析】根据同底数幂的乘法的逆运算和幂的乘方得出  $a^{m+2n} = a^m \cdot a^{2n} = a^m \cdot (a^n)^2$ ，再代入数据即可得出答案.

【详解】解：当  $a^m = 2$ ， $a^n = 3$  时，

$$a^{m+2n} = a^m \cdot a^{2n} = a^m \cdot (a^n)^2 = 2 \times 9 = 18,$$

故选：B.

【点睛】本题考查同底数幂的乘法的逆运算和幂的乘方，正确变形、计算是解题的关键.

6. 【答案】A

【解析】

【详解】解：∵ 线段  $CD$  是由线段  $AB$  平移得到的，  
而点  $A(-1, 4)$  的对应点为  $C(4, 7)$ ，

∴ 由  $A$  平移到  $C$  点的横坐标增加 5，纵坐标增加 3，

则点  $B(-4, -1)$  的对应点  $D$  的坐标为  $(1, 2)$ .

故选：A

7. 【答案】C

【解析】

【详解】解：设这个多边形 边数为  $n$ ，由  $n$  边形的内角和等于  $180^\circ (n - 2)$ ，  
可得方程  $180 (n - 2) = 1080$ ，

解得： $n=8$ .

故选 C.

【点睛】本题考查了多边形的内角和公式，解题的关键是根据题意列出一元一次方程.

8. 【答案】C

【解析】

【分析】由“杨辉三角”得到： $(a+b)^n$  ( $n$  为非负整数) 展开式的项系数和为  $2^n$ .

【详解】解：当  $n=0$  时，展开式中所有项的系数和为  $1=2^0$ ，

当  $n=1$  时，展开式中所有项的系数和为  $2=2^1$ ，

当  $n=2$  时，展开式中所有项的系数和为  $4=2^2$ ，

...

当  $n=9$  时，展开式的项系数和为  $2^9=512$ ，





故选：C.

【点睛】本题考查了“杨辉三角”展开式中所有项的系数和的求法，通过观察展开式中所有项的系数和，得到规律即可求解.

## 二、填空题（每小题 2 分，共 16 分）

9. 【答案】3

【解析】

【分析】根据点到  $x$  轴的距离等于纵坐标的绝对值，即可求解.

【详解】解：因为点  $P$  的坐标是  $(-2, 3)$ ,

所以点  $P$  到  $x$  轴的距离是 3,

故答案为：3.

【点睛】本题主要考查了点到坐标轴的距离，熟练掌握点到  $x$  轴的距离等于纵坐标的绝对值，到  $y$  轴的距离等于横坐标的绝对值是解题的关键.

10. 【答案】2

【解析】

【详解】试题解析： $\because \triangle ABC \cong \triangle DCB$ ,

$$\therefore BD = AC = 7,$$

$$\therefore BE = 5,$$

$$\therefore DE = BD - BE = 2$$

11. 【答案】 ①. 4    ②. 8

【解析】

【分析】原式根据平方差公式计算得到  $x^m - y^n = x^4 - y^8$ ，即可求得  $m, n$  的值.

【详解】解： $\because (x + y^2)(x - y^2)(x^2 + y^4)$

$$\therefore \text{原式} = (x^2 - y^4)(x^2 + y^4)$$

$$= x^4 - y^8,$$

$$\therefore x^m - y^n = x^4 - y^8,$$

$$\therefore m = 4, n = 8,$$

故答案为：4, 8.

【点睛】本题考查了平方差公式，掌握平方差公式的结构特征  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$  是解题的关键.

12. 【答案】 $\pm 8$

【解析】

【分析】根据完全平方公式，即可求解.

【详解】解： $\because x^2 \pm 8x + 16 = (x \pm 4)^2$ ， $x^2 + mx + 16$  是完全平方式，



$\therefore m = \pm 8$ .

故答案为：±8

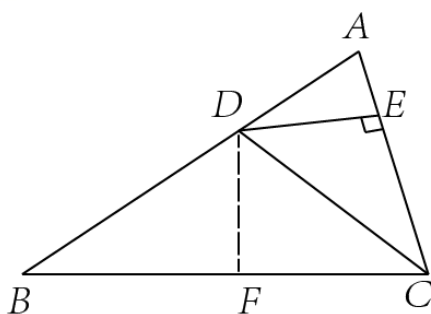
【点睛】本题主要考查了完全平方公式，熟练掌握完全平方公式  $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$  是解题的关键.

13. 【答案】6

【解析】

【分析】根据角平分线的性质计算即可；

【详解】作  $DF \perp BC$ ，



$\because CD$  是角平分线， $DE \perp AC$ ，

$\therefore DE = DF = 2\text{cm}$ ，

又  $\because BC = 6\text{cm}$ ，

$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times 2 \times 6 = 6\text{cm}^2$ ；

故答案是 6.

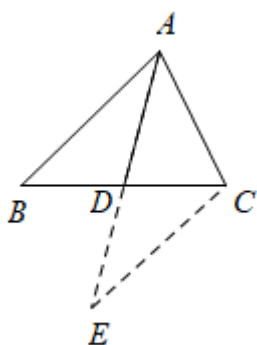
【点睛】本题主要考查了角平分线的性质，准确计算是解题的关键.

14. 【答案】 $1 < AD < 4$

【解析】

【分析】延长  $AD$  到  $E$ ，使  $DE = AD$ ，可证得  $\triangle ABD \cong \triangle ECD$ ，可得  $CE = AB$ ，再根据三角形的三边关系，即可求解.

【详解】解：如图，延长  $AD$  到  $E$ ，使  $DE = AD$ ，



$\because AD$  是  $BC$  边上的中线，

$\therefore BD = CD$ ，



在  $\triangle ABD$  和  $\triangle ECD$  中,

$$\begin{cases} BD = CD \\ \angle ADB = \angle ED, \\ DE = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ECD$  (SAS),

$\therefore CE = AB$ ,

$\because AB = 5, AC = 3$ ,

$\therefore 5 - 3 < AE < 5 + 3$ ,

即  $2 < AE < 8$ ,

$\therefore 1 < AD < 4$ .

故答案为:  $1 < AD < 4$ .

**【点睛】** 本题主要考查了全等三角形的判定和性质, 三角形的三边关系, 根据题意得到  $\triangle ABD \cong \triangle ECD$  是解题的关键.

15. **【答案】** 在角的内部, 到角两边距离相等的点在角的平分线上

**【解析】**

**【分析】** 根据角平分线的性质即可证明.

**【详解】** 因为直尺的宽度一样, 故点 P 到 AO 与 BO 的距离相等, 故可知 PO 为角平分线.

**【点睛】** 此题主要考查角平分线的性质, 解题的关键是熟知角平分线的性质.

16. **【答案】** ①. SAS ②.  $\angle ACB = 2\angle ABC$

**【解析】**

**【分析】** (1) 根据已知条件即可得到结论;

(2) 根据全等三角形的性质和等腰三角形的性质即可得到结论.

**【详解】** 解: (1)  $\because AE = AB, \angle BAD = \angle CAD, AD = AD$ ,

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle AED$  (SAS),

故答案为: SAS;

(2)  $\angle ACB = 2\angle ABC$

理由如下:

$\because \triangle ABD \cong \triangle AED$ ,

$\therefore \angle B = \angle E$ ,

$\because CD = CE$ ,

$\therefore \angle CDE = \angle E$ ,

$\therefore \angle ACB = 2\angle E$ ,

$\therefore \angle ACB = 2\angle ABC$ .

**【点睛】** 本题考查了等腰三角形的性质, 全等三角形的判定和性质, 熟练掌握等腰三角形的性质是解题的关键.



三、解答题（本题共 68 分，第 17 题 6 分，第 18 题-20 题每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22-24 题，每题 5 分，第 25-26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 【答案】(1)  $4a^2 - 2a + 1$

(2)  $-4x^2 + 3y^2$

【解析】

【分析】(1) 先去括号，再根据整式的除法进行计算即可；

(2) 先根据完全平方公式和平方差公式去括号，再合并同类项即可求解.

【小问 1 详解】

$$\text{原式} = 12a^3 \div 3a - 6a^2 \div 3a + 3a \div 3a$$

$$= 4a^2 - 2a + 1;$$

【小问 2 详解】

$$\text{原式} = x^2 + 4y^2 + 4xy - 6x^2 - 4xy + x^2 - y^2$$

$$= -4x^2 + 3y^2.$$

【点睛】本题考查了完全平方公式、平方差公式和整式的除法法则，正确的计算是解决本题的关键.

18. 【答案】 $a^2 + b^2 = 6$ ;  $ab = 2$

【解析】

【分析】利用完全平方公式求解即可.

【详解】解:  $\because (a+b)^2 = 10, (a-b)^2 = 2,$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{1}{2}[(a+b)^2 + (a-b)^2] = \frac{1}{2} \times (10+2) = 6,$$

$$ab = \frac{1}{4} \times [(a+b)^2 - (a-b)^2] = \frac{1}{4} \times (10-2) = 2.$$

【点睛】本题考查了完全平方公式，熟练掌握完全平方公式  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$  是解答本题的关键.

19. 【答案】添加条件  $AO = BO$  ( $AD = BC$  或  $DO = CO$ ), 理由见解析

【解析】

【分析】根据全等三角形的判定方法即可判断.

【详解】添加条件  $AO = BO$  ( $AD = BC$  或  $DO = CO$ ).

证明:  $\because AD \parallel BC, \therefore \angle A = \angle B.$

$$\text{在 } \triangle AOD \text{ 和 } \triangle BOC \text{ 中, } \begin{cases} \angle A = \angle B, \\ AO = BO, \\ \angle AOD = \angle BOC. \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOD \cong \triangle BOC (ASA).$



添加 $OD=OC$ 或 $AD=BC$ 同法可证.

故答案为 $OA=OB$ 或 $OD=OC$ 或 $AD=BC$ .

**【点睛】**

本题考查全等三角形的判定和性质，平行线的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题.

20. **【答案】**  $15^\circ$

**【解析】**

**【分析】** 根据垂直定义由  $AD \perp BC$  得  $\angle ADC = 90^\circ$ ，再利用角平分线定义得  $\angle EAC = \frac{1}{2} \angle BAC$ ，然后根据三角形内角和定理得  $\angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C$ ， $\angle DAC = 90^\circ - \angle C$ ，则  $\angle DAE = \frac{1}{2} (\angle B - \angle C)$ ，故可求解.

**【详解】** 解：  $\because AD \perp BC$  于  $D$ ,

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$\because AE$  平分  $\angle BAC$ ,

$$\therefore \angle EAC = \frac{1}{2} \angle BAC,$$

而  $\angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C$ ,

$$\therefore \angle EAC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle B - \frac{1}{2} \angle C,$$

$\because \angle DAC = 90^\circ - \angle C$ ,

$$\therefore \angle DAE = \angle DAC - \angle EAC = 90^\circ - \angle C - (90^\circ - \frac{1}{2} \angle B - \frac{1}{2} \angle C)$$

$$= \frac{1}{2} (\angle B - \angle C) = \frac{1}{2} (70^\circ - 40^\circ) = 15^\circ.$$

**【点睛】** 本题考查了三角形内角和定理与角平分线的性质，解题的关键是熟知三角形内角和是  $180^\circ$  .

21. **【答案】** (1)  $3 < a < \frac{7}{2}$

(2) 点  $P$  的坐标为  $(11, -6)$  或  $(-11, 5)$

**【解析】**

**【分析】** (1) 根据点的坐标若在第三象限可知  $\begin{cases} 2a-7 < 0 \\ 3-a < 0 \end{cases}$ ，进而问题可求解；

(2) 根据点  $P$  到  $y$  轴的距离为 11 可知  $|2a-7|=11$ ，进而问题可求解.

**【小问 1 详解】**

解：由题意得：

$$\begin{cases} 2a-7 < 0 \\ 3-a < 0 \end{cases}$$

解得：  $3 < a < \frac{7}{2}$ ；

**【小问 2 详解】**



解：由题意得： $|2a-7|=11$ ，

解得： $a=9$  或  $a=-2$ ，

$\therefore$  当  $a=9$  时，则  $3-a=-6$ ；

当  $a=-2$  时，则  $3-a=5$ ，

$\therefore$  点  $P$  的坐标为  $(11, -6)$  或  $(-11, 5)$ 。

【点睛】本题主要考查点的坐标所在的象限，熟练掌握点的坐标的几何意义是解题的关键。

22. 【答案】 $\triangle ABC$  是等边三角形。

【解析】

【详解】试题分析：先把原式化为完全平方的形式，再利用非负数的性质求解。

解： $\because a^2+c^2=2ab+2bc-2b^2$ ，

$\therefore a^2+c^2-2ab-2bc+2b^2=0$ ，

$a^2+b^2-2ab+c^2-2bc+b^2=0$ ，

即  $(a-b)^2+(b-c)^2=0$ ，

$\therefore a-b=0$  且  $b-c=0$ ，即  $a=b$  且  $b=c$ ，

$\therefore a=b=c$ 。

故  $\triangle ABC$  是等边三角形。

考点：因式分解的应用。

23. 【答案】见解析

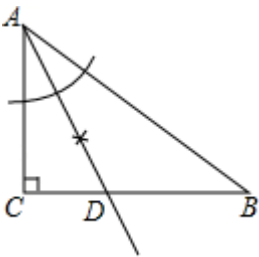
【解析】

【分析】根据题意可得，点  $D$  在  $\angle A$  的角平分线上，作出  $\angle A$  的角平分线即可。

【详解】解：如图，①以点  $A$  为圆心，任意长为半径画弧，交  $AC, AB$  于两点；

②分别以这两点为圆心，大于这两点间的距离为半径画弧，两弧相交于一点；

③连接点  $A$  和两弧交点，并延长，延长线与  $BC$  相交于点  $D$ ，点  $D$  即为所求。



【点睛】本题主要考查了作图——角平分线，解题的关键是熟练掌握作角平分线的方法，以及角平分线上的点到两边距离相等。

24. 【答案】(1) 600, 210

(2) 该校每日作业时长不少于 90 分钟的学生人数为 675 人

(3) 建议该学校作业布置要减少题量或降低难度。（答案不唯一）

【解析】





【分析】(1) 根据总人数=A组人数÷A组所占百分比，总人数×B组百分比，即可求出本题答案；(2)  $1500 \times$ 不低于90分钟学生的百分比，即可求出结果；(3) 合理即可。

【小问1详解】

这次调查抽取学生 总人数是 600，B组的学生人数  $a = 210$ ；

故答案为：600，210；

【小问2详解】

$1500 \times (1 - 55\%) = 675$  (人)，

答：该校每日作业时长不少于90分钟的学生人数为675人；

【小问3详解】

该校每日作业时长不少于90分钟的学生人数占比高达45%，建议该学校作业布置要减少题量或降低难度。(答案不唯一，理由合理即可，没有结合数据得1分)

【点睛】本题考查统计表和扇形统计图，考查数据处理和分析的能力，解题关键在从不同的图中读出相应的统计量。

25. 【答案】(1) 见解析 (2)  $\angle ACD = 30^\circ$

【解析】

【分析】(1) 根据点E是CD的中点，得出  $DE = CE$ ，再根据平行线的性质得出  $\angle ADE = \angle FCE$ ， $\angle DAE = \angle CFE$ ，即可解得。

(2) 根据平行线的性质得出  $\angle BDC = 60^\circ$ ，再根据  $\triangle ADE \cong \triangle FCE$  得出  $AD = CF$ ，再根据已知可得  $AD = CD$ ，即可求得。

【小问1详解】

证明： $\because$ 点E是CD的中点，

$\therefore DE = CE$ ，

$\because CF \parallel AB$ ，

$\therefore \angle ADE = \angle FCE$ ， $\angle DAE = \angle CFE$ ，

在  $\triangle ADE$  和  $\triangle FCE$  中，

$$\begin{cases} \angle ADE = \angle FCE \\ \angle DAE = \angle CFE, \\ DE = CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle FCE$  (AAS)；

【小问2详解】

解： $\because CF \parallel AB$ ， $\angle DCF = 120^\circ$ ，

$\therefore \angle BDC + \angle DCF = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle BDC = 60^\circ$ ，

由(1)可知， $\triangle ADE \cong \triangle FCE$ ，



$$\therefore AD = CF,$$

$$\because CD = CF,$$

$$\therefore AD = CD,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BDC = 30^\circ.$$

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质，平行线的性质，等腰三角形的性质以及三角形的外角性质等知识，熟练掌握平行线的性质，证明三角形全等是解题的关键。

26. 【答案】见解析

【解析】

【分析】先利用SAS定理证出 $\triangle APB \cong \triangle QAC$ ，再根据全等三角形的性质可得 $AP = AQ$ ， $\angle BAP = \angle CQA$ ，然后根据直角三角形的两个锐角互余、等量代换即可得。

【详解】证明： $\because BE$ 、 $CF$ 是 $\triangle ABC$ 的边 $AC$ 、 $AB$ 上的高，

$$\therefore CF \perp AB, BE \perp AC,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle AFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABP = 90^\circ - \angle BAC = \angle QCA.$$

在 $\triangle APB$ 和 $\triangle QAC$ 中，

$$\begin{cases} BP = CA \\ \angle ABP = \angle QCA, \\ AB = QC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle APB \cong \triangle QAC (SAS).$$

$$\therefore AP = AQ, \angle BAP = \angle CQA.$$

又 $\because CF \perp AB$ ,

$$\therefore \angle CQA + \angle QAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAP + \angle QAF = 90^\circ, \text{ 即 } \angle PAQ = 90^\circ,$$

$$\therefore AP \perp AQ.$$

【点睛】本题考查了三角形全等的判定与性质、直角三角形的两个锐角互余，正确找出两个全等三角形是解题关键。

27. 【答案】(1)  $a = -2$ ,  $b = 3$

(2)  $(0, 5)$  或  $(0, -5)$ ,

(3)  $\frac{\angle OPD}{\angle DOE}$  的值是定值,  $\frac{\angle OPD}{\angle DOE} = 2$ , 理由见解析

【解析】

【分析】(1) 根据绝对值和平方的非负性，即可进行解答；



(2) 先根据  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的坐标求出  $S_{\triangle ABC}$  的值，再根据  $y$  轴上点的坐标特征，设  $M(0, m)$ ，最后根据三角形的面积公式将  $S_{\triangle COM}$  表示出来即可；

(3) 根据  $OF \perp OE$ ，得出  $\angle AOE + \angle FOB = 90^\circ$ ， $\angle EOP + \angle POF = 90^\circ$ ，再根据  $OE$  平分  $\angle AOP$  得出  $\angle AOE = \angle EOP$ ，进而得出  $\angle DOE = \angle FOB$ ，最后根据平行线的性质得出  $\angle OPD = \angle POB = 2\angle FOB$  即可得出结论。

**【小问 1 详解】**

解：∵  $|a+2| + (b-3)^2 = 0$ ，

∴  $|a+2| = 0, (b-3)^2 = 0$ ，则  $a+2=0, b-3=0$ ，

∴  $a = -2, b = 3$ ；

**【小问 2 详解】**

由 (1) 可知  $A(-2, 0), B(3, 0)$ ，

∴  $AB = 3 - (-2) = 5$ ，

∴  $C(-1, 2)$ ，

∴ 点  $C$  到  $x$  轴距离为 2，

∴  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5$ ，

∴ 当  $M$  在  $y$  轴上时，

∴ 设  $M(0, m)$ ，

∴  $OM = |m|$ ，

∴  $S_{\triangle COM} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$ ，

∴  $\frac{1}{2} \cdot |m| \cdot 1 = \frac{1}{2} \times 5$ ，

∴  $m = \pm 5$ ，

∴  $M(0, 5)$  或  $(0, -5)$ ，

**【小问 3 详解】**

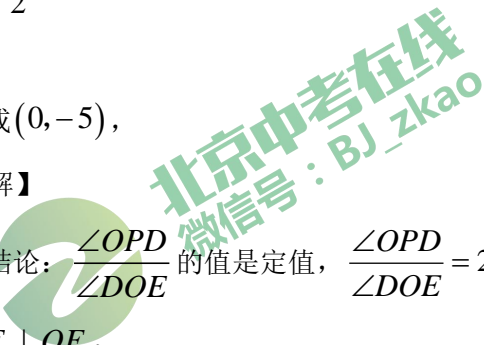
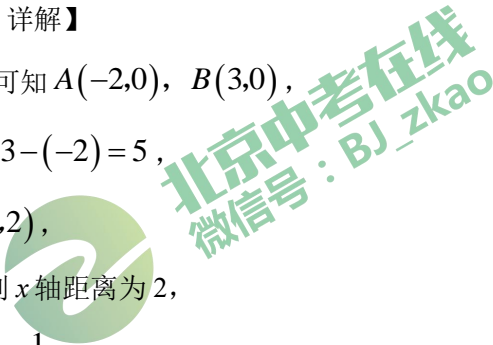
如图 2 中，结论： $\frac{\angle OPD}{\angle DOE}$  的值是定值， $\frac{\angle OPD}{\angle DOE} = 2$

理由：∵  $OE \perp OF$ ，

∴  $\angle EOF = 90^\circ$ ，

∴  $\angle EOP + \angle POF = 90^\circ$ ， $\angle AOE + \angle FOB = 90^\circ$ ，

∴  $OE$  平分  $\angle AOP$ ，





$$\begin{aligned} \therefore \angle AOE &= \angle EOP, \\ \therefore \angle FOB &= \angle POF, \\ \therefore \angle DOE + \angle AOE &= 90^\circ, \quad \angle AOE + \angle FOB = 90^\circ, \\ \therefore \angle DOE &= \angle FOB, \\ \therefore CP &\parallel AG, \\ \therefore \angle OPD &= \angle POB = 2\angle FOB, \\ \therefore \angle OPD &= 2\angle FOB, \\ \therefore \frac{\angle OPD}{\angle DOE} &= 2. \end{aligned}$$

【点睛】本题主要考查了非负数的性质，坐标与图形，平行线的性质，角平分线的定义，解题的关键是掌握相关知识点并灵活运用。

28. 【答案】(1) 10      (2) ①  $D = x^2 - 6x + 10$ ; ② 7

【解析】

【分析】(1) 将  $x = -1$  代入即可求得；

$$(2) \text{ ① } D = (x-2)^2 - 2(x-2) + 2 = x^2 - 6x + 10;$$

②由①可得  $a = 3$ ，设延后值为  $k$ ， $3m^2 - 4m + c = 3(m+k)^2 - 10(m+k) + b$ ，则可求  $b - c = 7$ 。

【小问1详解】

解：将  $x = -1$  代入  $A = (x-1)^2 - 2(x-1) + 2$  得， $A = 10$ ，

故答案为：10；

【小问2详解】

$\therefore$  代数式  $D$  参照代数式  $B$  取值延后，相应的延后值为 2，

$$-6m - 4 = -10, \quad m = 1, \quad b = 3m^2 + 4m + c \quad b - c = 7$$

$$\therefore D = (x-2)^2 - 2(x-2) + 2 = x^2 - 6x + 10;$$

② $\therefore$  代数式  $ax^2 - 10x + b$  参照代数式  $3x^2 - 4x + c$  取值延后，  
设延后值为  $k$ ，

$$\therefore x = m \text{ 时, } 3x^2 - 4x + c = 3m^2 - 4m + c,$$

$$x = m + k \text{ 时, } ax^2 - 10x + b = 3(m+k)^2 - 10(m+k) + b,$$

$$\therefore 3m^2 - 4m + c = 3(m+k)^2 - 10(m+k) + b,$$

$$\therefore 6k - 10 = -4,$$

$$\therefore k = 1,$$

$$\therefore c = 3k^2 - 10k + b,$$

$$\therefore b - c = 7,$$

故答案为 7。

【点睛】本题考查代数式求值和数字的变化规律；理解题意，能够准确地列出代数式，并进行求解即可。