

2019 北京市师达中学初三零模

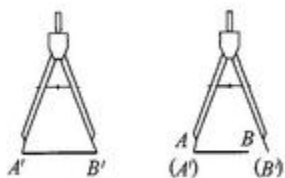
数 学



(分数: 100 时间: 120 分钟)

一、选择题 (每题 2 分, 共 16 分)

1. 如图, 用圆规比较两条线段 $A'B'$ 和 AB 的长短, 其中正确的是

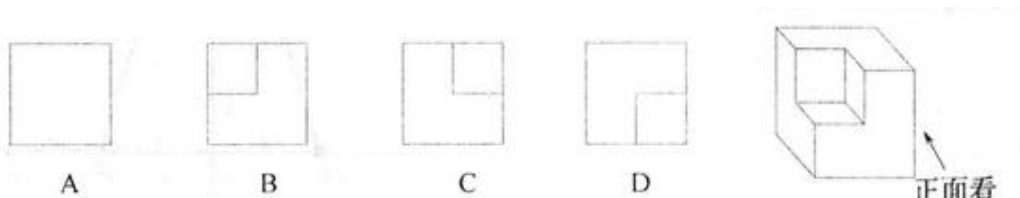


- A. $A'B' > AB$ B. $A'B' = AB$
 C. $A'B' < AB$ D. 不确定

2. 中国倡导的“一带一路”建设将促进我国与世界各国的互利合作, 根据规划, “一带一路”地区覆盖总人口约为 440 000 万人, 将 440 000 用科学计数法表示为

- A. 4.4×10^6 B. 4.4×10^5 C. 44×10^4 D. 0.44×10^6

3. 如图, 在正方体的一角截去一个小正方体, 所得立体图形的主视图是



4. 下列计算正确的是

- A. $2a - 3a = a$ B. $(a^3)^2 = a^6$
 C. $\sqrt{-2a} = \sqrt{-2} \times \sqrt{a}$ D. $a^6 \div a^3 = a^2$

5. 实数 a, b, c 在数轴上的对应点的位置如图所示, 若 $|a| > |b|$, 则下列结论中一定成立的是

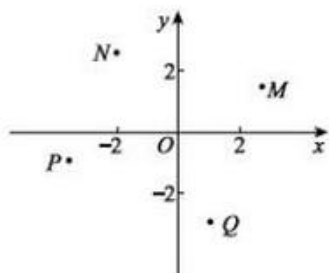


- A. $b + c > 0$ B. $a + c < -2$

- C. $\frac{b}{a} < 1$ D. $abc \geq 0$

6. 在平面直角坐标系中，点 M, N, P, Q 的位置如图所示，若直线 $y = kx$ 经过第一、三象限，则直线 $y = kx - 2$ 可能经过的点是

- A. 点 M B. 点 N
C. 点 P D. 点 Q



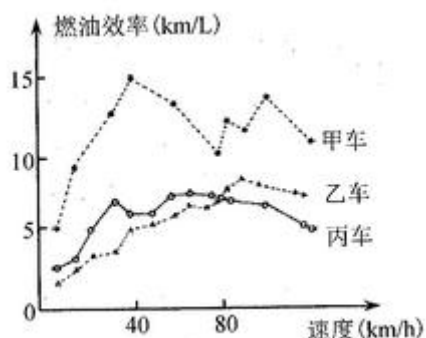
7. 一家游泳的游泳收费标准为 30 元/次，若购买会员年卡，可享受如下优惠：

会员年卡类型	办卡费用(元)	每次有课收费(元)
A类	50	25
B类	200	20
C类	400	15

例如，购买 A 类会员卡，一年内游泳 20 次，消费 $50 + 25 \times 20 = 550$ 元，若一年内在该游泳馆游泳的次数介于 45 55 次之间，则最省钱的方式为

- A. 购买 A 类会员年卡 B. 购买 B 类会员年卡
C. 购买 C 类会员年卡 D. 不购买会员年卡

8. 汽车的“燃油效率”是指汽车每消耗 1 升汽车行驶的里程数。“燃油效率”越高表示汽车每消耗 1 升汽车行驶的里程数越多；“燃油效率”越低表示汽车每消耗 1 升汽油行驶的里程数越少。下图描述了甲、乙、丙三辆汽车在不同速度下的燃油效率情况，下列说法中正确的是



- A. 以相同速度行驶相同路程，三辆车中，甲车消耗汽油最多

- B. 以低于 80km/h 的速度行驶时，行驶相同路程，三辆车中，乙车消耗汽油最少
- C. 以高于 80km/h 的速度行驶时，行驶相同路程，丙车比乙车省油
- D. 以 80km/h 的速度行驶时，行驶 100 公里，甲车消耗的汽油量约为 10 升

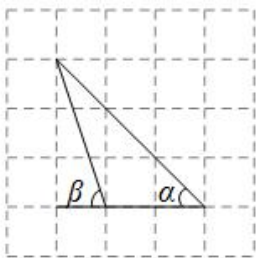


二、填空题（每题 2 分，共 16 分）

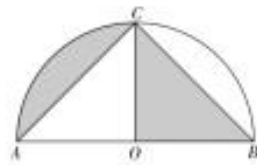
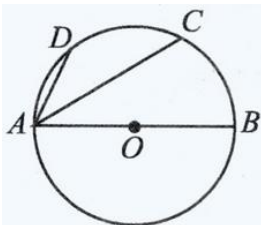
9. 如果分式 $\frac{2}{x-1}$ 有意义，那么 x 的取值范围是_____.

10. 如图所示的网格是正方形网格，则 $\tan \alpha$ _____ $\tan \beta$

(填 “>”， “=” 或 “<”)



11. 如图，AB 为 O 的直径，C、D 为 O 上的点， $AD = CD$ ，若 $\angle CAB = 40^\circ$ ，则 $\angle CAD =$ _____.



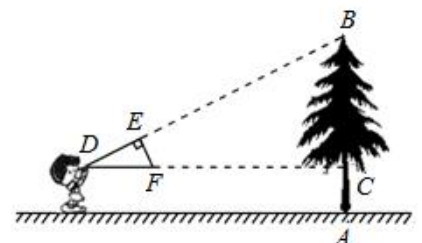
12. 如图，以点 O 为圆心，AB 为直径的半圆经过点 C，若 C 为弧 AB 的中点，若 $AB=2$ ，则图中阴影部分的面积是_____.

13. 某登山队从大本营出发，在向上攀登的过程中，测得所在位置的气温 $y^\circ\text{C}$ 向上攀登的高度 $x \text{ km}$ 的几组对应值如下表：

向上攀登的高度 x/km	0.5	1.0	1.5	2.0
气温 $y/^\circ\text{C}$	2.0	-0.9	-4.1	-7.0

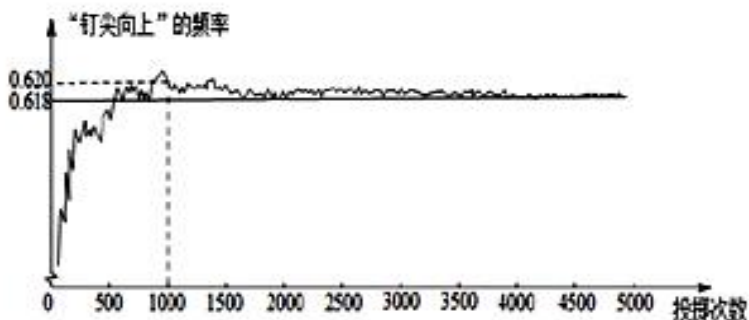
若每向上攀登 1 km ，所在位置的气温下降幅度基本一致，则向上攀登的海拔高度为 2.5 km 时，登山队所在位置的气温约为_____ $^\circ\text{C}$.

14. 如图，小明同学用自制的直角三角形纸板 DEF 测量 树的高度 AB，



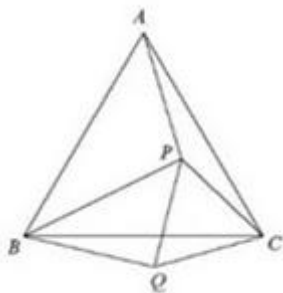
他调整自己的位置，设法使斜边 DF 保持水平，并且边 DE 与点 B 在同一直线上。已知纸板的两条直角边 $DE = 40\text{ cm}$ ， $EF = 20\text{ cm}$ ，测得边 DF 离地面的高度 $AC = 1.5\text{ m}$ ， $CD = 8\text{ m}$ ，则树高 $AB =$ _____ m 。

15. 下图显示了用计算机模拟随机投掷一枚图钉的某次实验的结果，“钉尖向上”的概率



由此估计“钉尖向上”的概率是_____。

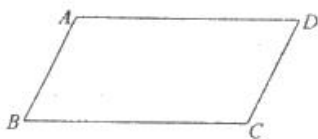
16. 如图，点 P 是等边三角形 ABC 内一点，将 CP 绕点 C 逆时针旋转得到 CQ ，连接 AP ， BP ， BQ ， PQ ，若 $\angle PBQ = 40^\circ$ ，下列结论：① $\triangle ACP \cong \triangle BCQ$ ，② $\angle APB = 100^\circ$ ，③ $\angle BPQ = 50^\circ$ ，其中一定成立的是_____（填序号）。



三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题每小题 5 分，第 23~26 题每小题 6 分，第 27~28 题每小题 7 分）

17. 在数学课上，老师提出如下问题：

已知：如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形
求作：菱形 $AECF$ ，使点 E ， F 分别在 BC ， AD 上



小凯的作法如下：

- (1) 连接 AC ；
- (2) 作 AC 的垂直平分线 EF 分别交 BC ， AD 于 E ， F
- (3) 连接 AE ， CF



根据小凯设计的尺规作图过程，完成下面的证明：

EF 为 AC 的垂直平分线

$$AF = CF, AE = CE$$

$\therefore \angle FAC = \angle FCA, \angle EAC = \angle ECA$ (_____) (填推理的依据)

在平行四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$

$$\therefore \angle FAC = \angle ECA$$

$$\therefore \angle FCA = \angle EAC$$

$$\therefore AE \parallel \underline{\hspace{2cm}}$$

又 $AF \parallel EC$

\therefore 四边形 $AECF$ 为平行四边形 (_____) (填推理的依据)

$$AF = CF$$

\therefore 平行四边形 $AECF$ 为菱形.

18. 计算： $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + 2\cos 45^\circ + |\sqrt{2}-1| - (3.14-\pi)^0$

19. 解不等式组 $\begin{cases} 3(x+2) \geq x+4 \\ \frac{x-1}{2} < 1 \end{cases}$ ，并求该不等式组的非负整数解.

20. 关于 x 的一元二次方程. $x^2 - (m+3)x + 3m = 0$

(1) 求证：方程总有实数根；

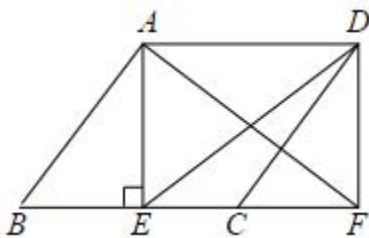


(2) 请给出一个的 m 值, 使方程的两个根中只有一个根小于 4, 并求出此时方程的根。

21. 如图, 在 $ABCD$ 平行四边形中, $AE \perp BC$ 于 E 点, 延长 BC 至点 F 使 $CF = BE$, 连接 AF, DE, DF .

(1) 求证: 四边形 $AEFD$ 是矩形

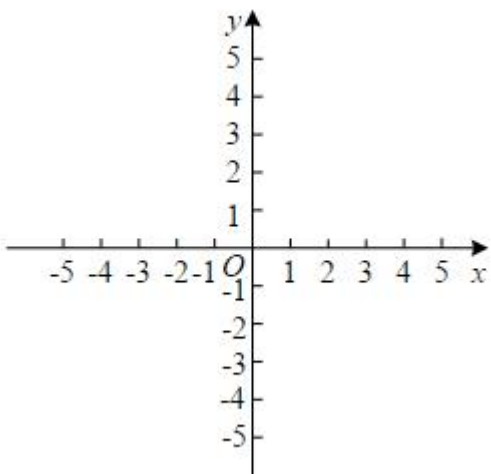
(2) 若 $AB = 6, DE = 8, BF = 10$, 求 AE 的长.



22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y=x-1$ 与 y 轴交于点 A , 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于点 $B(m, 2)$

(1) 求点 B 的坐标及 k 的值;

(2) 将直线 AB 平移, 使它与 x 轴交于点 C , 与 y 轴交于点 D , 若 $\triangle ABC$ 的面积为 6, 求直线 CD 的表达式

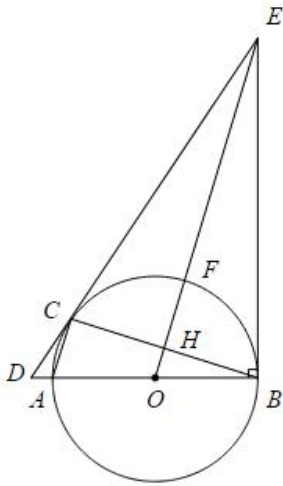


23. 如图, AB 是 O 的直径, C 是 O 上一点, 过点 C 作 O 的切线, 交 BA 的延长线交与点 D , 过点 B 作 $BE \perp BA$, 交 DC 延长线于点 E , 连接 OE , 交 O 于点 F , 交 BC 于点 H , 连接 AC .

(1) 求证: $\angle ECB = \angle EBC$;

(2) 连接 BF, CF , 若 $CF=6, \sin \angle FCB = \frac{3}{5}$, 求 AC 的长.





24. 阅读下列材料：

某种型号的温控水箱的工作过程是：接通电源后，在初始温度 20°C 下加热水箱中的水；当水温达到设定温度 80°C 时，加热停止；此后水箱中的水温开始逐渐下降，当下降到 20°C 时，再次自动加热水箱中的水至 80°C 时，加热停止；当水箱中的水温下降到时，再次自动加热，……，按照以上方式不断循环。

小明根据学习函数的经验，对该型号温控水箱中的水温随时间变化的规律进行了探究，发现水温 y 是时间 x 的函数，其中 y （单位： $^{\circ}\text{C}$ ）表示水箱中水的温度， x （单位： min ）表示接通电源后的时间。

下面是小明的探究过程，请补充完整：

(1) 下表记录了 32min 内 14 个时间点的温控水箱中水的温度 y 随时间 x 的变化情况。

接通电源后的时间 x (单位： min)	0	1	2	3	4	5	8	10	16	18	20	21	24	32	...
水箱中水的温度 y (单位： $^{\circ}\text{C}$)	20	35	50	65	80	64	40	32	20	m	80	64	40	20	...

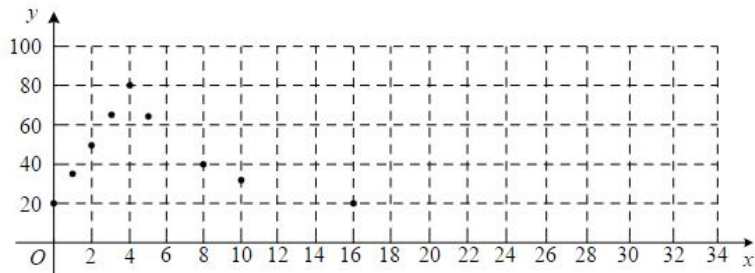
m 的值为_____；

(2) ①当 $0 \leq x \leq 4$ 时，写出一个符合表中数据的函数解析_____；

当 $4 \leq x \leq 16$ 时，写出一个符合表中数据的函数解析_____；

②如图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了上表中部分数据对应的点，根据描出的点，画出当 $0 \leq x \leq 32$ 时，温度 y 随时间 x 变化的函数图象；





(3) 如果水温 y 随时间 x 的变化规律不变, 预测水温第 8 次达到 40°C 时, 距离接通电源_____ min .

25. 为了解某区初二年级数学学科期末质量监控情况, 进行了抽样调查, 过程如下, 请将有关问题补充完整.

收集数据

随机抽取甲乙两所学校的 20 名学生的数学成绩进行分析:

甲	91	89	77	86	71	31	97	93	72	91
	81	92	85	85	95	88	88	90	44	91
乙	84	93	66	69	76	87	77	82	85	88
	90	88	67	88	91	96	68	97	59	88

整理、描述数据

按如下数据段整理、描述这两组数据

分段 学校	$30 \leq x < 39$	$40 \leq x < 49$	$50 \leq x < 59$	$60 \leq x < 69$	$70 \leq x < 79$	$80 \leq x < 89$	$90 \leq x \leq 100$
甲	1	1	0	0	3	7	8
乙							

分析数据

两组数据的平均数、中位数、众数、方差如下表:

统计量 学校	平均数	中位数	众数	方差
甲	81.85	88	91	268.43
乙	81.95	86	m	115.25

经统计, 表格中 m 的值是_____.



得出结论

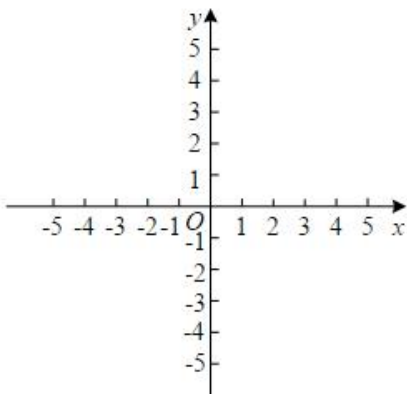
a 若甲学校有 400 名初二学生，估计这次考试成绩 80 分以上人数为_____.

b 可以推断出_____学校学生的数学水平较高，理由为_____。（至少从两个不同的角度说明推断的合理性）

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = mx^2 - 2mx + 2 (m \neq 0)$ 与 y 轴交于点 A ，其对称轴与 x 轴交于点 B .

(1) 求点 A, B 的坐标；

(2) 点 C, D 在 x 轴上(点 C 在点 D 的左侧)，且与点 B 的距离都为 2，若该抛物线与线段 CD 有两个公共点，结合函数的图象，求 m 的取值范围.



27. 已知正方形 $ABCD$ ，点 E, F 分别在射线 AB 、射线 BC 上， $AE = BF$ ， DE 与 AF 交于点 O .

(1) 如图 1，当点 E, F 分别在射线 AB, BC 上时，

则线段 DE 与 AF 的数量关系是_____，位置关系是_____.

(2) 如图 2，当点 E 在线段 AB 延长线上时，将线段 AE 沿 AF 进行平移至 FG ，连接 DG .

① 依题意将图 2 补全；

② 在点 E 运动的过程中， DG, AD, AE 之间始终保持一种等量关系，你能找到这个关系并证明吗？

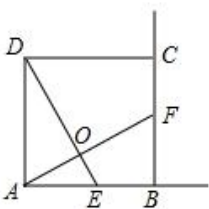


图1

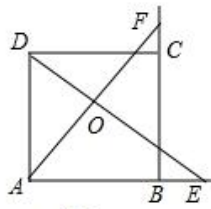


图2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，若 P, Q 为某个菱形相邻的两个顶点，且该菱形的两条对角线分别与 x 轴， y 轴平行，则称该菱形为点 P, Q 的“相关菱形”。图 1 为点 P, Q 的“相关菱形”的一个示意图。

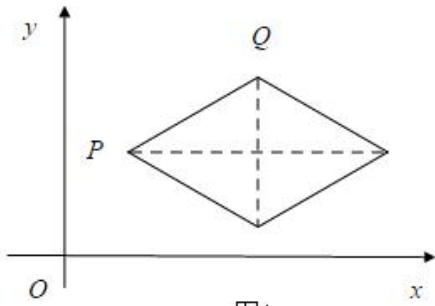


图1

已知点 A 的坐标为 $(1, 4)$ ，点的坐标为 $(b, 0)$ 。

(1) 若 $b=3$ ，则， $R(-1, 0)$ ， $S(5, 4)$ ， $T(6, 4)$ 中能成为点 A, B 的“相关菱形”顶点的是_____。

(2) 若点 A, B 的“相关菱形”为正方形，求 b 的值。

(3) B 的半径为 $\sqrt{2}$ ，点 C 的坐标为 $(2, 4)$ 。若 B 上存在点 M ，在线段 AC 上存在点 N ，使点 M, N 的“相关菱形”为正方形，请直接写出 b 的取值范围。

