# 东城区 2020—2021 学年度第二学期初三年级统一测试(一)

## 数学试卷参考答案及评分标准

2021.5

一、选择题(本题共 16 分,每小题 2 分)

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | D | C | B | A | D | C | B | C |

二、填空题(本题共 16 分,每小题 2 分)

9. 0

10. $m(a-2b)^2$

11. 0,−1(答案不唯一)

12. $\begin{cases} x=2y+1, \\ x+y=22. \end{cases}$

13. 0.167

14. 6

15. 0

16. ①②③

三、解答题(本题共 68 分,第 17—19 题,每小题 5 分,第 20 题 6 分,第 21—23 题,每小题 5 分,第 24—26 题,每小题 6 分,第 27—28 题,每小题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解:$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}+\sqrt{8}-|-1|-6\sin 45^\circ$

$=3+2\sqrt{2}-1-6\times\frac{\sqrt{2}}{2}$ …………………………………… 4 分

$=2-\sqrt{2}$. …………………………………… 5 分

18. 解:$(x-1)(2x-1)-(x+1)^2$ …………………………………… 3 分

$=2x^2-2x-x+1-x^2-2x-1$ …………………………………… 4 分

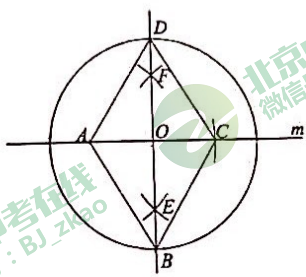
$=x^2-5x$.

$\because 2x^2-10x-1=0$,

$\therefore x^2-5x=\frac{1}{2}$.

$\therefore$ 原式$=x^2-5x=\frac{1}{2}$. …………………………………… 5 分

19. 解:(1)尺规作图如图:




…………………………………… 3 分

(2)平行四边形; …………………………………… 4 分

对角线互相垂直的平行四边形是菱形. …………………………………… 5 分

20. 解：$\begin{cases}\dfrac{1+x}{6}>\dfrac{2x-5}{3}+1, & ①\\ 5x+3\geqslant 4x-1. & ②\end{cases}$

由①去分母，得 $1+x>2(2x-5)+6$.

去括号，得 $1+x>4x-10+6$.

移项，得 $x-4x>-10+6-1$.

合并同类项，得 $-3x>-5$.

系数化为 1，得 $x<\dfrac{5}{3}$.

∴不等式①的解集为 $x<\dfrac{5}{3}$. …………………………………… 2 分

由②移项，得 $5x-4x\geqslant -3-1$.

合并同类项，得 $x\geqslant -4$. …………………………………… 4 分

∴不等式②的解集为 $x\geqslant -4$. …………………………………… 5 分

所以，不等式组的解集为 $-4\leqslant x<\dfrac{5}{3}$, …………………………………… 6 分

其中正整数解为 $x=1$. …………………………………… 1 分

21. 解：去分母，得 $x-1=3-2x+x+2$. …………………………………… 2 分

移项，得 $x+2x-x=3+2+1$. …………………………………… 3 分

合并同类项，得 $2x=6$. …………………………………… 4 分

系数化为 1，得 $x=3$.

经检验，$x=3$ 是原方程的解. …………………………………… 5 分

所以，原方程的解为 $x=3$.

22. (1)证明：∵$DE\perp AC$,

∴$\angle DEC=90°$.

∵$BG/\!/DF$,

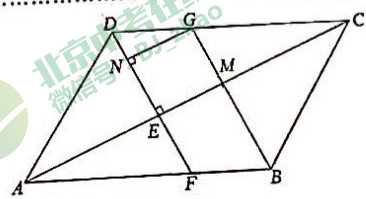
∴$\angle GME+\angle DEC=180°$. …………………………………… 1 分

∴$\angle GME=90°$.

∵$GN\perp DF$,

∴$\angle ENG=90°$. …………………………………… 2 分

∴四边形 $NEMG$ 为矩形.




(2)解：∵四边形 $NEMG$ 为矩形，

∴$EM=NG=8$.

在 Rt△$AMB$ 中，$\angle AMB=90°$.

∵$\sin\angle CAB=\dfrac{BM}{AB}=\dfrac{5}{13}$, $AB=26$,

∴$BM=10$. …………………………………… 3 分

根据勾股定理，得 $AM=24$.

∴$AE=AM-EM=16$.

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AD/\!/BC$, $AD=BC$.

∴$\angle DAE=\angle BCM$.

∵$\angle AED=\angle CMB=90°$,

∴△$ADE$≌△$CBM$(AAS).

$\therefore AE=CM$.

$\therefore AC=2AE+EM=40$. …………………………………………………… 5 分

23. 解：(1) $\because$ 直线 $l_1$ 与直线 $y=3x$ 平行，

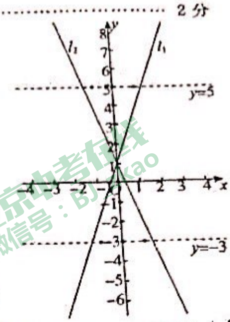
$\therefore k=3$. …………………………………………………… 1 分

$\because$ 直线 $l_1$ 过点 $(2,7)$，

$\therefore b=1$.

$\therefore$ 直线 $l_1$ 的表达式为 $y=3x+1$. …………………………………………………… 2 分

(2) ①当 $m>1$ 时，




把 $y=5$ 代入 $y=3x+1$，得 $x=\frac{4}{3}$，

$\therefore$ 直线 $y=5$ 与直线 $l_1$ 的交点为 $(\frac{4}{3},5)$.

由图形的对称性，可知

直线 $y=5$ 与直线 $l_2$ 的交点为 $(-\frac{4}{3},5)$.

结合图象，可知

当 $1<m\leqslant 5$ 时，区域 $W$ 内（不包含边界）整点个数小于 6，不符合题意.

当 $5<m\leqslant 6$ 时，区域 $W$ 内（不包含边界）恰有 6 个整点：$(0,2)$，$(0,3)$，$(0,4)$，$(-1,5)$，$(0,5)$，$(1,5)$.

当 $m>6$ 时，区域 $W$ 内（不包含边界）整点个数大于 6，不符合题意.

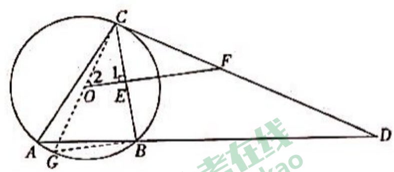
$\therefore 5<m\leqslant 6$. …………………………………………………… 4 分

②当 $m<1$ 时，由图形的对称性，得 $-4\leqslant m<-3$.

综上所述，$-4\leqslant m<-3$ 或 $5<m\leqslant 6$. …………………………………………………… 5 分

24. 方法 1：

(1) 证明：如图，作直径 $CG$，连接 $BG$，则 $\angle GBC=90°$.




$\because OE\perp BC$，

$\therefore \angle 1=90°=\angle GBC$.

$\therefore OF\parallel BG$.

$\therefore \angle G=\angle 2$.

$\because \angle G=\angle A$，

$\therefore \angle A=\angle 2$.

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore CG\perp CD$.

$\therefore \angle OCF=90°$.

$\therefore \angle 2+\angle OFC=90°$.

$\therefore \angle A+\angle OFC=90°$. …………………………………………………… 3 分

(2) 解：$\because \angle G=\angle A=\angle 2$，

$\therefore \tan G=\tan\angle 2=\tan A=\frac{3}{2}$.

在 Rt$\triangle BCG$ 中，$BC=6$，$\tan G=\frac{BC}{BG}=\frac{3}{2}$，

$\therefore BG=4$.

根据勾股定理，得 $CG=2\sqrt{13}$.

$\therefore OC=\sqrt{13}$.

在 Rt$\triangle OCF$ 中，$\tan\angle 2=\frac{CF}{OC}=\frac{3}{2}$，

$\therefore CF=\frac{3}{2}\sqrt{13}$. …………………………………………………… 6 分

方法 2：

(1)证明：如图，连接 $OC$，$OB$.

$\because OE \perp BC$，$OB=OC$，

$\therefore \angle 2=\frac{1}{2}\angle BOC$.

$\because \angle A=\frac{1}{2}\angle BOC$，

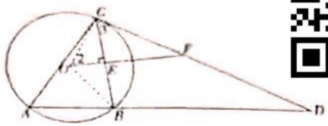
$\therefore \angle A=\angle 2$.

$\because CD$ 是$\odot O$ 的切线，

$\therefore CO \perp CD$.

$\therefore \angle 2+\angle OFC=90°$.

$\therefore \angle A+\angle OFC=90°$. ………………………………………………………… 3 分




(2)解：$\because OE \perp BC$，

$\therefore CE=\frac{1}{2}BC=3$.

$\because \angle 3+\angle OFC=90°$，$\angle A+\angle OFC=90°$，

$\therefore \angle A=\angle 3$，

$\therefore \tan\angle 3=\tan A=\frac{3}{2}$.

在 Rt$\triangle CEF$ 中，$CE=3$，$\tan\angle 3=\frac{EF}{CE}=\frac{3}{2}$，

$\therefore EF=\frac{9}{2}$.

根据勾股定理，得 $CF=\frac{3}{2}\sqrt{13}$. ………………………………………… 6 分

25. 解：(1)5；…………………………………………………………………………… 1 分

(2)74；……………………………………………………………………………… 3 分

(3)$s_2^2>s_1^2>s_3^2$；………………………………………………………………… 5 分

(4)140. ……………………………………………………………………………… 6 分

26. 解：(1)抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{2a-2}{-2}=a-1$；……………………………… 2 分

(2)①当 $x=a$ 时，$y=-a^2+2a^2-2a-a^2+2a=0$；………………………………… 3 分

②$x_1=a-2$；…………………………………………………………………………… 4 分

(3)①当 $a \geqslant -1$ 时，

$\because x_1<x_2$，$x_1+x_2<-4$，

$\therefore x_1<-2$，只需讨论 $x_1<a-1$ 的情况.

若 $x_1<x_2<a-1$，

$\because x<a-1$ 时，$y$ 随着 $x$ 的增大而增大，

$\therefore y_1<y_2$，符合题意；

若 $x_1<a-1<x_2$，

$\because a-1 \geqslant -2$，

$\therefore 2(a-1) \geqslant -4$.

$\because x_1+x_2<-4$，

$\therefore x_1+x_2<2(a-1)$.

$\therefore x_1<2(a-1)-x_2$.

$\because x=2(a-1)-x_2$ 时，$y=y_2$，$x<a-1$ 时，$y$ 随着 $x$ 的增大而增大，

$\therefore y_1 < y_2$，符合题意.

②当 $a < -1$ 时，

令 $x_1 = a-1$，$x_2 = -2$.

此时 $x_1 + x_2 < -4$，但 $y_1 > y_2$，不符合题意；

综上所述，$a$ 的取值范围为 $a \geqslant -1$. ………………………………………… 6 分

27.（1）解：①$\angle AQB = 90°$；

②补全图形，如图 1，$CP = \sqrt{3}AP$.

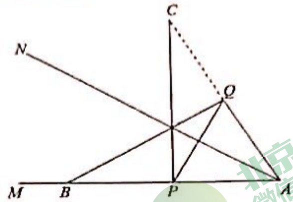



图 1

…………………………………………………………………………………… 3 分

（2）①解：如图 2，连接 $CQ$，

$\because$ 点 $P$，点 $Q$ 关于直线 $AN$ 对称，点 $A$，点 $C$ 关于直线 $BQ$ 对称，

$\therefore AP = AQ = CQ$，$\angle PAN = \angle QAN$，$\angle CQB = \angle AQB$.

$\because \angle MAN = 30°$，

$\therefore \angle PAQ = 60°$.

$\therefore \triangle APQ$ 为等边三角形.

$\therefore \angle AQP = 60°$，$PQ = AQ$.

$\therefore CQ = PQ$.

$\therefore \angle C = \angle CPQ$.

$\because \angle BQP = \alpha$，

$\therefore \angle CQB = 60° + \alpha$.

$\therefore \angle CQP = 60° + 2\alpha$.

$\therefore \angle CPQ = 60° - \alpha$. ………………………… 5 分

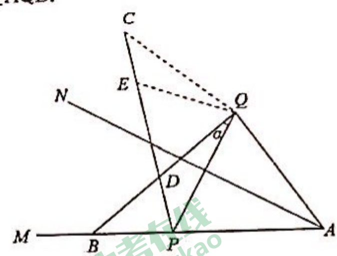



图 2

②结论：$DC = DP + DQ$.

证明：$\because \angle CDQ = \angle CPQ + \angle BQP$，

$\therefore \angle CDQ = 60°$.

在 $DC$ 上截取 $DE = DQ$，连接 $EQ$，

$\therefore \triangle DEQ$ 为等边三角形.

$\therefore QE = QD$.

$\therefore \angle DEQ = \angle EDQ = 60°$.

$\therefore \angle CEQ = \angle PDQ = 120°$.

$\because \angle C = \angle CPQ$，$CQ = PQ$，

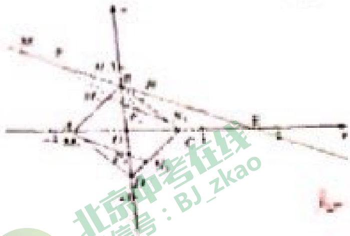
$\therefore \triangle CEQ \cong \triangle PDQ$（AAS）.

∴ $FC = DP$

∴ $AC = FC + DE = DP + DE$ …………………………………… 1分

28. 解：(1) $P_1$，$P_2$． …………………………………… 2分

(2) 如图，连接 $DP_1$．



∵ $E(\frac{\sqrt{2}}{2}+1, 0)$，

∴ $CE = 1$，即 $BC = CE$．

∵ $\angle ACD = 45°$，

∴ $\angle CBE = \angle CEB = 22.5°$．

∵ $M_1N_1 \parallel BE$，

∴ $\angle DN_1M_1 = \angle CBE = 22.5°$．

∵ 点 $P_1$ 为 $M_1N_1$ 的中点．

∴ $DP_1 = N_1P_1 = \frac{1}{2}$．

∴ $\angle N_1DP_1 = \angle DN_1P_1 = 22.5°$．

∴ $\angle P_1BE = 45°$．

过点 $P_1$ 作 $P_1H \perp BE$ 于点 $H$，则△$BP_1H$ 为等腰直角三角形．

∵ $BP_1 = \frac{1}{2}$，

∴ $P_1H = \frac{\sqrt{2}}{4}$．

∵ $P_1P \geqslant P_1H$，

∴ $P_1P \geqslant \frac{\sqrt{2}}{4}$．

∴ $d_1$ 的最小值是 $\frac{\sqrt{2}}{4}$． …………………………………… 5分

(3) $2\sqrt{2} - \frac{1}{2} \leqslant d_2 \leqslant \frac{\sqrt{33}}{2}$． …………………………………… 7分

$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$