



# 数学

2022.05

学校 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 准考证号 \_\_\_\_\_

考生须知

1. 本试卷共 8 页，共两部分，共 28 题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

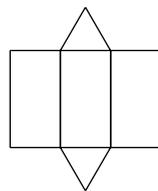
## 第一部分 选择题

### 一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 右图是某几何体的展开图，该几何体是

- (A) 圆柱 (B) 三棱柱  
(C) 圆锥 (D) 三棱锥

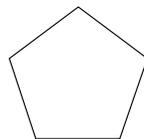


2. 为了保护和利用好京杭大运河，我国水利部门启动了京杭大运河 2022 年全线贯通补水行动，预计总补水量达 515 000 000 立方米，相当于 37 个西湖的水量。将 515 000 000 用科学记数法表示应为

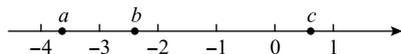
- (A)  $5.15 \times 10^8$  (B)  $5.15 \times 10^9$  (C)  $0.515 \times 10^9$  (D)  $51.5 \times 10^7$

3. 如图，正五边形的内角和为

- (A)  $180^\circ$  (B)  $360^\circ$   
(C)  $540^\circ$  (D)  $720^\circ$



4. 实数  $a, b, c$  在数轴上的对应点的位置如图所示，则下列结论正确的是



- (A)  $a > b$  (B)  $a + b > 0$  (C)  $bc > 0$  (D)  $a < -c$

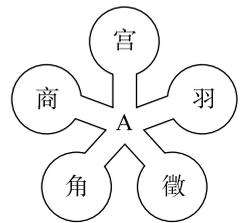
5. 已知  $m = 2$ ，则代数式  $(m - \frac{1}{m}) \cdot \frac{m}{m-1}$  的值为

- (A) 1 (B) -1 (C) 3 (D) -3



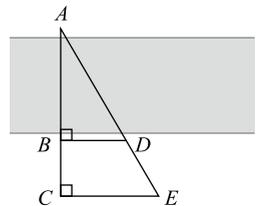


6. “宫商角徵羽”是中国古乐的五个基本音阶（相当于西乐的 1, 2, 3, 5, 6），是采用“三分损益法”通过数学方法获得. 现有一款“一起听古音”的音乐玩具，音乐小球从 A 处沿轨道进入小洞就可以发出相应的声音，且小球进入每个小洞的可能性大小相同. 现有一个音乐小球从 A 处先后两次进入小洞，先发出“商”音，再发出“羽”音的概率是



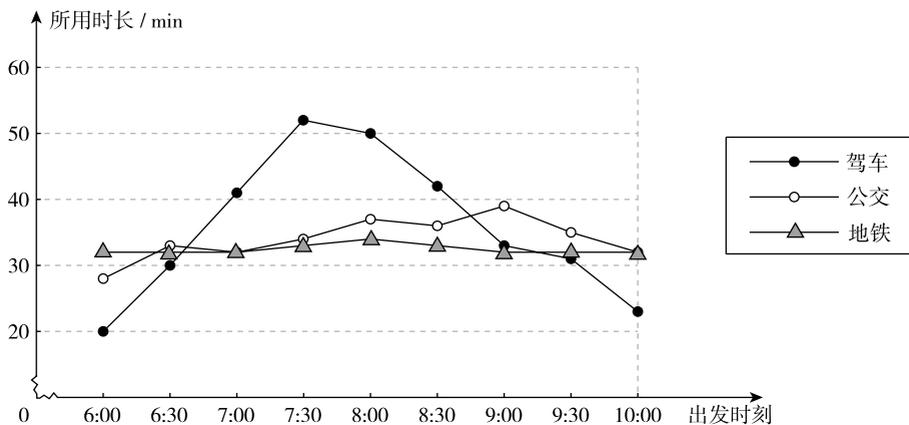
- (A)  $\frac{1}{25}$       (B)  $\frac{1}{10}$       (C)  $\frac{1}{5}$       (D)  $\frac{2}{5}$

7. 如图，为了估算河的宽度，在河对岸选定一个目标点 A，在近岸取点 B, C, D, E，使得 A, B 与 C 共线，A, D 与 E 共线，且直线 AC 与河岸垂直，直线 BD, CE 均与直线 AC 垂直. 经测量，得到 BC, CE, BD 的长度，设 AB 的长为 x，则下列等式成立的是



- (A)  $\frac{x}{x+BC} = \frac{BD}{CE}$       (B)  $\frac{x}{BC} = \frac{BD}{CE}$   
 (C)  $\frac{BC}{x+BC} = \frac{BD}{CE}$       (D)  $\frac{BC}{x} = \frac{BD}{CE}$

8. 从 A 地到 B 地有驾车、公交、地铁三种出行方式，为了选择适合的出行方式，对 6:00-10:00 时段这三种出行方式不同出发时刻所用时长（从 A 地到 B 地）进行调查、记录与整理，数据如图所示.



根据统计图提供的信息，下列推断合理的是

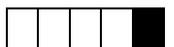
- (A) 若 8:00 出发，驾车是最快的出行方式  
 (B) 地铁出行所用时长受出发时刻影响较小  
 (C) 若选择公交出行且需要 30 分钟以内到达，则 7:30 之前出发均可  
 (D) 同一时刻出发，不同出行方式所用时长的差最长可达 30 分钟



## 第二部分 非选择题

### 二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 若  $\sqrt{x-3}$  在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是\_\_\_\_\_.

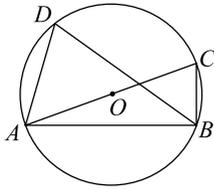




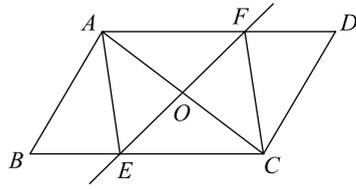
10. 方程组  $\begin{cases} x+y=4, \\ 2x-y=-1 \end{cases}$  的解为\_\_\_\_\_.

11. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A(3, y_1)$ ,  $B(5, y_2)$  在双曲线  $y = \frac{3}{x}$  上, 则  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$  (填 “>” 或 “<”).

12. 用一个  $a$  的值说明 “若  $a$  是实数, 则  $2a$  一定比  $a$  大” 是错误的, 这个值可以是\_\_\_\_\_.



第 13 题图

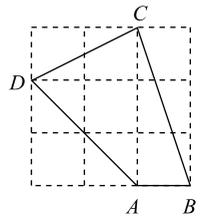


第 14 题图

13. 如图, 点  $A, B, C, D$  在  $\odot O$  上,  $AC$  是  $\odot O$  的直径. 若  $\angle BAC = 20^\circ$ , 则  $\angle D$  的度数为\_\_\_\_\_.

14. 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中, 过  $AC$  中点  $O$  的直线分别交边  $BC, AD$  于点  $E, F$ , 连接  $AE, CF$ . 只需添加一个条件即可证明四边形  $AECF$  是菱形, 这个条件可以是\_\_\_\_\_ (写出一个即可).

15. 如图所示的网格是正方形网格,  $A, B, C, D$  是网格线交点. 若  $AB=1$ , 则四边形  $ABCD$  的面积为\_\_\_\_\_.



第 15 题图

16. 有 A, B, C, D, E, F 六种类型的卡牌, 每位同学有三张不同类型的卡牌, 记作一个 “卡牌组合” (不考虑顺序). 将  $n$  位同学拥有的卡牌按类型分别统计, 得到下表:

卡牌类型	A	B	C	D	E	F
数量 (张)	4	10	3	10	1	2

根据以上信息, 可知:

①  $n =$  \_\_\_\_\_;

② 拥有 “卡牌组合” \_\_\_\_\_ 的人数最少 (横线上填出三张卡牌的类型).

三、解答题 (共 68 分, 第 17-18 题, 每题 5 分, 第 19-20 题, 每题 6 分, 第 21-23 题, 每题 5 分, 第 24 题 6 分, 第 25 题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27-28 题, 每题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算:  $\sqrt{12} - 2 \sin 60^\circ + (\frac{1}{2})^{-1} + |-2|$ .

18. 解不等式组:  $\begin{cases} 5x-2 > 2x+4, \\ \frac{x-1}{2} > \frac{x}{3}. \end{cases}$



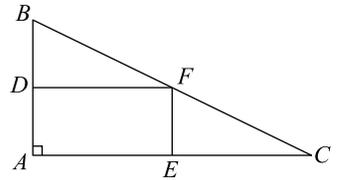


19. 关于  $x$  的方程  $x^2 - (2m+1)x + m^2 = 0$  有两个不相等的实数根.

- (1) 求  $m$  的取值范围;  
 (2) 当  $m$  取最小的整数时, 求此时的方程的根.

20. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle A = 90^\circ$ , 点  $D, E, F$  分别为  $AB, AC, BC$  的中点, 连接  $DF, EF$ .

- (1) 求证: 四边形  $AEDF$  是矩形;  
 (2) 连接  $BE$ , 若  $AB = 2, \tan C = \frac{1}{2}$ , 求  $BE$  的长.



21. 已知: 如图 1, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC, D$  为边  $AC$  上一点.

求作: 点  $P$ , 使得点  $P$  在射线  $BD$  上, 且  $\angle APB = \angle ACB$ .

作法: 如图 2,

- ①以点  $A$  为圆心,  $AB$  长为半径画弧, 交  $BD$  的延长线于点  $E$ , 连接  $AE$ ;  
 ②\_\_\_\_\_.

点  $P$  就是所求作的点.

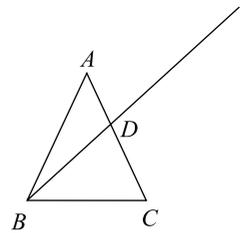


图 1

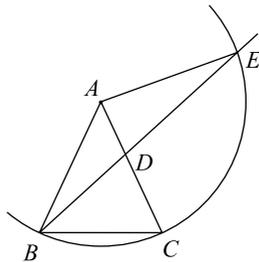


图 2

- (1) 补全作法, 步骤②可为\_\_\_\_\_ (填“a”或“b”);  
 a: 作  $\angle BAE$  的平分线, 交射线  $BD$  于点  $P$   
 b: 作  $\angle CAE$  的平分线, 交射线  $BD$  于点  $P$   
 (2) 根据 (1) 中的选择, 在图 2 中使用直尺和圆规, 依作法补全图形 (保留作图痕迹);  
 (3) 由①可知点  $B, C, E$  在以点  $A$  为圆心,  $AB$  长为半径的圆上, 所以  $\angle CBE = \frac{1}{2} \angle CAE$ .  
 其依据是\_\_\_\_\_.

由②可得  $\angle PAD = \frac{1}{2} \angle$ \_\_\_\_\_, 所以  $\angle PAD = \angle CBE$ .  
 又因为  $\angle ADP = \angle BDC$ , 可证  $\angle APB = \angle ACB$ .





22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 一次函数  $y=k(x-1)+6$  ( $k > 0$ ) 的图象与反比例函数  $y=\frac{m}{x}$  ( $m \neq 0$ ) 的图象的一个交点的横坐标为 1.

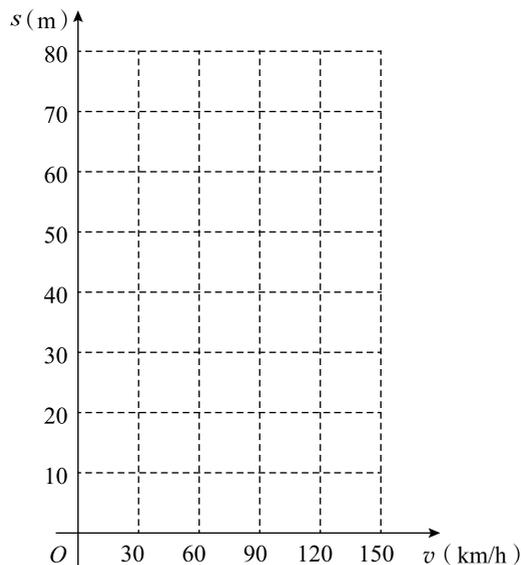
(1) 求这个反比例函数的解析式;

(2) 当  $x < -3$  时, 对于  $x$  的每一个值, 反比例函数  $y=\frac{m}{x}$  的值大于一次函数  $y=k(x-1)+6$  ( $k > 0$ ) 的值, 直接写出  $k$  的取值范围.

23. 由于惯性的作用, 行驶中的汽车在刹车后还要继续向前滑行一段距离才能停止, 这段距离称为“刹车距离”. 某公司设计了一款新型汽车, 现在对它的刹车性能 (车速不超过 150 km/h) 进行测试, 测得数据如下表:

车速 $v$ (km/h)	0	30	60	90	120	150
刹车距离 $s$ (m)	0	7.8	19.2	34.2	52.8	75

(1) 以车速  $v$  为横坐标, 刹车距离  $s$  为纵坐标, 在坐标系中描出表中各组数值所对应的点, 并用平滑曲线连接这些点;



(2) 由图表中的信息可知:

①该型汽车车速越大, 刹车距离越\_\_\_\_\_ (填“大”或“小”);

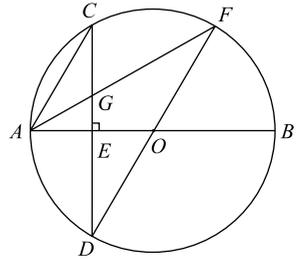
②若该型汽车某次测试的刹车距离为 40 m, 估计该车的速度约为\_\_\_\_\_ km/h;

(3) 若该路段实际行车的最高限速为 120 km/h, 要求该型汽车的安全车距要大于最高限速时刹车距离的 3 倍, 则安全车距应超过\_\_\_\_\_ m.





24. 如图,  $AB$  为  $\odot O$  的直径,  $CD$  为弦,  $CD \perp AB$  于点  $E$ , 连接  $DO$  并延长交  $\odot O$  于点  $F$ , 连接  $AF$  交  $CD$  于点  $G$ ,  $CG = AG$ , 连接  $AC$ .
- (1) 求证:  $AC \parallel DF$ ;
- (2) 若  $AB = 12$ , 求  $AC$  和  $GD$  的长.



25. 某校计划更换校服款式. 为调研学生对 A, B 两款校服的满意度, 随机抽取了 20 名同学试穿两款校服, 对舒适性、性价比和时尚性进行评分 (满分均为 20 分), 并按照 1:1:1 的比计算综合评分. 将数据 (评分) 进行整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

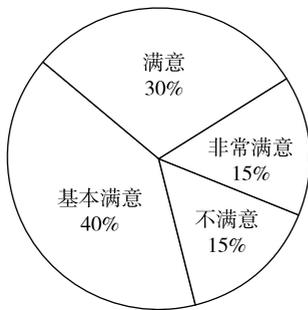
a. A, B 两款校服各项评分的平均数 (精确到 0.1) 如下:

款式	舒适性评分平均数	性价比评分平均数	时尚性评分平均数	综合评分平均数
A	19.5	19.6	10.2	
B	19.2	18.5	10.4	16.0

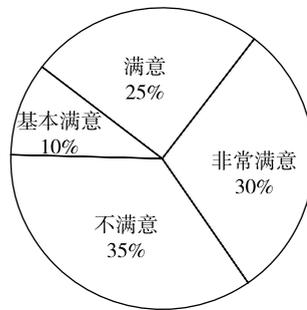
b. 不同评分对应的满意度如下表:

评分	$0 \leq x < 5$	$5 \leq x < 10$	$10 \leq x < 15$	$15 \leq x \leq 20$
满意度	不满意	基本满意	满意	非常满意

c. A, B 两款校服时尚性满意度人数分布统计图如下:



A 校服



B 校服



d. B 校服时尚性评分在  $10 \leq x < 15$  这一组的是:

10 11 12 12 14

根据以上信息, 回答下列问题:

- (1) 在此次调研中,
- ① A 校服综合评分平均数是否达到“非常满意”: \_\_\_\_\_ (填“是”或“否”);
- ② A 校服时尚性满意度达到“非常满意”的人数为 \_\_\_\_\_;
- (2) 在此次调研中, B 校服时尚性评分的中位数为 \_\_\_\_\_;
- (3) 在此次调研中, 记 A 校服时尚性评分高于其平均数的人数为  $m$ , B 校服时尚性评分高于其平均数的人数为  $n$ . 比较  $m, n$  的大小, 并说明理由.





26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $(m-2, y_1), (m, y_2), (2-m, y_3)$  在抛物线  $y=x^2-2ax+1$  上, 其中  $m \neq 1$  且  $m \neq 2$ .

(1) 直接写出该抛物线的对称轴的表达式 (用含  $a$  的式子表示);

(2) 当  $m=0$  时, 若  $y_1=y_3$ , 比较  $y_1$  与  $y_2$  的大小关系, 并说明理由;

(3) 若存在大于 1 的实数  $m$ , 使  $y_1 > y_2 > y_3$ , 求  $a$  的取值范围.



27. 已知  $AB=BC$ ,  $\angle ABC=90^\circ$ , 直线  $l$  是过点  $B$  的一条动直线 (不与直线  $AB, BC$  重合), 分别过点  $A, C$  作直线  $l$  的垂线, 垂足为  $D, E$ .

(1) 如图 1, 当  $45^\circ < \angle ABD < 90^\circ$  时,

① 求证:  $CE+DE=AD$ ;

② 连接  $AE$ , 过点  $D$  作  $DH \perp AE$  于  $H$ , 过点  $A$  作  $AF \parallel BC$  交  $DH$  的延长线于点  $F$ . 依题意补全图形, 用等式表示线段  $DF, BE, DE$  的数量关系, 并证明;

(2) 在直线  $l$  运动的过程中, 若  $DE$  的最大值为 3, 直接写出  $AB$  的长.

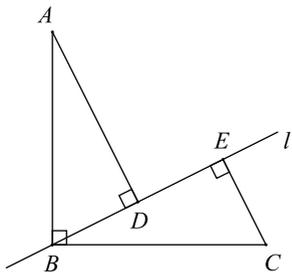
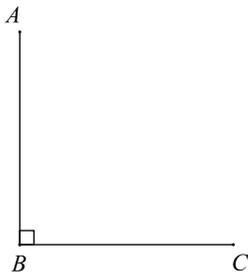


图1



备用图



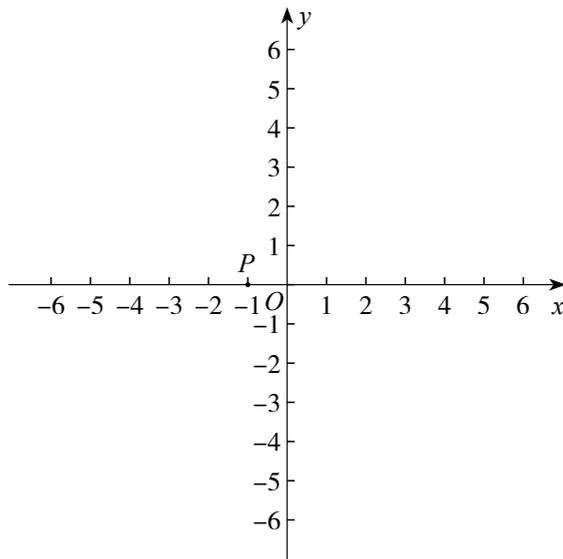


28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于线段  $MN$ , 直线  $l$  和图形  $W$  给出如下定义: 线段  $MN$  关于直线  $l$  的对称线段为  $M'N'$  ( $M'$ ,  $N'$  分别是  $M$ ,  $N$  的对应点). 若  $MN$  与  $M'N'$  均在图形  $W$  内部 (包括边界), 则称图形  $W$  为线段  $MN$  关于直线  $l$  的“对称封闭图形”.

(1) 如图, 点  $P(-1, 0)$ .

①已知图形  $W_1$ : 半径为 1 的  $\odot O$ ,  $W_2$ : 以线段  $PO$  为边的等边三角形,  $W_3$ : 以  $O$  为中心且边长为 2 的正方形, 在  $W_1, W_2, W_3$  中, 线段  $PO$  关于  $y$  轴的“对称封闭图形”是 \_\_\_\_\_ ;

②以  $O$  为中心的正方形  $ABCD$  的边长为 4, 各边与坐标轴平行. 若正方形  $ABCD$  是线段  $PO$  关于直线  $y=x+b$  的“对称封闭图形”, 求  $b$  的取值范围;



(2) 线段  $MN$  在由第四象限、原点、 $x$  轴正半轴以及  $y$  轴负半轴组成的区域内, 且  $MN$  的长度为 2. 若存在点  $Q(a-2\sqrt{2}, a+2\sqrt{2})$ , 使得对于任意过点  $Q$  的直线  $l$ , 有线段  $MN$ , 满足半径为  $r$  的  $\odot O$  是该线段关于  $l$  的“对称封闭图形”, 直接写出  $r$  的取值范围.

