

命题人：王宇

审题人：孙芳、何庆青



考生须知

1. 本试卷共 7 页，共三道大题，25 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名和学号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 据国家邮政局统计，2021 年农历除夕和初一两天，全国快递处理超 130 000 000 件，与去年同期相比增长 223%，快递的春节“不打烊”服务确保了广大用户能够顺利收到年货，欢度佳节。将 130 000 000 用科学记数法表示应为
(A) 1.3×10^7 (B) 13×10^7 (C) 1.3×10^8 (D) 0.13×10^9
2. 2020 年 4 月 7 日，中国邮政发行了《众志成城 抗击疫情》邮票一套两枚（图 1），以此纪念在抗击新冠肺炎疫情的过程中，中国人民所展现出的“中国精神、中国力量、中国担当”。两枚邮票用一个“众”字型的背景图案巧妙相连，从几何的角度看，这个图案（图 2）

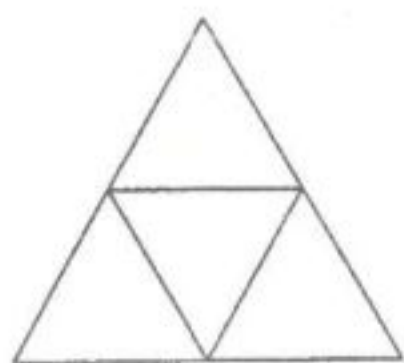


图 1

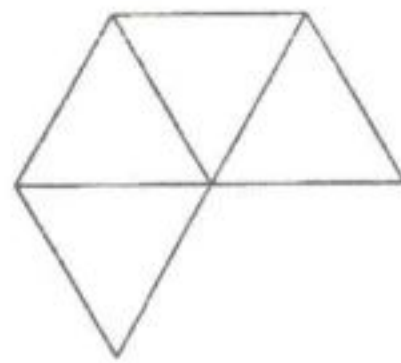


图 2

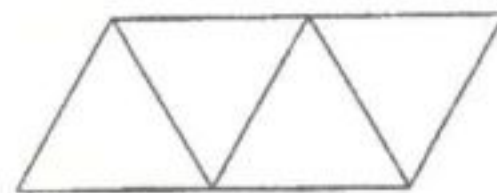
- (A) 是中心对称图形而不是轴对称图形 (B) 是轴对称图形而不是中心对称图形
(C) 既是轴对称图形又是中心对称图形 (D) 既不是轴对称图形，又不是中心对称图形
3. 正五边形的外角和为
(A) 108° (B) 360° (C) 540° (D) 720°
4. 如图，下面每一组图形都由四个等边三角形组成，



图①



图②



图③

其中可以折叠成三棱锥的是

- (A) 仅图① (B) 图①和图② (C) 图②和图③ (D) 图①和图③

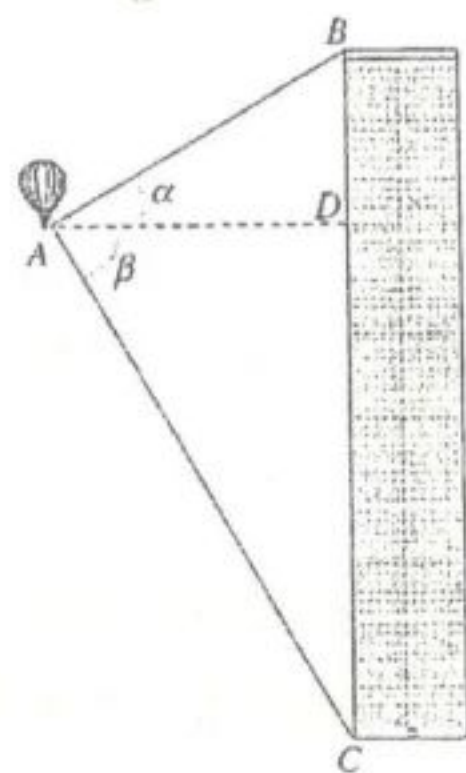


5. 方程组 $\begin{cases} 3x+2y=19 \\ 2x-y=1 \end{cases}$ 的解是

- (A) $\begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x=5 \\ y=2 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x=3 \\ y=-5 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x=5 \\ y=9 \end{cases}$

6. 如图, 热气球探测器显示, 从热气球 A 处看一栋楼顶部 B 处的仰角 α 为 30° , 看这栋楼底部 C 处的俯角 β 为 60° , 热气球与楼的水平距离 AD 为 90 米, 则这栋楼的高度 BC 为

- (A) $\frac{400}{3}\sqrt{3}$ 米 (B) $90\sqrt{3}$ 米
(C) $120\sqrt{3}$ 米 (D) 225 米



7. 某森林公园门票每张 10 元, 只能一次性使用. 在保留此种方法的基础上, 公园推出 A、B、C 三种年票 (每张仅一人使用, 自购买日起, 可使用一年), 三类年票的具体情况如下:

A 类年票: 每张 120 元, 持票入园无须再购票;

B 类年票: 每张 60 元, 持票入园时须再购票, 但每张 2 元;

C 类年票: 每张 40 元, 持票入园时须再购票, 但每张 3 元.

小军和小华根据自己的年入园次数需求, 选择了最适合自己的年票. 小军选择了 C 类年票, 小华选择了 A 类年票, 以下说法正确的是

- (A) 小军的年入园需求可能是 25 次 (B) 小华的年入园次数需求多于小军
(C) 小华的年入园需求可能是 25 次 (D) 小华的年入园次数需求少于小军

8. 在数轴上有三个互不重合的点 A, B, C , 它们代表的实数分别为 a, b, c , 下列结论中

- ① 若 $abc > 0$, 则 A, B, C 三点中, 至少有一个点在原点右侧
② 若 $a+b+c=0$, 则 A, B, C 三点中, 至少有一个点在原点右侧
③ 若 $a+c=2b$, 则点 B 为线段 AC 的中点
④ O 为坐标原点且 A, B, C 均不与 O 重合, 若 $OB-OC=AB-AC$, 则 $bc > 0$

所有正确结论的序号是

- (A) ①② (B) ③④ (C) ①②③ (D) ①②③④

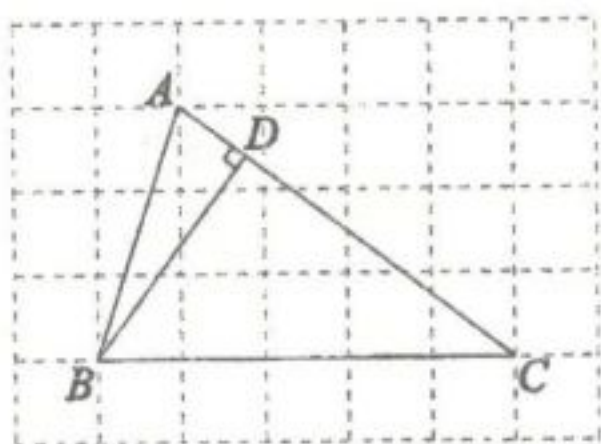
二、填空题 (本题共 24 分, 每小题 3 分)

9. 若代数式 $\frac{2x}{x-2}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

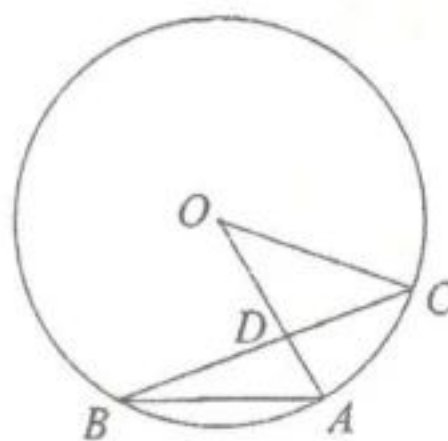
10. 不透明的袋子中有三个小球, 上面分别写着数字“1”, “2”, “3”, 除数字外三个小球无其他差别. 从中随机摸出一个小球, 记录其数字, 放回并摇匀, 再从中随机摸出一个小球, 记录其数字, 那么两次记录的数字之和为 4 的概率是_____.



11. 因式分解: $a^2b + 4ab + 4b =$ _____.



第 12 题



第 14 题

12. 如图, $\triangle ABC$ 的顶点 A, B, C 都在边长为 1 的正方形网格的格点上, $BD \perp AC$ 于点 D , 则 AC 的长为 _____, $\sin \angle ABD$ 的值为 _____.

13. 在学校组织的登高望远活动中, 某班分成甲、乙两个小组同时开始攀登一座 450 米高的山. 乙组的攀登速度是甲组的 1.2 倍, 乙组到达顶峰所用时间比甲组少 15 分. 如果设甲组的攀登速度为 x 米/分, 则可列方程为 _____.

14. 如图, 在 $\odot O$ 中, 弦 BC 与半径 OA 相交于点 D , 连接 AB, OC . 若 $AB=AO, OD=DC$, 则 $\angle A$ 的度数为 _____, $\angle C$ 的度数为 _____.

15. 在命题“对于实数 a, b , 若 \blacktriangle , 则 $a^2 < b^2$ ”的“ \blacktriangle ”处填上下面的条件之一,

- ① $a < b$; ② $|a| < b$, ③ $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} > 0$, ④ $a^4 < b^4$,

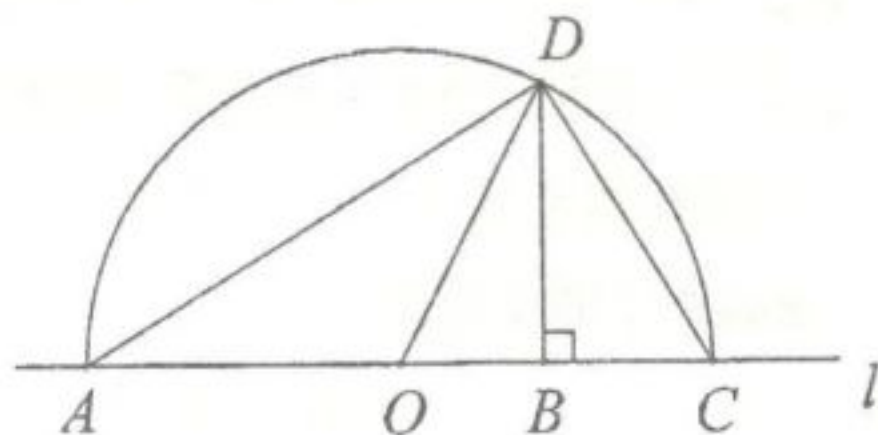
所有能使这个命题成为真命题的条件为 _____ (填序号).

16. 有一些代数问题, 我们也可以通过几何的方法进行求解, 例如下面的问题:

已知: $a > b > 0$, 求证: $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$.

经过思考, 小宇给出了几何方法的证明, 如图:

- ① 在直线 l 上依次取 $AB = a, BC = b$;
- ② 以 AC 为直径作半圆, 圆心为 O ;
- ③ 过点 B 作直线 l 的垂线, 与半圆交于点 D ;
- ④ 连接 OD .



请回答:

(1) 连接 AD, CD , 由作图的过程判断, $\angle ADC = 90^\circ$, 其依据是 _____;

(2) OD 为半圆的半径, 故 $OD = \frac{1}{2}AC = \frac{a+b}{2}$; 又在 (1) 的基础上由 $\angle ABD = 90^\circ$, 进而可证

$\triangle ABD \sim \triangle DBC$, 得 $\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{BC}$, 于是 $BD =$ _____ (用 a, b 的代数式表示);

(3) 由 $BD \perp AC$, 可知 $BD < OD$, 其依据是 _____, 由此即证明了这个不等式.



三、填空题 (本题共 52 分, 第 17-19 题, 每小题 5 分, 第 20-21 题, 每小题 6 分, 第 22 题 5 分, 第 23 题 6 分, 第 24-25 题, 每小题 7 分)

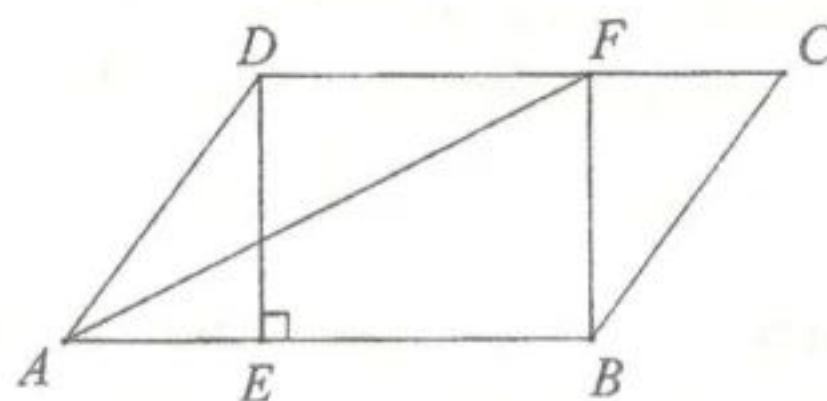
17. 计算: $2021^0 + |1 - \sqrt{3}| - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 3\tan 30^\circ$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 2(x-1) + 3 < 3x, \\ \frac{x-2}{3} + 4 > x. \end{cases}$$

19. 在平行四边形 $ABCD$ 中, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , 点 F 在边 CD 上, $DF = BE$, 连接 AF , BF .

(1) 求证: 四边形 $BFDE$ 是矩形;

(2) 若 $CF = 3$, $BF = 4$, $DF = 5$, 求证: AF 平分 $\angle DAB$.



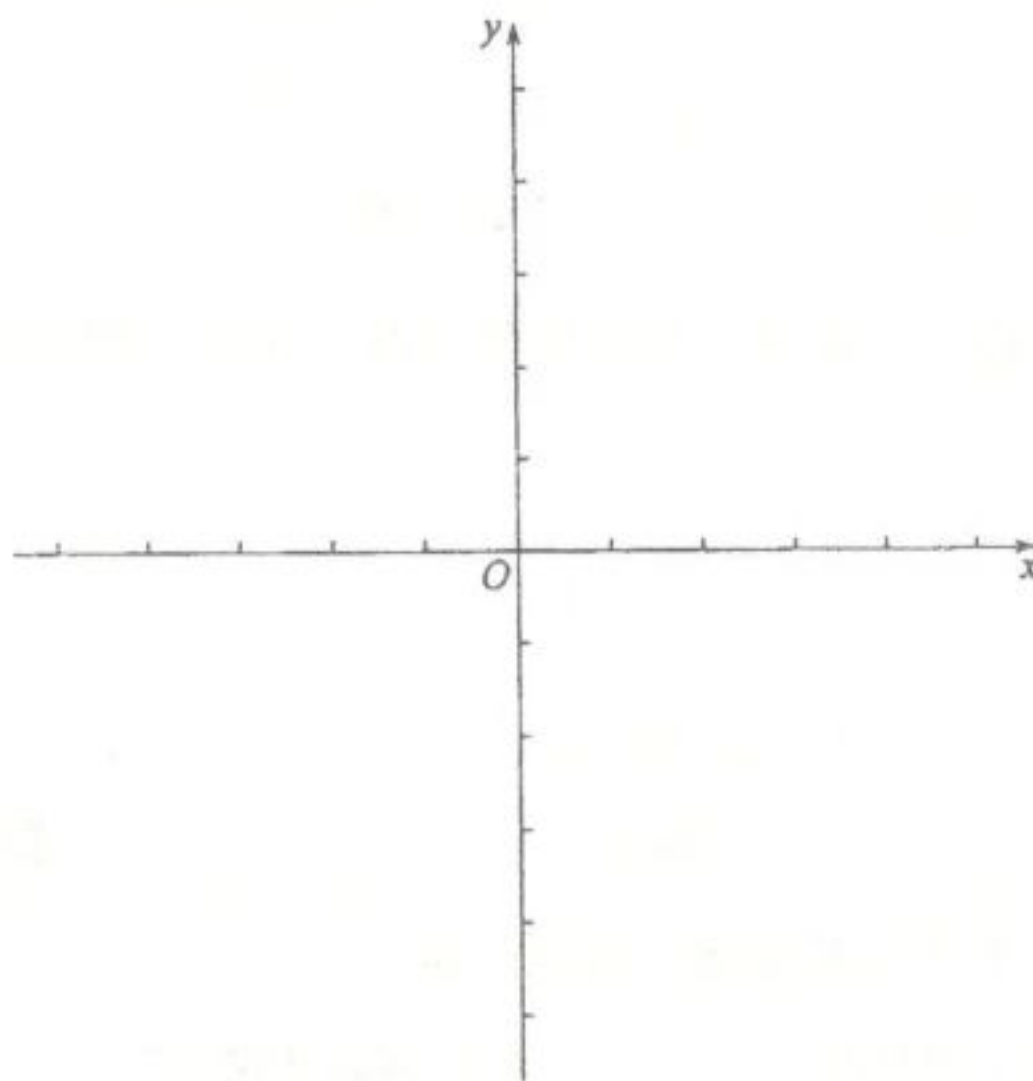
20. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(1, 4)$, $B(3, m)$.

(1) 若点 A, B 在同一个反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ 的图象上, 求 m 的值;

(2) 若点 A, B 在同一个一次函数 $y_2 = ax + b$ 的图象上,

① 若 $m = 2$, 求这个一次函数的解析式;

② 若当 $x > 3$ 时, 不等式 $mx - 1 > ax + b$ 始终成立, 结合函数图象, 直接写出 m 的取值范围.





21. 某研究所甲、乙试验田各有水稻4万个,为了考察水稻穗长的情况,研究员于同一天在这两块试验田里分别随机抽取了50个稻穗进行测量,获得了它们的长度 x (单位:cm),并对数据(穗长)进行了整理、描述和分析.下面给出了部分信息.

a. 甲试验田穗长的频数分布统计表如表1所示(不完整):

b. 乙试验田穗长的频数分布直方图如图1所示:

甲试验田穗长频数分布表

分组/cm	频数	频率
$4.5 \leq x < 5$	4	0.08
$5 \leq x < 5.5$	9	0.18
$5.5 \leq x < 6$		n
$6 \leq x < 6.5$	11	0.22
$6.5 \leq x < 7$	m	0.20
$7 \leq x < 7.5$	2	
合计	50	1.00

表1

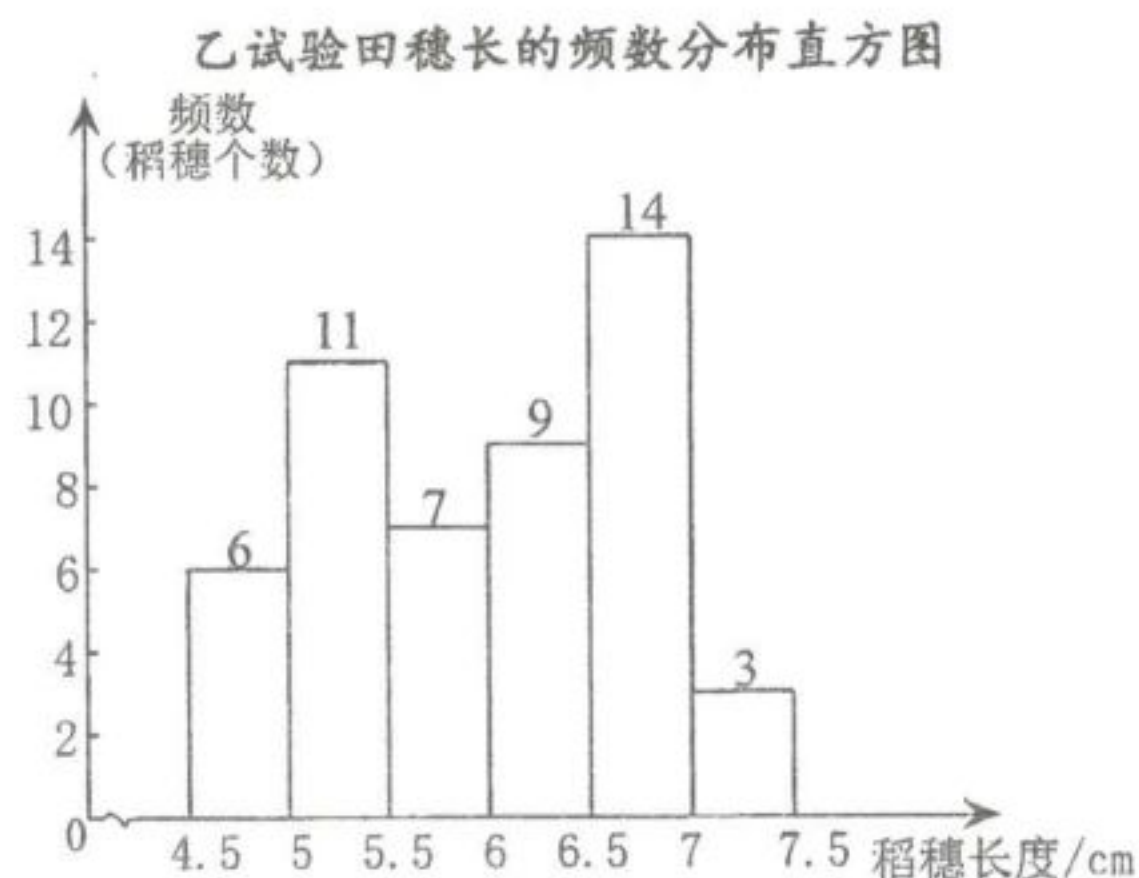


图1

c. 乙试验田穗长在 $6 \leq x < 6.5$ 这一组的是:

6.3 6.4 6.3 6.3 6.2 6.2 6.1 6.2 6.4

d. 甲、乙试验田穗长的平均数、中位数、众数、方差如下(表2):

试验田	平均数	中位数	众数	方差
甲	5.924	5.8	5.8	0.454
乙	5.924	w	6.5	0.608

根据以上信息,回答下列问题:

(1) 表1中 m 的值为_____, n 的值为_____;

(2) 表2中 w 的值为_____;

(3) 根据考察的结果,将稻穗按穗长从长到短进行排序后,穗长为5.9 cm的稻穗的穗长排名更靠前的试验田是_____,穗长较稳定的试验田是_____;(均填“甲”或“乙”)

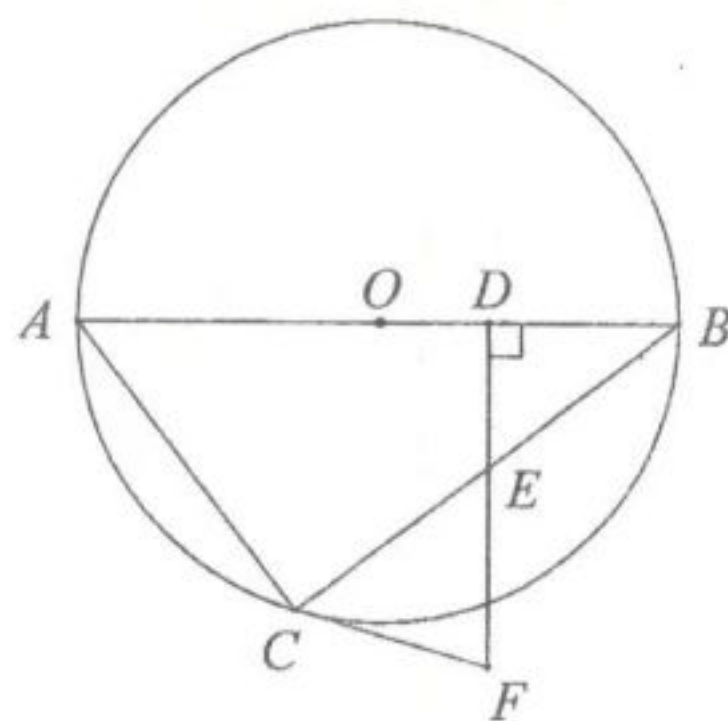
(4) 若穗长在 $5.5 \leq x < 7$ 范围内的稻穗为“良好”,请估计甲试验田所有“良好”的水稻约为_____万个.



22. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上的一点, 连接 AC, BC , D 是 AB 上的一点, 过点 D 作 AB 的垂线, 与线段 BC 交于点 E , 点 F 在线段 DE 的延长线上, 且满足 $FC=FE$.

(1) 求直线 CF 与 $\odot O$ 的公共点个数;

(2) 当点 E 恰为 BC 中点时, 若 $\odot O$ 的半径为 5, $\tan A = \frac{4}{3}$, 求线段 CF 的长.

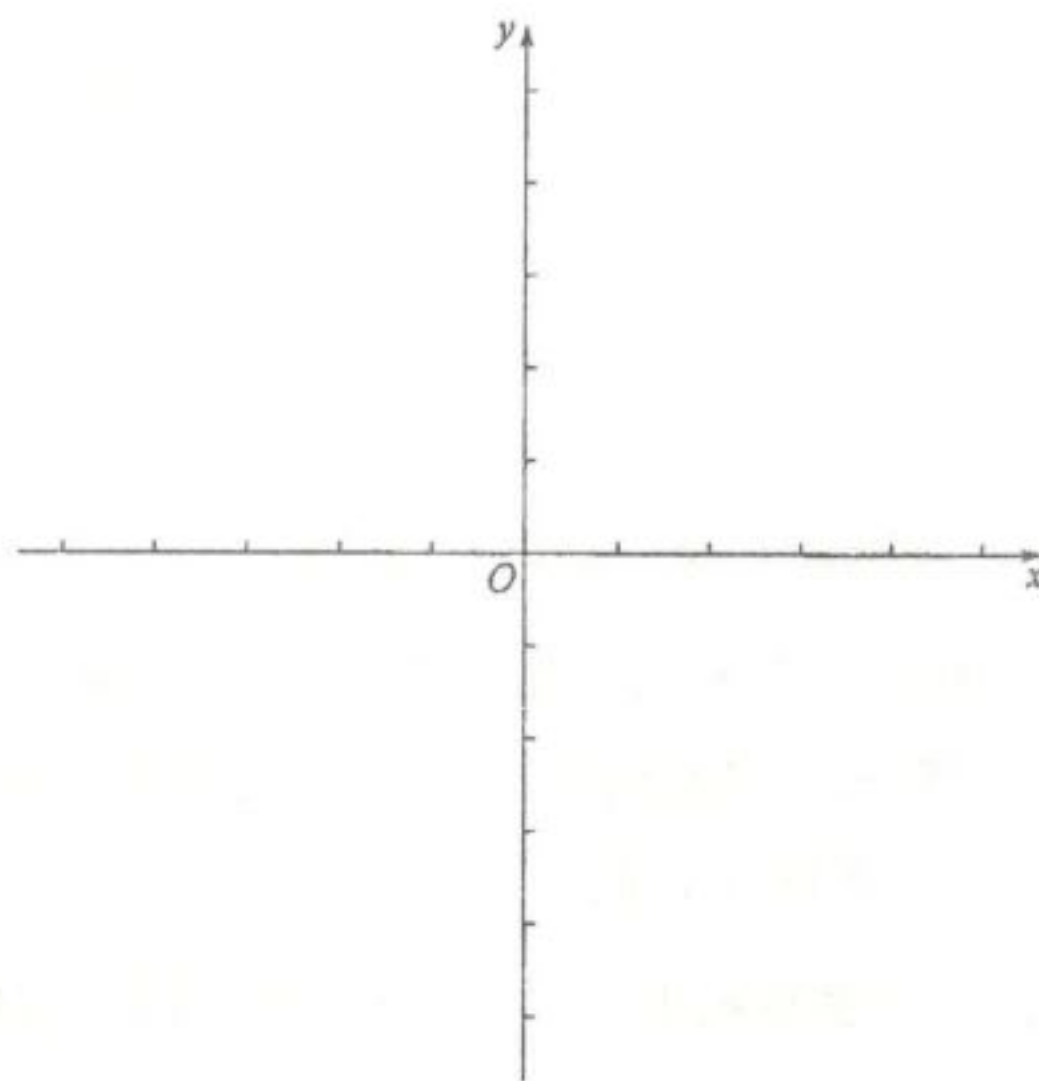


23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知二次函数 $y = ax^2 - 4ax + 3a$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于点 A, B (A 在 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C .

(1) 直接写出点 C 的坐标 (用含有 a 的代数式表示);

(2) 记 $\triangle ABC$ 的面积为 S , 判断说法: “当 $a > 0$ 时, S 与 a 满足正比例函数关系” 的正误, 并说明理由;

(3) 已知点 $P(a, 0), Q(0, a-3)$, 如果抛物线与线段 PQ 恰有一个公共点, 结合函数图象, 求 a 的取值范围.





24. 如图, $AB=AC$, $\angle BAC=90^\circ$, 过点 C 作直线 $l \perp AC$, 点 D, E 是直线 l 上的动点 (D 在 E 的右侧), 且满足 $DE=AB$, 连接 BD , $\angle ABD$ 的平分线与射线 AE 交于点 F , 与射线 AC 交于点 G .

(1) 如图 1, 当点 C 在线段 DE 上, 且 $\angle CAE=30^\circ$ 时, 若 $AB=3$, 求线段 EF 的长;

(2) 如图 2, 当点 D 在点 C 的左侧时,

① 依题意补全图形;

② 用等式表示线段 AG, CD, EF 的数量关系, 并证明.

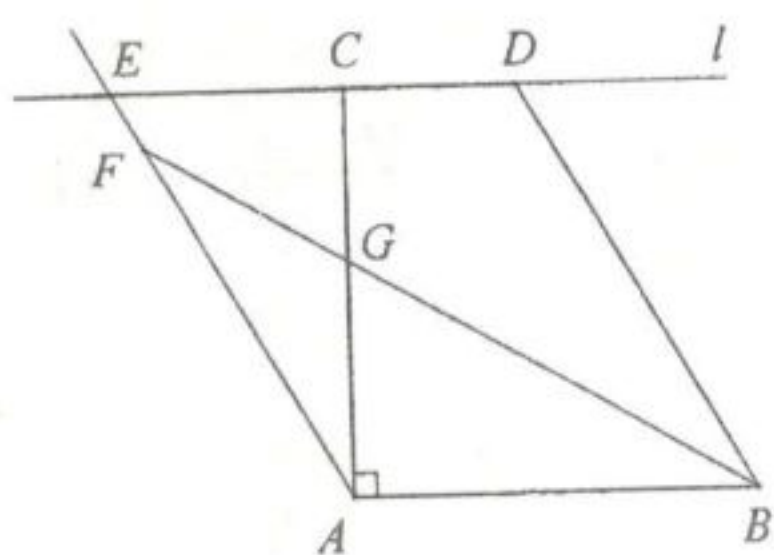


图 1

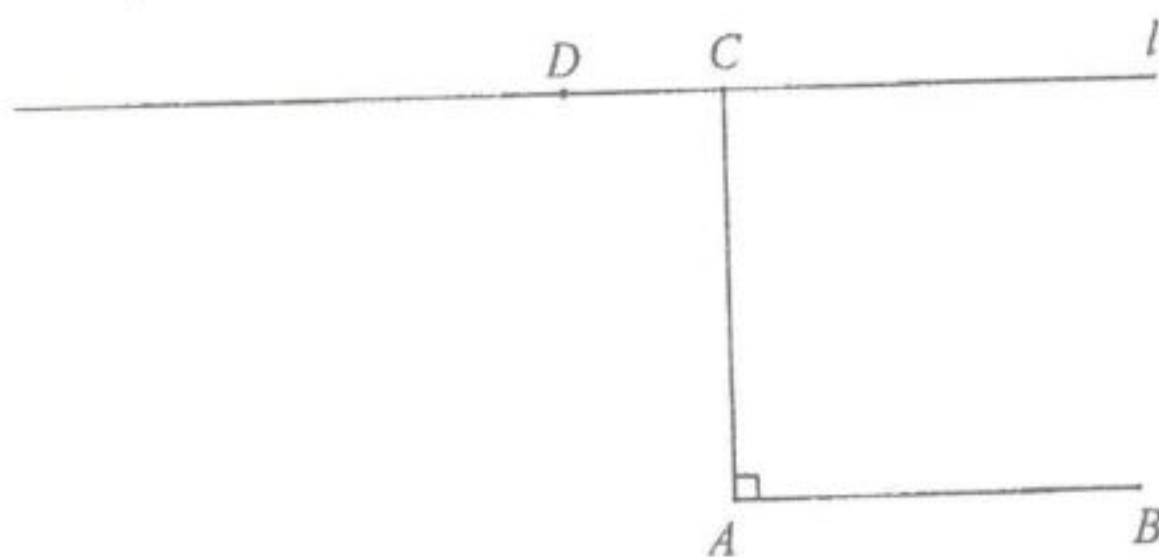
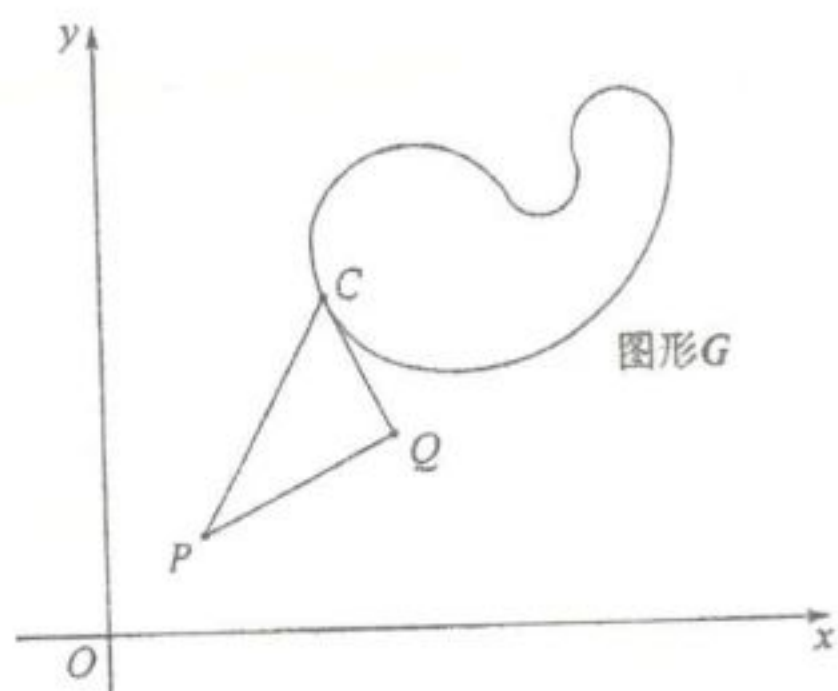


图 2

25. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 P, Q 和图形 G , 给出如下定义: 若图形 G 上存在一点 C , 使 $\angle PQC=90^\circ$, 则称点 Q 为点 P 关于图形 G 的一个“直角联络点”, 称 $\text{Rt}\triangle PCQ$ 为其对应的“联络三角形”.

下图为点 P 关于图形 G 的一个“直角联络点”及其对应的“联络三角形”的示例.



(1) 已知点 $A(4, 0), B(4, 4)$

① 在点 $Q_1(2, 2), Q_2(4, -1)$ 中, 点 O 关于点 A 的“直角联络点”是_____;

② 点 E 的坐标为 $(2, m)$, 若点 E 是点 O 关于线段 AB 的“直角联络点”, 直接写出 m 的取值范围;

(2) $\odot T$ 的圆心为 $(t, 0)$, 半径为 $\sqrt{10}$, 直线 $y=-x+2$ 与 x, y 轴分别交于 H, K 两点, 若在 $\odot T$ 上存在一点 P , 使得点 P 关于 $\odot T$ 的一个“直角联络点”在线段 HK 上, 且其对应的“联络三角形”是底边长为 2 的等腰三角形, 直接写出 t 的取值范围.