



数学试卷

(考试时间: 120 分钟, 试卷满分: 100 分)

班级: _____ 学号: _____ 姓名: _____

一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

1. 下列标志图中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()



2. 抛物线 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 3$ 的顶点坐标是 ()

- A. (2, 3) B. (2, -3) C. (-2, 3) D. (-2, -3)

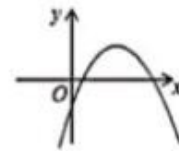
3. 若将抛物线 $y = 5x^2$ 先向右平移 2 个单位, 再向上平移 1 个单位, 得到的新抛物线的表达式为 ()

- A. $y = 5(x-2)^2 + 1$ B. $y = 5(x+2)^2 + 1$
 C. $y = 5(x-2)^2 - 1$ D. $y = 5(x+2)^2 - 1$

4. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 根据图象可得

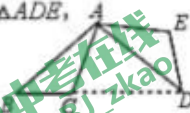
a, b, c 与 0 的大小关系是 ()

- A. $a > 0, b < 0, c < 0$ B. $a > 0, b > 0, c > 0$
 C. $a < 0, b < 0, c < 0$ D. $a < 0, b > 0, c < 0$



5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 40^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转, 得到 $\triangle ADE$, 点 D 恰好落在 BC 的延长线上, 则旋转角的度数为 ()

- A. 70° B. 80° C. 90° D. 100°



6. 以原点为中心, 把点 $P(1, 3)$ 顺时针旋转 90° , 得到的点 P' 的坐标为 ()

- A. (3, -1) B. (-3, 1) C. (1, -3) D. (-1, -3)

7. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的 y 与 x 的部分对应值如下表:

x	-1	0	1	2
y	-2	1	-2	1

下列结论:

- ① 该函数图象是抛物线, 且开口向下; ② 该函数图象关于直线 $x=1$ 对称;
 ③ 当 $x < 1$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而增大; ④ 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一个根大于 3.

其中正确的结论有 ()

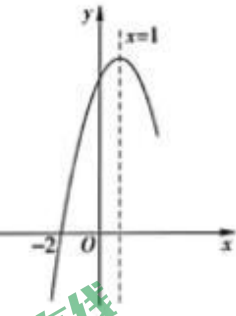
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



8. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $(-2, 0)$, 且对称轴为直线 $x = 1$,

其部分图象如图所示. 对于此抛物线有如下四个结论:

- ① $ac > 0$;
- ② $16a + 4b + c = 0$;
- ③ 若 $m > n > 0$, 则 $x = 1 + m$ 时的函数值小于 $x = 1 - n$ 时的函数值;
- ④ 点 $(-\frac{c}{2a}, 0)$ 不在此抛物线上.



其中正确结论的序号是 ()

- A. ①②
- B. ②③
- C. ②④
- D. ③④

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

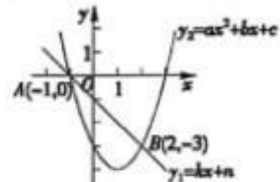
9. 请写出一个开口向下, 且与 y 轴的交点坐标为 $(0, 1)$ 的抛物线的表达式: _____.

10. 已知抛物线的对称轴是 $x = n$, 若该抛物线过 $A(-2, 5), B(4, 5)$ 两点, 则 n 的值为 _____.

11. 点 $A(-3, y_1), B(2, y_2)$ 在抛物线 $y = x^2 - 5x$ 上, 则 y_1 _____ y_2 . (填“>”, “<”或“=”)

12. 如图, 直线 $y_1 = kx + n$ ($k \neq 0$) 与抛物线 $y_2 = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

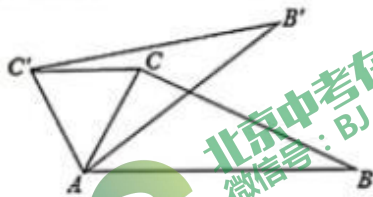
分别交于 $A(-1, 0), B(2, -3)$ 两点, 则关于 x 的方程 $kx + n = ax^2 + bx + c$ 的解为 _____.



13. 如果函数 $y = x^2 + 4x - m$ 的图象与 x 轴有公共点, 那么 m 的取值范围是 _____.

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle CAB = 70^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转到 $\triangle AB'C'$ 的位置, 使得 $CC' \parallel AB$, 则 $\angle BAB'$ 的度数是 _____.

15. 如图, 若被击打的小球飞行高度 h (单位: m) 与飞行时间 t (单位: s) 之间具有的关系为 $h = 20t - 5t^2$, 则小球从飞出到落地所用的时间为 _____ s .

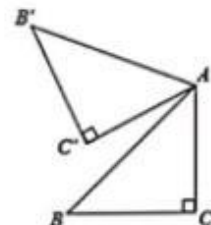


(第 14 题图)



(第 15 题图)

16. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC = \sqrt{2}$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针方向旋转 60° 到 $\triangle AB'C'$ 的位置, 连接 BB' , 则 BB' 的长为 _____, 连接 $C'B$, 则 $C'B$ 的长为 _____.





二、解答题 (本题共 68 分)

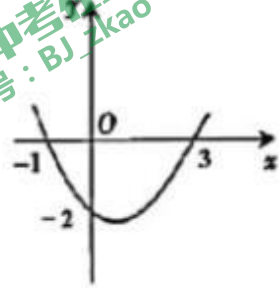
17. (5 分) 已知抛物线的顶点为 $(-1, 2)$, 且经过点 $(0, 4)$, 求抛物线的解析式.

18. (8 分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示.

(1) 对称轴方程为 _____;

(2) 当 x _____ 时, y 随 x 的增大而减小;

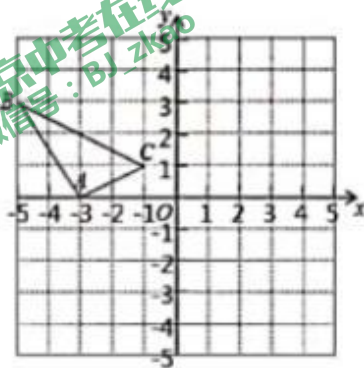
(3) 求函数解析式.



19. (5 分) 在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中, 建立如图所示的平面直角坐标系, $\triangle ABC$ 是格点三角形 (顶点在网格线的交点上).

(1) 先作 $\triangle ABC$ 关于原点 O 成中心对称的 $\triangle A_1B_1C_1$, 再把 $\triangle A_1B_1C_1$ 向上平移 4 个单位长度得到 $\triangle A_2B_2C_2$, 请在图中画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 及 $\triangle A_2B_2C_2$.

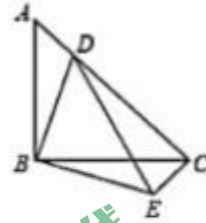
(2) 可以看出 $\triangle A_2B_2C_2$ 与 $\triangle ABC$ 关于某点成中心对称, 直接写出对称中心的坐标 _____.





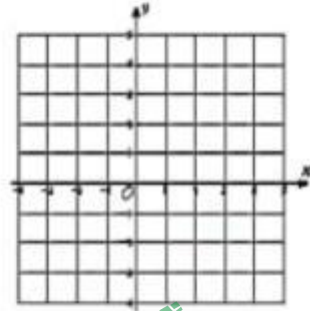
20. (5分) 如图, 等腰 Rt $\triangle ABC$ 中, $BA=BC$, $\angle ABC=90^\circ$, 点 D 在 AC 上, 将 $\triangle ABD$ 绕点 B 沿顺时针方向旋转 90° 后, 得到 $\triangle CBE$.

- (1) $\angle DCE$ 的度数为_____;
- (2) 若 $AB=4$, $CD=3AD$, 求 DE 的长.



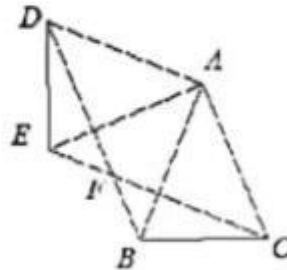
21. (6分) 已知二次函数 $y=kx^2-(k+3)x+3$ 图象的对称轴为: 直线 $x=2$.

- (1) 求该二次函数的表达式;
- (2) 画出该函数的图象, 并结合图象直接写出:
 - ①当 $y < 0$ 时, 自变量 x 的取值范围;
 - ②当 $0 \leq x < 3$ 时, y 的取值范围是多少?



22. (5分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 把 $\triangle ABC$ 绕 A 点沿顺时针方向旋转得到 $\triangle ADE$, 连接 BD , CE 交于点 F .

- (1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle ADB$;
- (2) 若 $AB=2$, $\angle BAC=45^\circ$, 当四边形 $ADFC$ 是平行四边形时, 求 BF 的长.





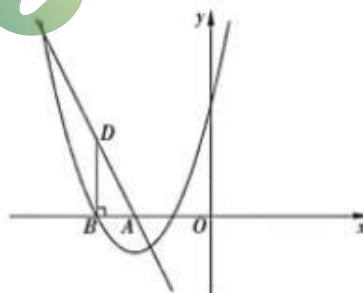
23. (6分) 秋风送爽, 学校组织同学们去颐和园秋游, 昆明湖西堤六桥中的玉带桥最是令人喜爱, 如图所示, 玉带桥的桥拱是抛物线形, 水面宽度 $AB=10\text{m}$, 桥拱最高点 C 到水面的距离为 6m .

- (1) 建立适当的平面直角坐标系, 求抛物线的表达式;
 (2) 现有一艘游船高度是 4.5m , 宽度是 4m , 为了保证安全, 船顶距离桥拱顶部至少 0.5m , 通过计算说明这艘游船能否安全通过玉带桥.



24. (5分) 如图, 直线 $l: y = -2x + m$ 与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$, 抛物线 $C_1: y = x^2 + 4x + 3$ 与 x 轴的一个交点为 B (点 B 在点 A 的左侧). 过点 B 作 BD 垂直 x 轴交直线 l 于点 D .

- (1) 求 m 的值和点 B 的坐标;
 (2) 将 $\triangle ABD$ 绕点 A 顺时针旋转 90° , 点 B, D 的对应点分别为点 E, F .
 ① 点 F 的坐标为 _____;
 ② 将抛物线 C_1 沿 x 轴向右平移使它经过点 F , 此时得到的抛物线记为 C_2 , 直接写出抛物线 C_2 的表达式.





25. (10 分) 抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 的顶点为 D , 它与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C .

- (1) 求顶点 D 的坐标;
- (2) 求直线 BC 的解析式;
- (3) 求 $\triangle BCD$ 的面积;
- (4) 当点 P 在直线 BC 上方的抛物线上运动时, $\triangle PBC$ 的面积是否存在最大值? 若存在, 请求出这个最大值, 并且写出此时点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

26. (6 分) 已知抛物线 $G: y = x^2 - 2kx + 2k - 1$ (k 为常数).

- (1) 当 $k = 3$ 时, 用配方法求抛物线 G 的顶点坐标;
- (2) 若记抛物线 G 的顶点坐标为 $P(x, y)$.
 - ① 分别用含 k 的代数式表示 x, y ,
 - ② 请在①的基础上继续用含 x 的代数式表示 y ,
 - ③ 由①②可得, 顶点 P 的位置会随着 k 的取值变化而变化, 但点 P 总落在_____的图象上.

A. 一次函数 B. 反比例函数 C. 二次函数

(3) 小明想进一步对 (2) 中的问题进行如下改编:

将 (2) 中的抛物线 G 改为抛物线 $H: y = x^2 - 2kx + N$ (k 为常数), 其中 N 为含 k 的代数式, 从而使这个新抛物线 H 满足: 无论 k 取何值, 它的顶点总落在某个一次函数的图象上. 请按照小明的改编思路, 写出一个符合以上要求的新抛物线 H 的函数表达式: _____ (用含 k 的代数式表示), 它的顶点所在的一次函数图象的表达式 $y = ax + b$ (a, b 为常数, $a \neq 0$) 中, $a = \underline{\hspace{1cm}}, b = \underline{\hspace{1cm}}$.



27. (7 分) 在正方形 ABCD 中, 点 P 是直线 BC 上的一点, 连接 AP, 将线段 PA 绕点 P 顺时针旋转 90° , 得到线段 PE, 连接 CE.

(1) 如图 1, 点 P 在线段 CB 的延长线上.

① 请根据题意补全图形;

② 用等式表示 BP 和 CE 的数量关系, 并证明.

(2) 若点 P 在射线 BC 上, 直接写出 CE, CP, CD 三条线段的数量关系为_____

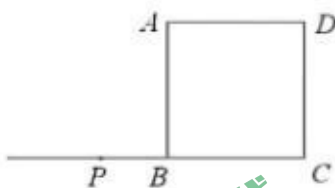
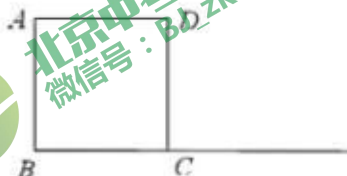


图 1



备用图

