



(满分: 100 分, 考试时间 120 分钟)

准考证号: _____ 姓名: _____ 班级: _____

第 I 卷 (选择题 共 16 分)

一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

1. 下列图形是我国国产品牌汽车的标识, 在这些汽车标识中, 是中心对称图形的是 ()



A



B



C



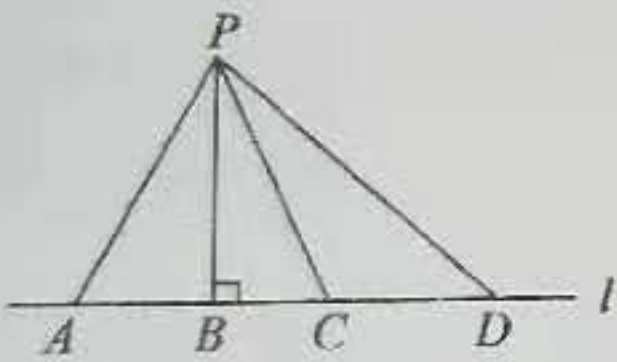
D

2. 如图, 以点 P 为圆心作圆, 所得的圆与直线 l 相切的是 ()

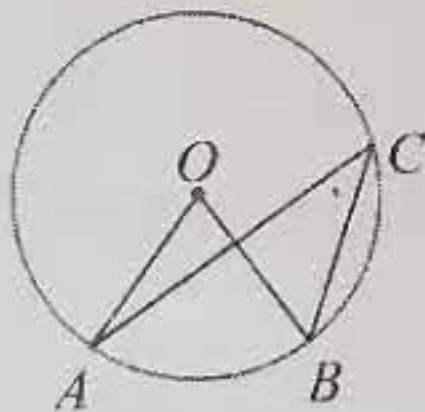
- A. 以 PA 为半径的圆 B. 以 PB 为半径的圆
C. 以 PC 为半径的圆 D. 以 PD 为半径的圆

3. 如图, 点 A, B, C 都在 $\odot O$ 上, 若 $\angle AOB = 72^\circ$, 则 $\angle ACB$ 的度数是 ()

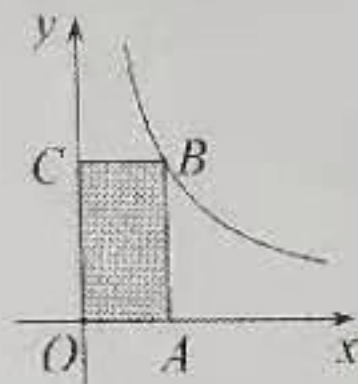
- A. 18° B. 30° C. 36° D. 72°



第 2 题图



第 3 题



第 5 题



第 6 题

4. 将二次函数 $y = x^2 - 4x + 1$ 化成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式为 ()

- A. $y = (x-4)^2 + 1$ B. $y = (x-4)^2 - 3$
C. $y = (x-2)^2 - 3$ D. $y = (x+2)^2 - 3$

5. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, B 是反比例函数 $y = \frac{2}{x} (x > 0)$ 的图象上的一点, 则矩形 $OABC$ 的面积为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle OAB$ 各顶点的坐标分别为: $O(0, 0)$, $A(1, 2)$, $B(3, 0)$, 以原点 O 为位似中心, 相似比为 2, 将 $\triangle OAB$ 放大, 若 B 点的对应点 B' 的坐标为 $(-6, 0)$, 则 A 点的对应点 A' 坐标为 ()

- A. $(-2, -4)$ B. $(-4, -2)$ C. $(-1, -4)$ D. $(1, -4)$



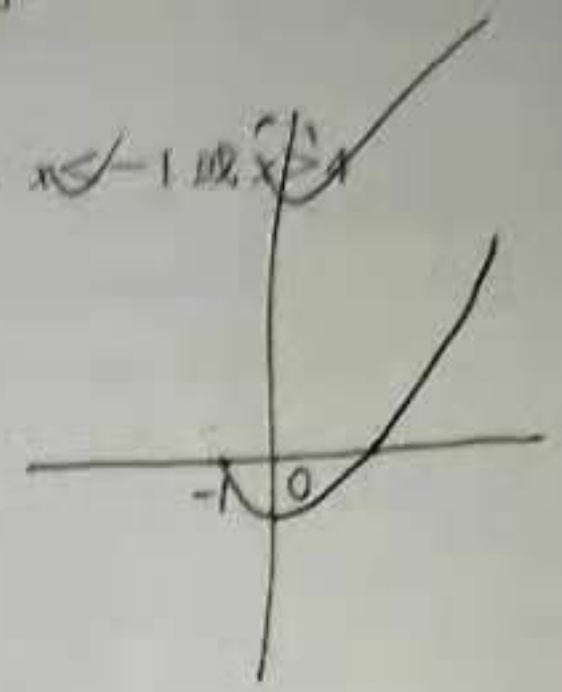
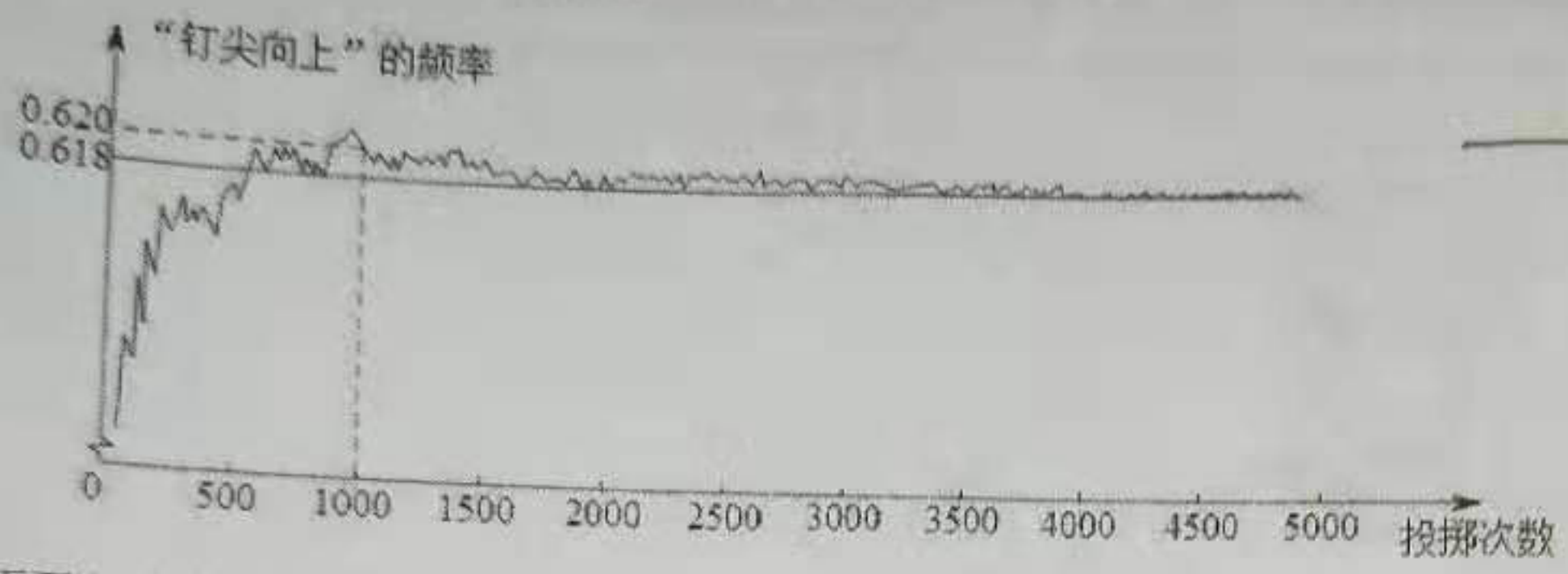
7. 已知一次函数 $y_1 = kx + m (k \neq 0)$ 和二次函数 $y_2 = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 部分自变量和对应的函数值如表:

x	...	-1	0	2	4	5	...
y_1	...	0	1	3	5	6	...
y_2	...	0	-1	0	5	9	...

当 $y_2 > y_1$ 时, 自变量 x 的取值范围是()

- A. $-1 < x < 2$ B. $4 < x < 5$ C. $x < -1$ 或 $x > 5$ D. $x < -1$ 或 $x > 4$

8. 下图显示了用计算机模拟随机投掷一枚图钉的某次实验的结果.



下面有三个推断:

- ① 当投掷次数是 500 时, 计算机记录“钉尖向上”的次数是 308, 所以“钉尖向上”的概率是 0.616;
- ② 随着实验次数的增加, “钉尖向上”的频率总在 0.618 附近摆动, 显示出一定的稳定性, 可以估计“钉尖向上”的概率是 0.618;
- ③ 若再次用计算机模拟此实验, 则当投掷次数为 1000 时, “钉尖向上”的频率一定是 0.618.

其中合理的是 ()

- A. ② B. ②③ C. ①② D. ①③

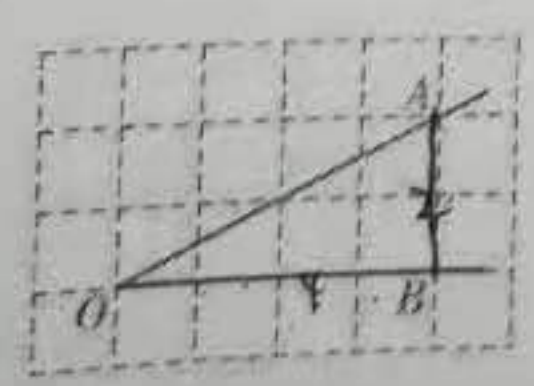
第 II 卷 (非选择题 共 84 分)

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

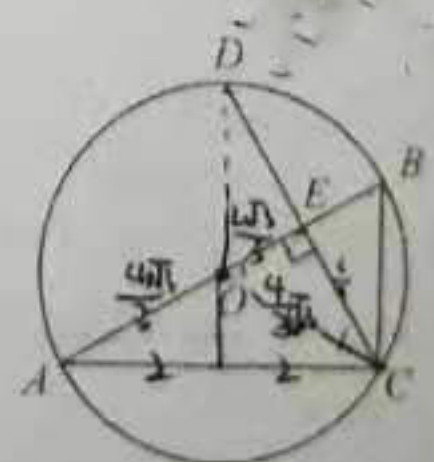
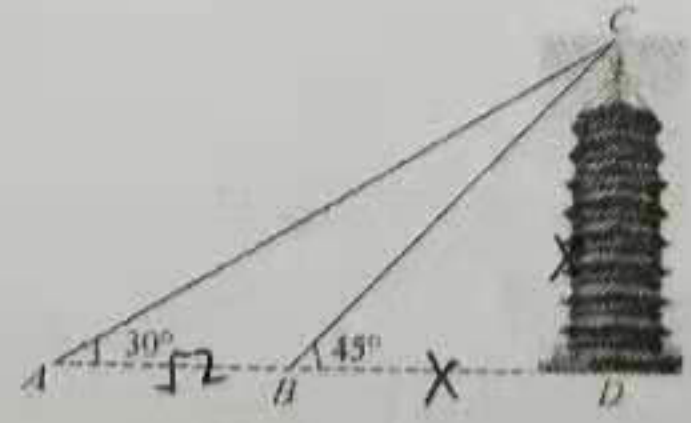
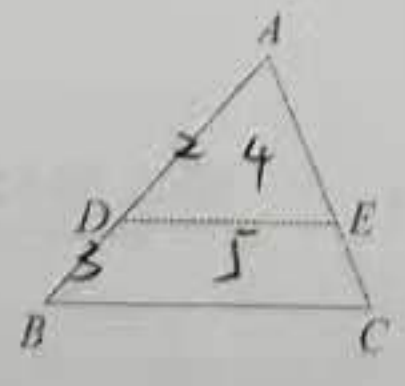
9. 如图所示的网格是正方形网格, 点 A, O, B 都在格点上, $\tan \angle AOB$ 的值为 2/4

10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, 且 DE 分别交 AB, AC 于点 D, E , 若 $AD:AB=2:3$, 则 $\triangle ADE$ 和四边形 $BCED$ 的面积之比等于 4/5

11. 永定塔是北京园博园的标志性建筑, 其外观为辽金风格的八角九层木塔, 游客可登至塔顶, 俯瞰园博园全貌. 如图, 在 A 处测得 $\angle CAD = 30^\circ$, 在 B 处测得 $\angle CBD = 45^\circ$, 并测得 $AB = 52$ 米, 那么永定塔的高 CD 是 52 米.



2/4



第 9 题

第 10 题

第 11 题

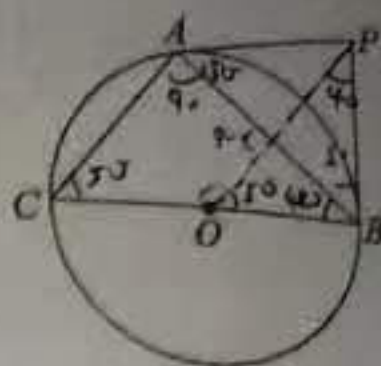
第 12 题

12. 如图, $\odot O$ 的直径 AB 垂直于弦 CD , 垂足为 E . 如果 $\angle B = 60^\circ$, $AC = 4$, 那么 CD 的长为 2\sqrt{3}



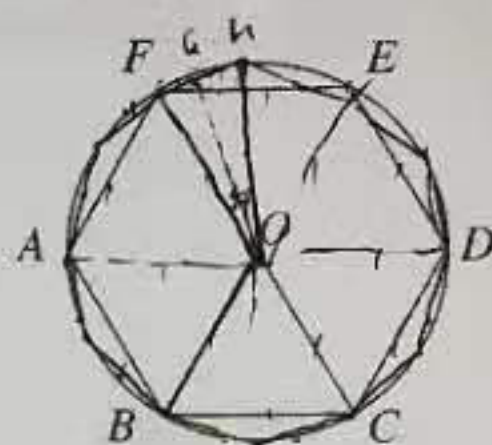
13. 如果反比例函数 $y = \frac{m-2}{x}$, 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小, 那么 m 的值可能是 _____ (写出一个即可).

$m-2 > 0 \quad m > 2$



14. 如图, 过 $\odot O$ 外一点 P 作 $\odot O$ 的两条切线 PA, PB , 切点分别为 A, B , 作直径 BC , 连接 AB, AC , 若 $\angle P = 80^\circ$, 则 $\angle C =$ _____ $^\circ$.

15. 刘徽是我国古代最杰出的数学家之一, 他在《九章算术圆田术》中用“割圆术”证明了圆面积的精确公式, 并给出了计算圆周率的科学方法. (注: 圆周率=圆的周长与该圆直径的比值)
“割圆术”就是以“圆内接正多边形的面积”, 来无限逼近“圆面积”. 刘徽形容他的“割圆术”说: 割之弥细, 所失弥少, 割之又割, 以至于不可割, 则与圆合体, 而无所失矣.

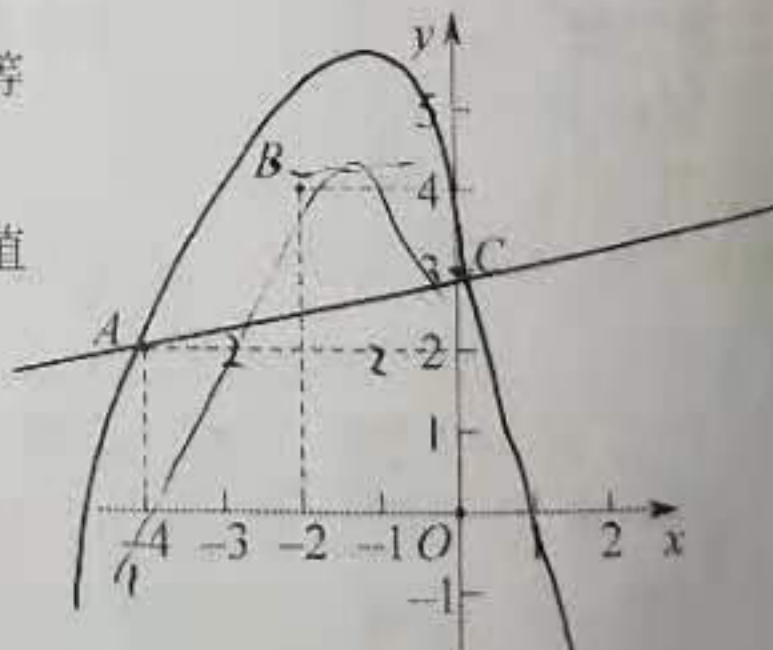


刘徽 (约 225 年—约 295 年)

刘徽计算圆周率是从正六边形开始的, 易知圆的内接正六边形可分为六个全等的正三角形, 每个三角形的边长均为圆的半径 R , 此时圆内接正六边形的周长为 $6R$, 如果将圆内接正六边形的周长等同于圆的周长, 可得圆周率为 3. 当正十二边形内接于圆时, 如果按照上述方法计算, 可得圆周率为 _____ (参考数据: $\sin 15^\circ \approx 0.26$)

16. 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象经过点 A, B, C . 现有下面四个推断:

- ① 抛物线开口向下;
- ② 当 $x = -2$ 时, y 取最大值;
- ③ 当 $m < 4$ 时, 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = m$ 必有两个不相等的实数根;
- ④ 直线 $y = kx + c (k \neq 0)$ 经过点 A, C , 当 $kx + c > ax^2 + bx + c$ 时, x 的取值范围是 $-4 < x < 0$;



其中推断正确的是 _____

三、解答题 (本题共 72 分, 第 17 题-26 题, 每小题 5 分, 第 27 题 7 分, 第 28 题 7 分, 第 29 题 8 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程

17. 计算: $3 \tan 30^\circ - (\pi - 2019)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + |1 - \sqrt{3}|$.



25. 有这样一个问题：探究函数 $y = \frac{x+7}{x+1}$ 的图象与性质。

小彤根据学习函数的经验，对函数 $y = \frac{x+7}{x+1}$ 的图象与性质进行了探究。

下面是小彤探究的过程，请补充完整：

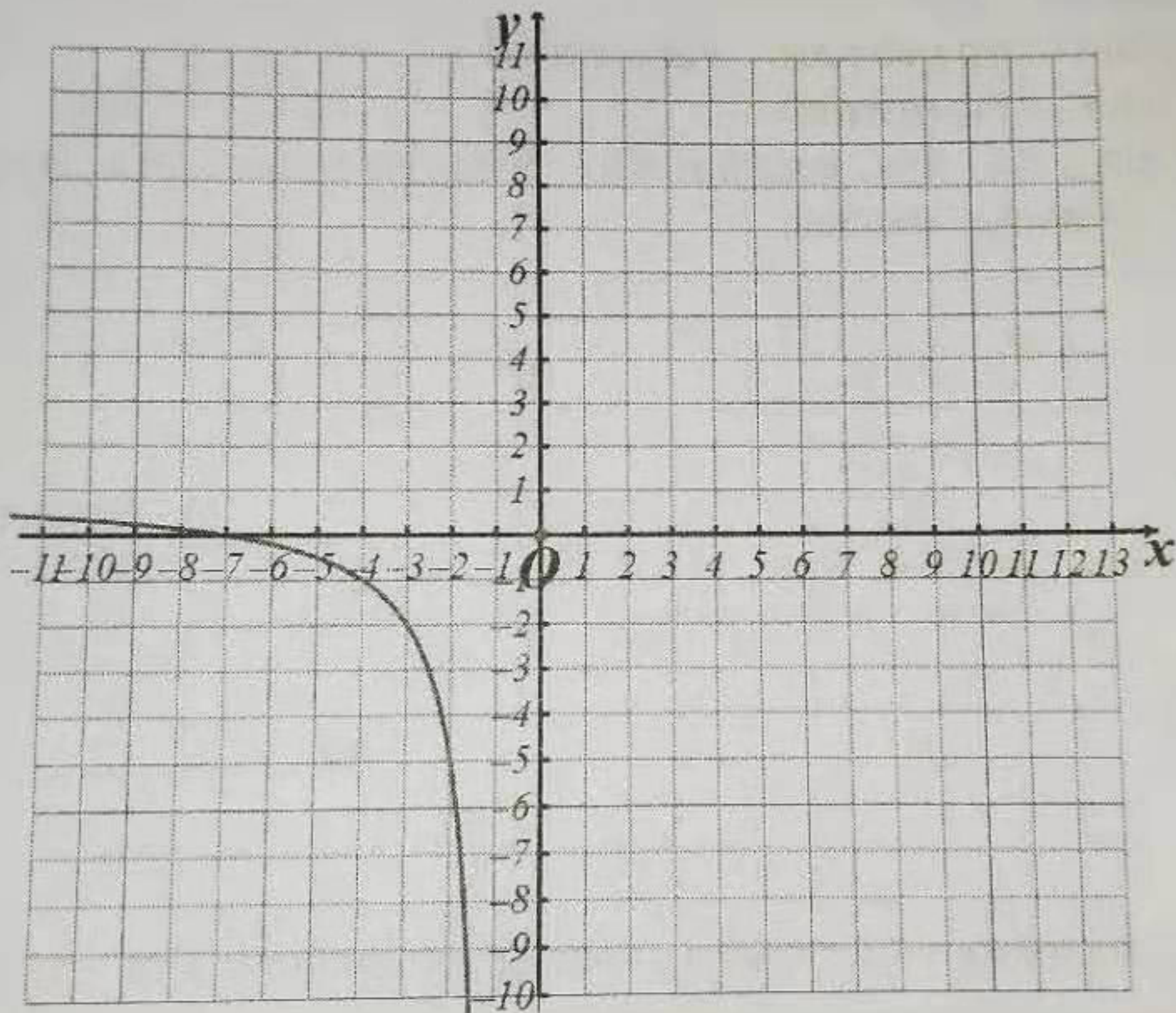
(1) 函数 $y = \frac{x+7}{x+1}$ 的自变量 x 的取值范围是 _____；

(2) 下表是 y 与 x 的几组对应值：

x	...	-7	-6	-5	-4	-3	-2	0	1	2	3	4	5	...
y	...	0	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	m	7	4	3	$\frac{5}{2}$	$\frac{11}{5}$	2	...

则 m 的值为 _____；

(3) 如图所示，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点，根据描出的点，画出了图象的一部分，请根据剩余的点补全此函数的图象：



(4) 从下面的两个问题中选择一个：

① 观察图象，该函数图象是中心对称图形吗？若是找出对称中心，并说明理由；

② 若函数 $y = \frac{x+7}{x+1}$ 的图象上有三个点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 、 $C(x_3, y_3)$ ，且 $x_1 < x_2 < -1 < x_3$ ，判断 y_1 、 y_2 、 y_3

之间的大小关系，并说明理由；



25. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + (1-2a)x - 2$ ($a \neq 0$) 与 y 轴交于点 C . 当 $a=1$ 时, 抛物线
与 x 轴交于点 A, B (点 A 在点 B 左侧).

(1) 求点 A, B, C 的坐标;

(2) 若该抛物线与线段 AB 总有两个公共点, 结合函数的图象, 求 a 的取值范围.

27. 已知 C 为线段 AB 中点, $\angle ACM = \alpha$. Q 为线段 BC 上一动点 (不与点 B 重合), 点 P 在射线 CM 上,

连接 PA, PQ , 记 $BQ = kCP$.

(1) 若 $\alpha = 60^\circ$, $k = 1$,

①如图 1, 当 Q 为 BC 中点时, 求 $\angle PAC$ 的度数;

②直接写出 PA, PQ 的数量关系;

(2) 如图 2, 当 $\alpha = 45^\circ$ 时, 探究是否存在常数 k , 使得②中的结论仍成立? 若存在, 写出 k 的值并证明; 若不存在, 请说明理由.

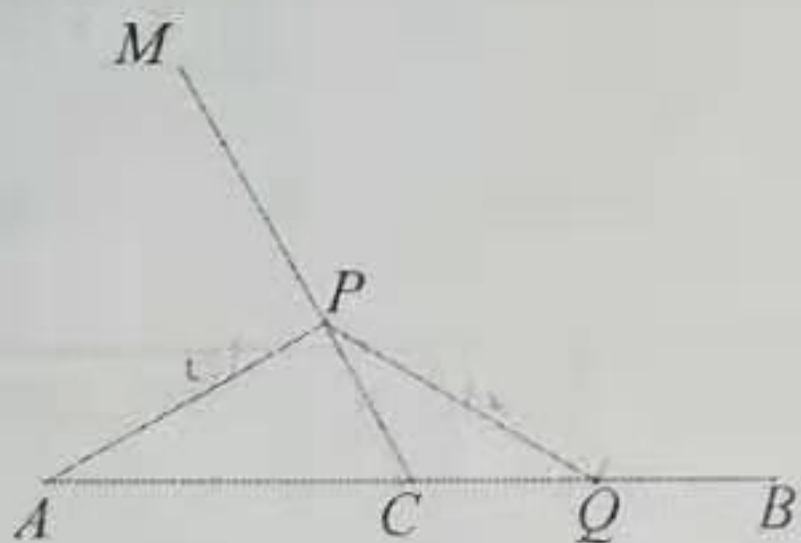


图 1

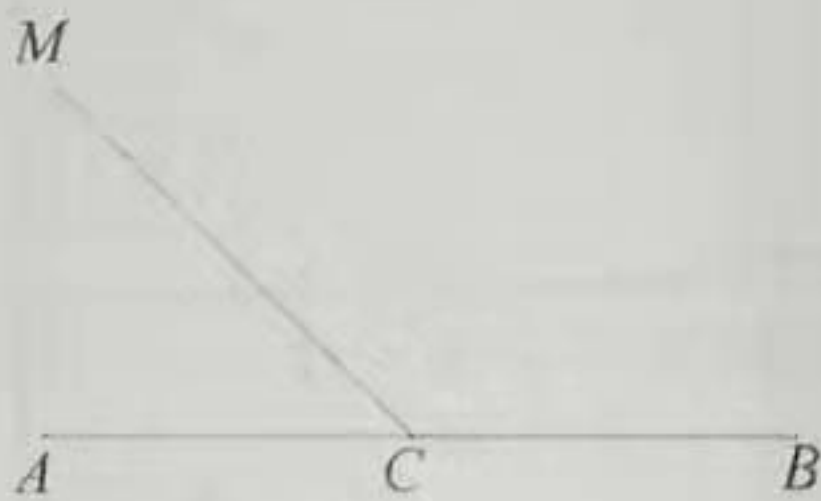


图 2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中的点 P 和图形 M , 给出如下的定义: 若在图形 M 上存在一点 Q , 使得 P, Q 两点间的距离小于或等于 1, 则称 P 为图形 M 的关联点.

(1) 当 $\odot O$ 的半径为 2 时,

①在点 $P_1(\frac{1}{2}, 0)$, $P_2(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, $P_3(\frac{5}{2}, 0)$ 中, $\odot O$ 的关联点是_____.

②点 P 在直线 $y = -x$ 上, 若 P 为 $\odot O$ 的关联点, 求点 P 的横坐标的取值范围.

(2) $\odot C$ 的圆心在 x 轴上, 半径为 2, 直线 $y = -x + 1$ 与 x 轴、 y 轴交于点 A, B . 若线段 AB 上的所有点都是 $\odot C$ 的关联点, 直接写出圆心 C 的横坐标的取值范围.

22. 京剧脸谱是京剧艺术独特的表现形式. 京剧表演中, 经常用脸谱象征人物的性格, 品质, 甚至角色和命运. 如红脸代表忠心耿直, 黑脸代表强悍勇猛. 现有三张不透明的卡片, 其中两张卡片的正面图案为“红脸”, 另外一张卡片的正面图案为“黑脸”, 卡片除正面图案不同外, 其余均相同, 将这三张卡片背面向上洗匀, 从中随机抽取一张, 记录图案后放回, 重新洗匀后再从中随机抽取一张. 请用画树状图或列表的方法, 求抽出的两张卡片上的图案都是“红脸”的概率. (图案为“红脸”的两张卡片分别记为 A_1 、 A_2 , 图案为“黑脸”的卡片记为 B)

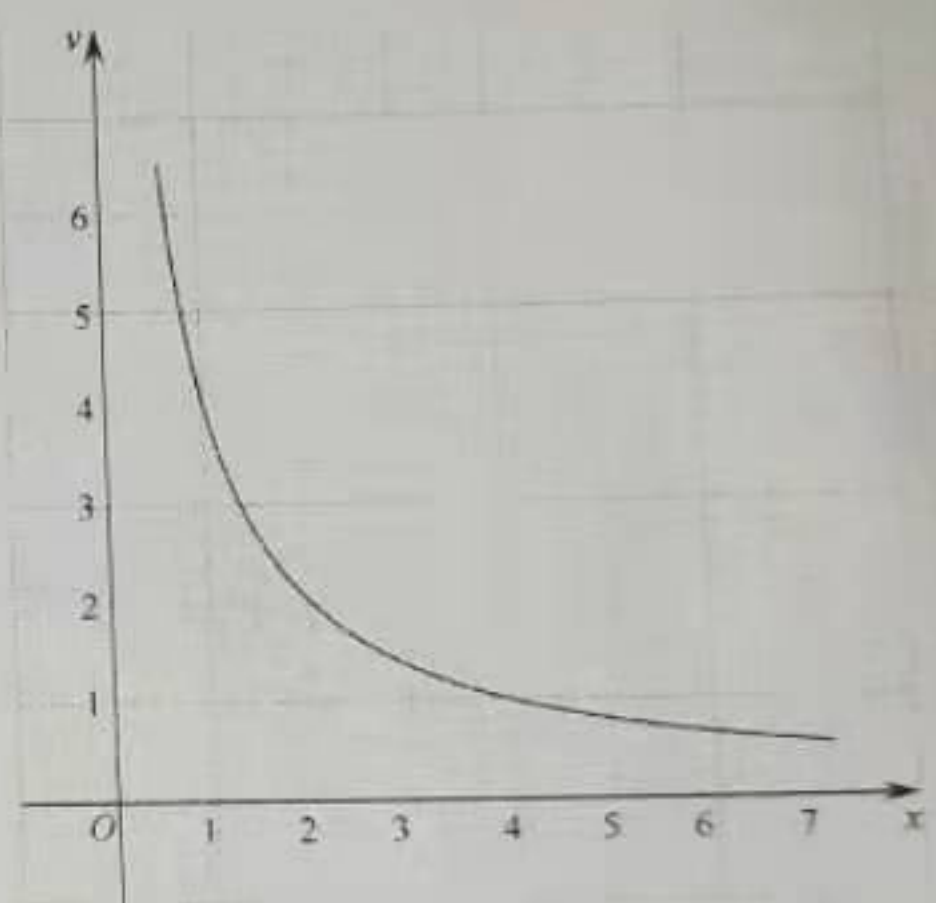


A_1 红脸 A_2 红脸 B 黑脸

A_1	A_2	B
(A_1, A_1)	(A_1, A_2)	(A_1, B)
(A_2, A_1)	(A_2, A_2)	(A_2, B)
(B, A_1)	(B, A_2)	(B, B)

23. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = kx + k$ 与双曲线 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 交于点 $A(1, a)$.

- 求 a, k 的值;
- 已知直线 l 过点 $D(2, 0)$ 且平行于直线 $y = kx + k$, 点 $P(m, n)$ ($m > 3$) 是直线 l 上一动点, 过点 P 分别作 x 轴、 y 轴的平行线, 交双曲线 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 于点 M, N , 双曲线在点 M, N 之间的部分与线段 PM, PN 所围成的区域 (不含边界) 记为 W . 横、纵坐标都是整数的点叫做整点.

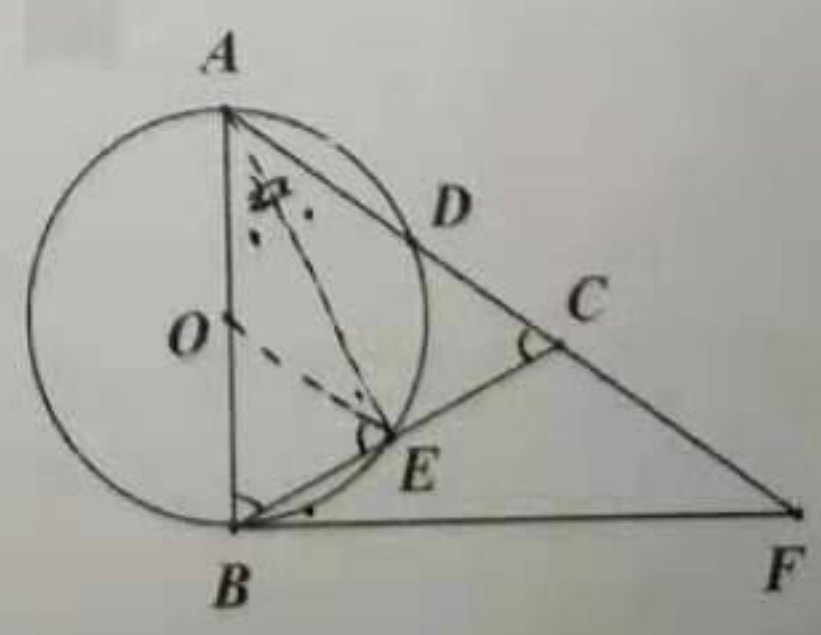


- 当 $m=4$ 时, 直接写出区域 W 内的整点个数;
- 若区域 W 内的整点个数不超过 8 个, 结合图象,

求 m 的取值范围.

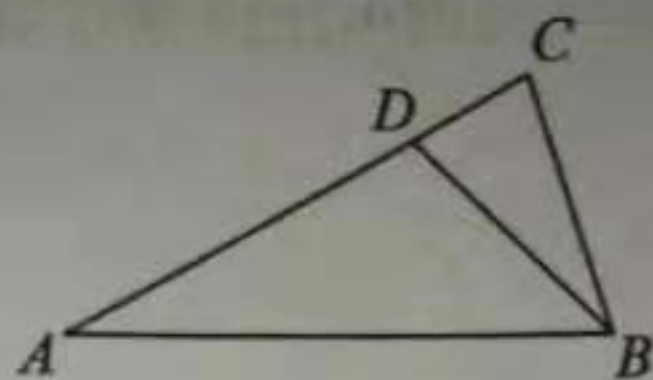
24. 如图, 在 $\triangle ABC$, $AB = AC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 分别交 AC, BC 于点 D, E . 点 F 在 AC 的延长线上, 且 $\angle CBF = \frac{1}{2} \angle CAB$.

- 求证: 直线 BF 是 $\odot O$ 的切线;
- 若 $AB = 5$, $\sin \angle CBF = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 求 BC 和 BF 的长.



18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 AC 边上一点, $\angle DBC = \angle A$.

- (1) 求证: $\triangle BDC \sim \triangle ABC$;
 (2) 若 $BC=4$, $AC=8$, 求 CD 的长.

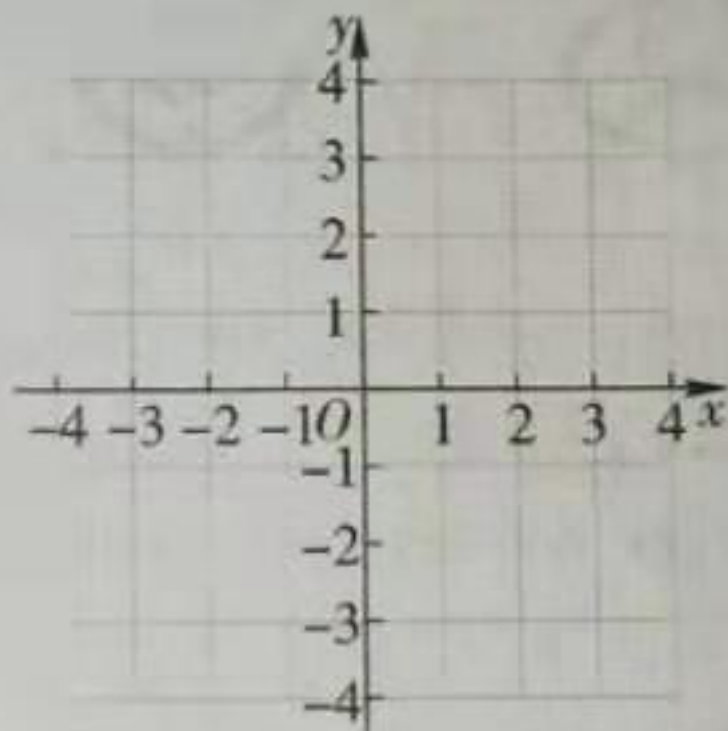


19. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $C_1: y = -x^2 + 2x$.

(1) 补全表格:

抛物线	顶点坐标	与 x 轴交点坐标		与 y 轴交点坐标
$y = -x^2 + 2x$	(1,1)			(0,0)

(2) 将抛物线 C_1 向上平移 3 个单位, 向右平移 1 个单位长度得到抛物线 C_2 , 画出 C_2 的图象, 并写出抛物线 C_2 的解析式_____.



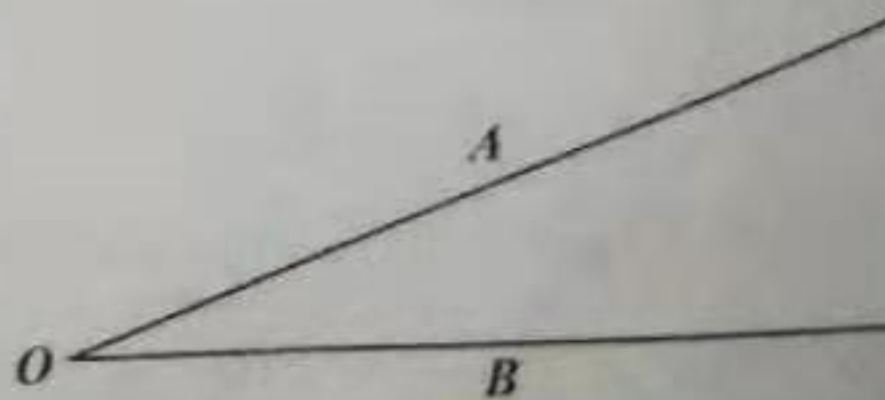
20. 关于 x 的方程 $x^2 - 2x + 2m - 1 = 0$ 有实数根, 且 m 为正整数

- (1) 求 m 的值;
 (2) 在 (1) 的条件下求此时方程的根.

21. 如图, 已知锐角 $\angle AOB$,

(1) 完成以下尺规作图过程:

- ① 在射线 OA 上取一点 C , 以点 O 为圆心, OC 长为半径作 \widehat{PQ} 交射线 OB 于点 D , 连接 CD ;
- ② 分别以点 C, D 为圆心, CD 长为半径作弧, 交 \widehat{PQ} 于点 M, N ;
- ③ 连接 OM, MN



(2) 根据以上作图过程及所作图形, 下列结论中错误的是_____

A. $MN=3CD$ B. 若 $OM=MN$, 则 $\angle AOB=20^\circ$ C. $MN \parallel CD$