# 2022北京三帆中学初二（下）期中

# 数　学

一、选择题（每题2分，共16分）

1．若代数式$\sqrt{x-2}$在实数范围内有意义，则$x$的取值范围是(　　)

A．$x\geqslant -2$　　B．$x>-2$　　C．$x\geqslant 2$　　D．$x\leqslant 2$

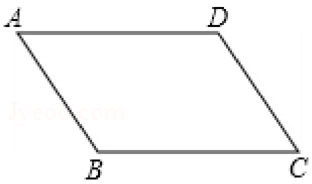
2．下列各组数中，以它们为边长的线段能构成直角三角形的是(　　)

A．1，$\sqrt{2}$，$\sqrt{5}$　　B．2，2，3　　C．4，5，6　　D．6，8，10

3．下列二次根式中，是最简二次根式的是(　　)

A．$\sqrt{\dfrac{2}{3}}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{8}$　　D．$\sqrt{49}$

4．如图，在$\square ABCD$中，$\angle A+\angle C=140^{\circ}$，则$\angle B$的度数为(　　)




A．$140^{\circ}$　　B．$120^{\circ}$　　C．$110^{\circ}$　　D．$100^{\circ}$

5．下列命题正确的是(　　)

A．一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形

B．有两个角是直角的四边形是矩形

C．对角线互相垂直的四边形是菱形

D．有一组邻边相等且有一个角是直角的平行四边形是正方形

6．已知$O$为数轴原点，如图，

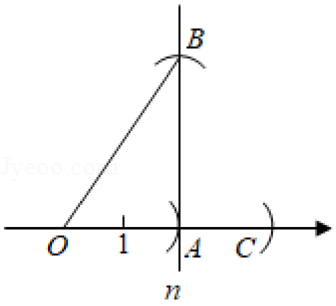
（1）在数轴上截取线段$OA=2$；

（2）过点$A$作直线$n$垂直于$OA$；

（3）在直线$n$上截取线段$AB=3$；

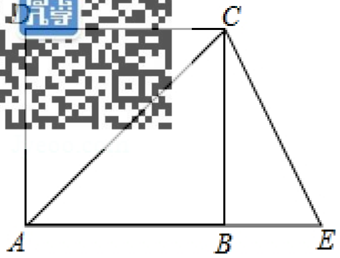
（4）以$O$为圆心，$OB$的长为半径作弧，交数轴于点$C$．

根据以上作图过程及所作图形，有如下四个结论：①$OC=5$；②$OB=\sqrt{13}$；③$3<OC<4$；④$AC=1$．上述结论中，所有正确结论的序号是(　　)




A．①②　　B．①③　　C．②③　　D．②④

7．如图，四边形 $ABCD$ 是正方形，延长 $AB$ 到 $E$，使 $AE=AC$，则 $\angle BCE$ 的大小是(　　)



A．$67.5^\circ$　　B．$22.5^\circ$　　C．$30^\circ$　　D．$45^\circ$

8．四边形 $ABCD$ 的对角线 $AC$，$BD$ 交于点 $O$，点 $M$，$N$，$P$，$Q$ 分别为边 $AB$，$BC$，$CD$，$DA$ 的中点．有下列四个推断：

①对于任意四边形 $ABCD$，四边形 $MNPQ$ 都是平行四边形；

②若四边形 $ABCD$ 是平行四边形，则 $MP$ 与 $NQ$ 交于点 $O$；

③若四边形 $ABCD$ 是矩形，则四边形 $MNPQ$ 也是矩形；

④若四边形 $MNPQ$ 是正方形，则四边形 $ABCD$ 也一定是正方形．

所有正确推断的序号是(　　)

A．①②　　B．①③　　C．②③　　D．③④

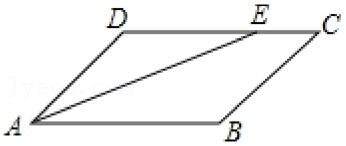
二、填空题（每题 2 分，共 16 分）

9．计算：$(\sqrt{3})^2=$_____．

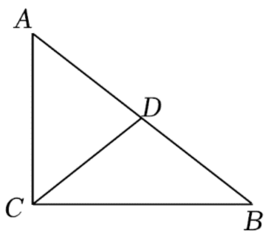
10．如果 $\sqrt{x-3}+\sqrt{y+2}=0$，那么 $xy$ 的值为_____．

11．已知一个等边三角形的边长为 2，则这个三角形的高为____．

12．如图，在▱$ABCD$ 中，$AE$ 平分 $\angle BAD$，交 $CD$ 边于 $E$，$AD=3$，$EC=2$，则 $AB$ 的长为____．

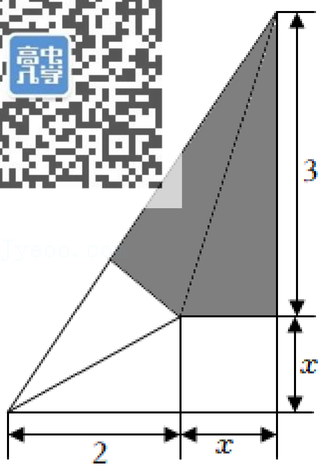


13．如图，在直角 $\Delta ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$\angle B=35^\circ$，$D$ 是 $AB$ 的中点，则 $\angle ADC$ 的度数为____．

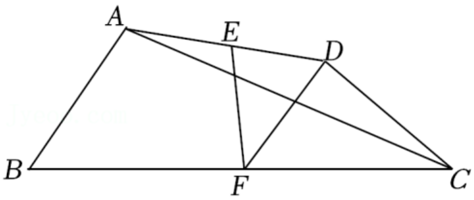


14．正方形 $ABCD$ 的顶点 $B$，$C$ 都在平面直角坐标系的 $x$ 轴上，若点 $A$ 的坐标是 $(1,3)$，则点 $C$ 的坐标为____．

15．如图，我国古代伟大的数学家刘徽将一个勾股形（古人称直角三角形为勾股形）分割成一个小正方形和两对全等的直角三角形．设小正方形边长为 $x$，两个直角三角形中较长的直角边长度分别为 2 和 3，可以列出方程：____．




16．如图，已知四边形 $ABCD$ 满足 $AB=CD=1$， $AB\perp CD$， $E$ 、 $F$ 分别为 $AD$ 和 $BC$ 的中点，则 $EF=$____.




三、解答题

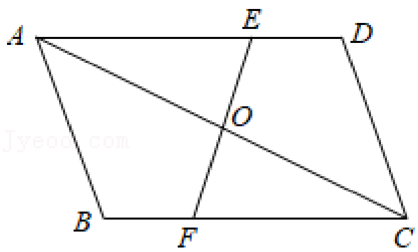
17．计算：

（1） $4\sqrt{5}+\sqrt{45}-\sqrt{8}+4\sqrt{2}$ ；

（2） $\sqrt{6}\times\sqrt{3}+\sqrt{12}\div\sqrt{3}-4\sqrt{\dfrac{1}{2}}$ .

18．若 $x=\sqrt{5}+\sqrt{3}$， $y=\sqrt{5}-\sqrt{3}$ ，求 $x^2-xy+y^2$ 的值.

19．如图，在▱$ABCD$ 中，点 $E$， $F$ 分别在 $AD$ 、 $BC$ 上，且 $AE=CF$ ，连接 $EF$， $AC$ 交于点 $O$ . 求证：$OE=OF$ .




20．下面是小明设计的“作菱形 $ABCD$ ”的尺规作图过程.

求作：菱形 $ABCD$ .

作法：①作线段 $AC$ ；

②作线段 $AC$ 的垂直平分线 $l$， 交 $AC$ 于点 $O$ ；

③在直线 $l$ 上取点 $B$ ，以 $O$ 为圆心， $OB$ 长为半径画弧，交直线 $l$ 于点 $D$ （点 $B$ 与点 $D$ 不重合）;

④连接 $AB$ 、 $BC$ 、 $CD$ 、 $DA$ .

所以四边形 $ABCD$ 为所求作的菱形.

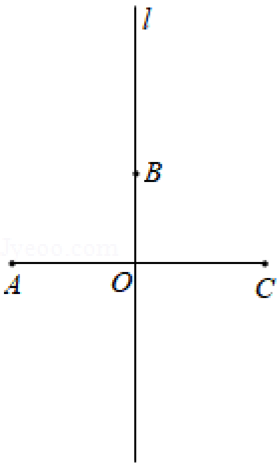
根据小明设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）

（2）完成下面的证明.

证明：∵$OA=OC$， $OB=OD$，

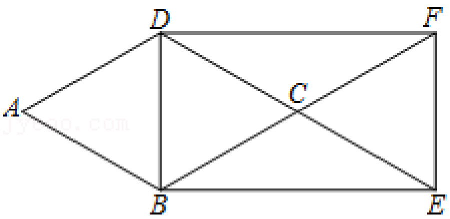
∴四边形$ABCD$为菱形(____)（填推理的依据）.




21．如图，菱形$ABCD$中，分别延长$DC$， $BC$至点$E$， $F$，使$CE=CD$， $CF=CB$，连接$DB$， $BE$， $EF$， $FD$.

（1）求证：四边形$DBEF$是矩形；

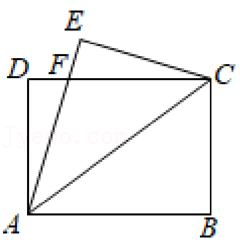
（2）若$AB=4$， $\angle A=60^{\circ}$，求矩形$DBEF$的面积.



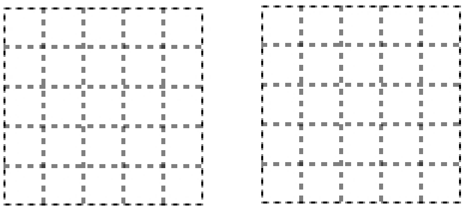

22．如图，矩形$ABCD$中， $AB=8$， $AD=6$，将矩形$ABCD$沿对角线$AC$折叠，使点$B$落在点$E$处， $AE$交$CD$于点$F$.

（1）写出折叠后的图形中的等腰三角形：____；

（2）求$CF$的长.




23．如图，正方形网格中的每个小正方形的边长都是1，每个顶点叫做格点.



（1）在图（1）中以格点为顶点画一个面积为10的正方形；

（2）在图（2）中以格点为顶点画一个三角形，使三角形三边长分别为2， $\sqrt{5}$， $\sqrt{13}$；这个三角形的面积

为____.

24．小丽根据学习“数与式”积累的经验，想通过“由特殊到一般”的方法探究下面二次根式的运算规律．

下面是小丽的探究过程，请补充完整：

（1）具体运算，发现规律，

特例$1$: $\sqrt{1+\frac{1}{3}}=\sqrt{\frac{3+1}{3}}=\sqrt{4\times\frac{1}{3}}=2\sqrt{\frac{1}{3}}$

特例$2$: $\sqrt{2+\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{8+1}{4}}=\sqrt{9\times\frac{1}{4}}=3\sqrt{\frac{1}{4}}$

特例$3$: $\sqrt{3+\frac{1}{5}}=4\sqrt{\frac{1}{5}}$

特例$4$:____．（填写一个符合上述运算特征的例子）；

（2）观察、归纳，得出猜想．

如果$n$为正整数，用含$n$的式子表示上述的运算规律为：____；

（3）证明你的猜想；

（4）应用运算规律化简：$\sqrt{2022+\frac{1}{2024}}\times\sqrt{4048}=$____．

25．已知正方形$ABCD$，点$E$是直线$BC$上一点（不与$B$，$C$重合），$\angle AEF=90^{\circ}$，$EF$交正方形外角的平分线$CF$所在的直线于点$F$．

（1）如图1，当点$E$在线段$BC$上时，

①请补全图形，并直接写出$AE$，$EF$满足的数量关系____；

②用等式表示$CD$，$CE$，$CF$满足的数量关系，并证明．

（2）当点$E$在直线$BC$上，用等式表示线段$CD$，$CE$，$CF$之间的数量关系（直接写出即可）．

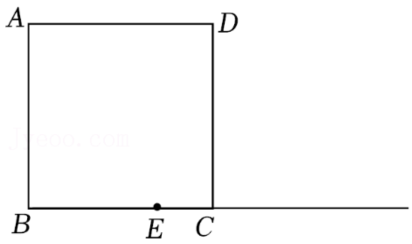
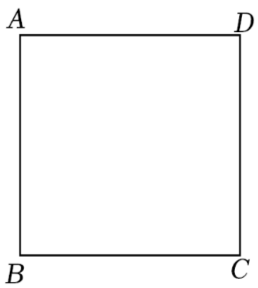
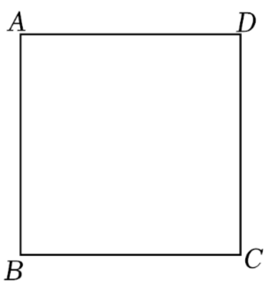



图1




备用图




备用图

26．平面直角坐标系$xOy$中，正方形$ABCD$的四个顶点坐标分别为：$A(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$，$B(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$，$C(\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$，$D(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$，$P$、$Q$是这个正方形外两点，且$PQ=1$．给出如下定义：记线段$PQ$的中点为$T$，平移线段$PQ$得到线段$P'Q'$（其中$P'$，$Q'$分别是点$P$，$Q$的对应点），记线段$P'Q'$的中点为$T$．若点$P'$和$Q'$分别落在正方形$ABCD$的一组邻边上，或线段$P'Q'$与正方形$ABCD$的一边重合，则称线段$TT'$长度的最小值为线段$PQ$到正方形$ABCD$的“回归距离”，称此时的点$T'$为线段$PQ$到正方形$ABCD$的“回归点”．

（1）如图1，平移线段$PQ$，得到正方形$ABCD$内两条长度为1的线段$P_1Q_1$和$P_2Q_2$，这两条线段的位置关系为____；若$T_1$，$T_2$分别为$P_1Q_1$和$P_2Q_2$的中点，则点____（填$T_1$或$T_2$）为线段$PQ$到正方形$ABCD$的“回归点”；

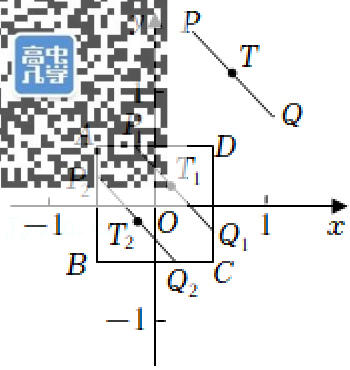


图1

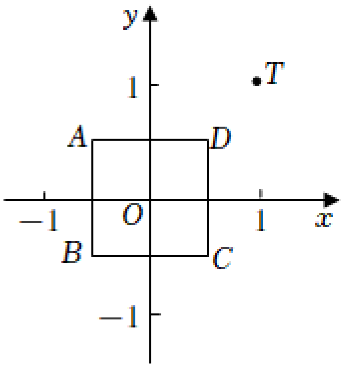


图2

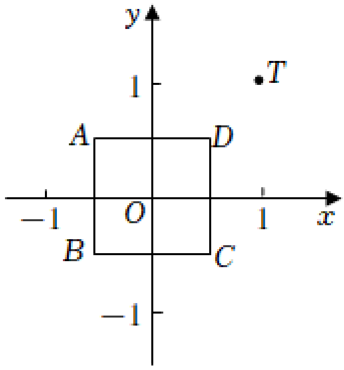


图3

（2）若线段 $PQ$ 的中点 $T$ 的坐标为 $(1,1)$，记线段 $PQ$ 到正方形 $ABCD$ 的“回归距离”为 $d_1$，请直接写出 $d_1$ 的最小值：____，并在图 2 中画出此时线段 $PQ$ 到正方形 $ABCD$ 的“回归点” $T'$（画出一种情况即可）；

（3）请在图 3 中画出所有符合题意的线段 $PQ$ 到正方形 $ABCD$ 的“回归点”组成的图形.

# 参考答案

一、选择题（每题 2 分，共 16 分）

1.【分析】根据二次根式的性质，被开方数大于等于 0，就可以求解.

【解答】解：根据题意得：$x-2\geqslant 0$，

解得 $x\geqslant 2$.

故选：$C$.

【点评】本题考查了二次根式有意义的条件，知识点为：二次根式的被开方数是非负数.

2.【分析】根据勾股定理的逆定理进行计算，即可解答.

【解答】解：$A$、$\because 1^2+(\sqrt{2})^2=3$，$(\sqrt{5})^2=5$，

$\therefore 1^2+(\sqrt{2})^2\neq(\sqrt{5})^2$，

$\therefore$以 1，$\sqrt{2}$，$\sqrt{5}$ 作为三角形的三边长，不能构成直角三角形，

故 $A$ 不符合题意；

$B$、$\because 2^2+2^2=8$，$3^2=9$，

$\therefore 2^2+2^2\neq 3^2$，

$\therefore$以 2，2，3 作为三角形的三边长，不能构成直角三角形，

故 $B$ 不符合题意；

$C$、$\because 4^2+5^2=41$，$6^2=36$，

$\therefore 4^2+5^2\neq 6^2$，

$\therefore$以 4，5，6 作为三角形的三边长，不能构成直角三角形，

故 $C$ 不符合题意；

$D$、$\because 6^2+8^2=100$，$10^2=100$，

$\therefore 6^2+8^2=10^2$，

$\therefore$以 6，8，10 作为三角形的三边长，能构成直角三角形，

故 $D$ 符合题意；

故选：$D$.

【点评】本题考查了勾股定理的逆定理，熟练掌握勾股定理的逆定理是解题的关键.

3.【分析】根据最简二次根式的概念判断即可.

【解答】解：$A$ 选项，原式$=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，故该选项不符合题意；

$B$ 选项，$\sqrt{2}$ 是最简二次根式，故该选项符合题意；

$C$ 选项，原式$=2\sqrt{2}$，故该选项不符合题意；

$D$ 选项，原式$=7$，故该选项不符合题意；

故选：$B$.

【点评】本题考查了最简二次根式，掌握最简二次根式的概念：（1）被开方数不含分母；（2）被开方数中不含能开得尽方的因数或因式是解题的关键.

4.【分析】由平行四边形的性质可得$\angle A=\angle C$，$\angle A+\angle B=180^{\circ}$，即可求$\angle B$的度数.

【解答】解：$\because$四边形$ABCD$是平行四边形

$\therefore \angle A=\angle C$，$\angle A+\angle B=180^{\circ}$，且$\angle A+\angle C=140^{\circ}$

$\therefore \angle A=70^{\circ}$

$\therefore \angle B=110^{\circ}$

故选：$C$.

【点评】本题考查了平行四边形的性质，掌握平行四边形的性质是本题的关键.

5.【分析】利用平行四边形、矩形、菱形及正方形的判定方法分别判断后即可确定正确的选项.

【解答】解：$A$、一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形也可能是等腰梯形，故错误，不符合题意；

$B$、有三个角是直角的四边形是矩形，故错误，不符合题意；

$C$、对角线互相垂直的平行四边形是菱形，故错误，不符合题意；

$D$、有一组邻边相等且有一个角是直角的平行四边形是正方形，正确，符合题意.

故选$D$.

【点评】考查了命题与定理的知识，解题的关键是了解平行四边形、矩形、菱形及正方形的判定方法，难度不大.

6.【分析】由勾股定理求得$OB$，进而得$OC$，$AC$，再判断结论的正误.

【解答】解：根据题意得，$OA=2$，$AB=3$，$\angle OAB=90^{\circ}$，

$\therefore OB=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，

故②正确；

$\because OC=OB$，

$\therefore OC=\sqrt{13}$，

$\therefore$③正确，①错误；

$\therefore AC=OC-OA=\sqrt{13}-2\neq 1$，

故④错误；

故选：$C$.

【点评】本题主要考查了勾股定理，数轴与实数的对应关系，关键是由勾股定理求得$OB$.

7.【分析】由四边形$ABCD$是正方形，即可求得$\angle BAC=\angle ACB=45^{\circ}$，又由$AE=AC$，根据等边对等角与三角形内角和等于$180^{\circ}$，即可求得$\angle ACE$的度数，又由$\angle BCE=\angle ACE-\angle ACB$，即可求得答案.

【解答】解：$\because$四边形$ABCD$是正方形，

$\therefore \angle BAC=\angle ACB=45^{\circ}$，

$\because AE=AC$，

$\therefore \angle ACE=\angle E=\dfrac{180^{\circ}-45^{\circ}}{2}=67.5^{\circ}$，

$\therefore \angle BCE=\angle ACE-\angle ACB=67.5^{\circ}-45^{\circ}=22.5^{\circ}$.

故选：$B$.

【点评】此题考查了正方形的性质与等腰三角形的性质．此题难度不大，解题的关键是注意数形结合思想的应用，注意特殊图形的性质.

8.【分析】根据三角形中位线定理、平行四边形、矩形、菱形、正方形的判定定理判断即可.

【解答】解：①$\because$点$M$，$N$，$P$，$Q$分别为边$AB$，$BC$，$CD$，$DA$的中点，

$\therefore MN$是$\Delta ABC$的中位线，$PQ$是$\Delta ADC$的中位线，$MQ$是$\Delta ABD$的中位线，$PN$是$\Delta BCD$的中位线，

$\therefore MN//AC$，$MN=\frac{1}{2}AC$，$PQ//AC$，$PQ=\frac{1}{2}AC$，$MQ=\frac{1}{2}BD$，

$\therefore MN//PQ$，$MN=PQ$，

$\therefore$四边形$MNPQ$是平行四边形，①正确；

②$\because$四边形$MNPQ$是平行四边形，四边形$ABNQ$是平行四边形，

$\therefore MP$与$NQ$互相平分，

$\therefore NQ$的中点就是$AC$的中点，

则$MP$与$NQ$交于点$O$，②正确；

③若四边形$ABCD$是矩形，则$AC=BD$，

$\therefore MN=MQ$，

$\therefore$四边形$MNPQ$是菱形，不是矩形；③不正确；

④$\because$四边形$ABCD$中，若$AC=BD$，$AC\perp BD$，

则四边形$MNPQ$是正方形，

$\therefore$若四边形$MNPQ$是正方形，则四边形$ABCD$不一定是正方形，④不正确；

故选：$A$.

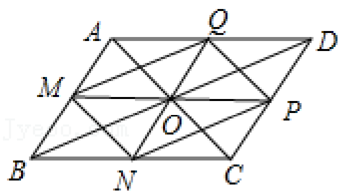


图 2

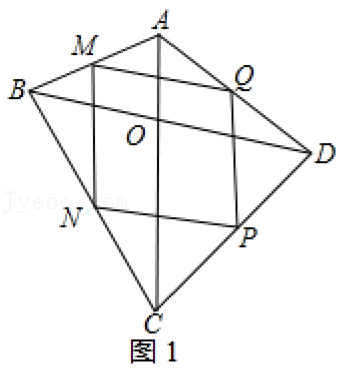


图 1

【点评】本题考查的是平行四边形的判定与性质、矩形的性质、菱形的判定、正方形的判定与性质，熟练掌握三角形中位线定理、平行四边形的判定与性质是解题的关键.

二、填空题（每题 2 分，共 16 分）

9.【分析】原式利用平方根的性质判断即可.

【解答】解：原式$=3$，

故答案为：3

【点评】本题考查了二次根式的乘除法，熟练掌握平方根性质是解本题的关键.

10.【分析】根据非负数的性质求出 $x$、$y$，计算即可.

【解答】解：由题意得，$x-3=0$，$y+2=0$，

解得，$x=3$，$y=-2$，

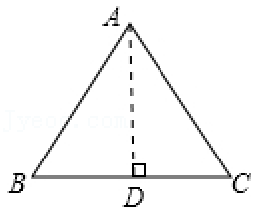
则 $xy=-6$，

故答案为：$-6$.

【点评】本题考查的是非负数的性质，掌握非负数之和等于0时，各项都等于0是解题的关键.

11.【分析】根据等边三角形三线合一的性质可得 $D$ 为 $BC$ 的中点，即 $BD=CD$，在直角三角形 $ABD$ 中，已知 $AB$、$BD$，根据勾股定理即可求得 $AD$ 的长.

【解答】解：如图，




等边三角形高线即中线，$AB=2$，

$\therefore BD=CD=1$，

在 Rt$\Delta$ABD 中，$AB=2$，$BD=1$，

$\therefore$ 由勾股定理得，$AD=\sqrt{3}$.

故答案为：$\sqrt{3}$.

【点评】本题考查的是等边三角形的性质，熟知等边三角形"三线合一"的性质是解题的关键.

12.【分析】首先证明 $DA=DE$，再根据平行四边形的性质即可解决问题.

【解答】解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore BA//CD$，$AB=CD$，

$\therefore \angle DEA=\angle EAB$，

$\because AE$ 平分 $\angle DAB$，

$\therefore \angle DAE=\angle EAB$，

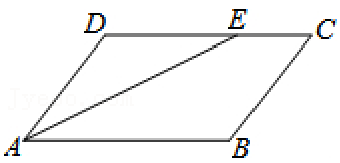
$\therefore \angle DAE=\angle DEA$，

$\therefore DE=AD=3$，

$\therefore CD=CE+DE=2+3=5$，

$\therefore AB=5$.

故答案为：5.




【点评】本题考查平行四边形的性质，等腰三角形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活应用这些知识解决问题，属于中考常考题型.

13.【分析】根据直角三角形斜边上的中线求出 $CD = BD$，根据等腰三角形的性质求出 $\angle DCB = \angle B$，再根据三角形的外角性质求出答案即可.

【解答】解：$\because \angle ACB = 90^\circ$， $D$ 为 $AB$ 的中点，

$\therefore CD = BD$，

$\therefore \angle DCB = \angle B$，

$\because \angle B = 35^\circ$，

$\therefore \angle DCB = 35^\circ$，

$\therefore \angle ADC = \angle B + \angle DCB = 70^\circ$，

故答案为： $70^\circ$ .

【点评】本题考查了直角三角形斜边上的中线性质，等腰三角形的性质，三角形的外角性质等知识点，能灵活运用定理进行推理是解此题的关键.

14.【分析】根据点 $A$ 的坐标求出正方形的边长与 $OB$ 的长度，再求出 $OC$ 的长，然后写出点 $C$ 的坐标即可.

【解答】解：$\because$ 点 $A$ 的坐标是 $(1,3)$，

$\therefore BC = AB = 3$， $OB = 1$，

当 $C$ 点在 $B$ 点右边时，则 $OC = OB + BC = 4$，

此时， $C(4,0)$，

当 $C$ 点在 $B$ 点左边时，则 $OC = BC - OB = 2$，

此时， $C(-2,0)$，

$\therefore$ 点 $C$ 的坐标为 $(4,0)$ 或 $(-2,0)$ .

故答案为： $(4,0)$ 或 $(-2,0)$ .

【点评】本题考查了坐标与图形性质，主要利用了正方形的性质，根据点 $A$ 的坐标求出正方形的边长是解题的关键.

15.【分析】根据全等三角形的性质求出勾股形的斜边长，根据勾股定理列出方程即可.

【解答】解：由全等的性质可知，勾股形的斜边长为： $3 + 2 = 5$，

由勾股定理得： $(2 + x)^2 + (3 + x)^2 = 5^2$，

故答案为： $(2 + x)^2 + (3 + x)^2 = 5^2$ .

【点评】本题考查的是勾股定理、全等三角形的性质，如果直角三角形的两条直角边长分别是 $a$， $b$，斜边长为 $c$，那么 $a^2 + b^2 = c^2$ .

16.【分析】连接 $BD$，取 $BD$ 的中点 $G$，连接 $GE$ 、 $GF$，根据三角形中位线定理分别求出 $EG$ 、 $FG$，根据平行线的性质证明 $\angle EGF = 90^\circ$，根据勾股定理计算，得到答案.

【解答】解：连接 $BD$，取 $BD$ 的中点 $G$，连接 $GE$ 、 $GF$，

$\because DE = EA$， $DG = GB$，

$\therefore EG // AB$， $EG = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{1}{2}$，

$\therefore \angle EGD = \angle ABD$，

同理可得，$FG//CD$，$FG=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}$，

$\therefore \angle DGF+\angle BDC=180^{\circ}$，

$\therefore \angle DGF=\angle DBC+\angle DCB$，

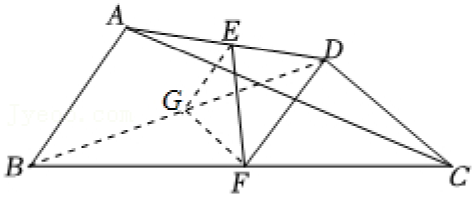
$\because AB\perp CD$，

$\therefore \angle ABC+\angle DCB=90^{\circ}$，

$\therefore \angle EGD+\angle DGF=90^{\circ}$，即$\angle EGF=90^{\circ}$，

$\therefore EF=\sqrt{2}EG=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

故答案为：$\frac{\sqrt{2}}{2}$．




【点评】本题考查的是三角形中位线定理、直角三角形斜边上的中线的性质，掌握三角形中位线平行于第三边且等于第三边的一半是解题的关键．

三、解答题

17．【分析】（1）直接利用二次根式的性质化简，进而合并得出答案；

（2）直接利用二次根式的乘除运算法则计算，进而合并得出答案．

【解答】解：（1）原式$=4\sqrt{5}+3\sqrt{5}-2\sqrt{2}+4\sqrt{2}$

$=7\sqrt{5}+2\sqrt{2}$；

（2）原式$=3\sqrt{2}+2-4\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=3\sqrt{2}+2-2\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}+2$．

【点评】此题主要考查了二次根式的混合运算，正确掌握相关运算法则是解题关键．

18．【分析】由$x$与$y$的值，求出$x+y$与$xy$的值，原式利用完全平方公式变形，将各自的值代入计算即可求出值．

【解答】解：$\because x=\sqrt{5}+\sqrt{3}$，$y=\sqrt{5}-\sqrt{3}$，

$\therefore x+y=2\sqrt{5}$，$xy=(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})=2$，

$\therefore$原式$=(x+y)^{2}-3xy=20-6=14$．

【点评】此题考查了二次根式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

19．【分析】利用$AAS$证得$\Delta AEO\cong\Delta CFO$后即可证得结论．

【解答】证明：$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore AD//BC$，

$\therefore \angle AEO=\angle CFO$，

在 $\Delta AEO$ 和 $\Delta CFO$ 中，

$\begin{cases}\angle AOE=\angle COF \\ \angle AEO=\angle CFO \\ AE=CF\end{cases}$，

$\therefore \Delta AEO\cong\Delta CFO(AAS)$，

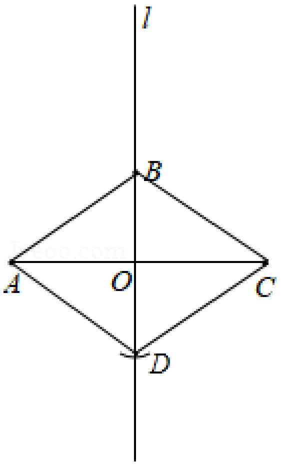
$\therefore OE=OF$ .

【点评】本题考查了平行四边形的性质及全等三角形的判定与性质，解题的关键是证得 $\Delta AEO$ 和 $\Delta CFO$ 全等，难度不大．

20．【分析】（1）根据几何语言画出对应的几何图形；

（2）先证明四边形 $ABCD$ 为平行四边形，然后利用对角线垂直可判断四边形 $ABCD$ 为菱形．

【解答】解：（1）如图，四边形 $ABCD$ 为所作；




（2）完成下面的证明．

证明：$\because OA=OC$， $OB=OD$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$\because BD\perp AC$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为菱形（对角线互相垂直的平行四边形为菱形）．

故答案为四边形 $ABCD$ 为平行四边形， $BD\perp AC$ ，对角线互相垂直的平行四边形为菱形．

【点评】本题考查了作图 $-$ 复杂作图：复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法．解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．也考查了菱形的判定．

21．【分析】（1）根据菱形的性质得出 $CE=CD$， $CF=CB$，再根据矩形的判定证明即可．

（2）连接 $AC$ ，利用矩形和菱形的性质得出 $BD$ 与 $DF$ 的长即可．

【解答】（1）证明：$\because CE=CD$， $CF=CB$，

$\therefore$ 四边形 $DBEF$ 是平行四边形．

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

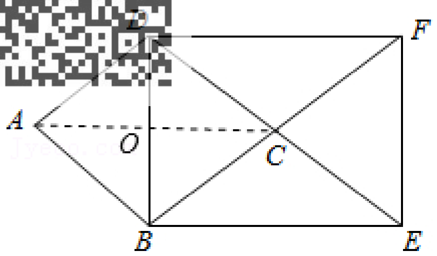
$\therefore CD=CB$ .

$\therefore CE=CF$ ，

$\therefore BF=DE$，

∴四边形 $DBEF$ 是矩形．

（2）解：连接 $AC$，




∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AC \perp BD$， $OD = OB$， $OC = OA$， $\angle OAD = \angle BAC = 30^\circ$，

$\therefore OD = OB = 2$， $OC = OD = 2\sqrt{3}$，

$\therefore BD = 4$，

由（1）得四边形 $DBEF$ 是矩形，

$\therefore DF \perp BD$，

$\therefore AC // DF$，

$\therefore OC = \dfrac{1}{2}DF$，

$\therefore DF = 2OC = 4\sqrt{3}$，

$\therefore$矩形 $DBEF$ 的面积$= BD \cdot DF = 4 \times 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$．

【点评】此题考查的是矩形的判定与性质、菱形的性质等知识，正确作出辅助线是解决此题的关键．

22．【分析】（1）依据折叠的性质以及平行线的性质，即可得到 $AF = CF$，进而得出 $\Delta ACF$ 是等腰三角形；

（2）设 $CF = x$，则 $AF = x$， $DF = 8 - x$，依据勾股定理即可得到 $x$ 的值．

【解答】解：（1）由折叠可得， $\angle BAC = \angle EAC$，

在矩形 $ABCD$ 中， $AB // CD$，

$\therefore \angle BAC = \angle DCA$，

$\therefore \angle EAC = \angle DCA$，

$\therefore AF = CF$，

$\therefore \Delta ACF$ 是等腰三角形，

故答案为： $\Delta ACF$；

（2）设 $CF = x$，则 $AF = x$， $DF = 8 - x$，

$\because \angle D = 90^\circ$，

$\therefore$ Rt$\Delta$ADF 中， $AD^2 + DF^2 = AF^2$，

即 $6^2 + (8 - x)^2 = x^2$，

解得 $x = \dfrac{25}{4}$，

$\therefore CF = \dfrac{25}{4}$．

【点评】本题主要考查了折叠问题，等腰三角形的判定与性质，矩形的性质，解题关键是常常设要求的线段长为

然后根据折叠和轴对称的性质用含 $x$ 的代数式表示其他线段的长度，选择适当的直角三角形，运用勾股定理列出方程求出答案.

23.【分析】（1）根据正方形的面积为10可得正方形边长为$\sqrt{10}$，画一个边长为$\sqrt{10}$正方形即可；

（2）根据勾股定理和已知画出符合条件的三角形即可.

【解答】解：（1）面积为10的正方形的边长为$\sqrt{10}$，

$\because \sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$，

$\therefore$如图1所示的四边形即为所求；

（2）$\because \sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，

$\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，

$\therefore$如图2所示的三角形即为所求

这个三角形的面积$=\dfrac{1}{2}\times 2\times 2=2$；

故答案为：2.

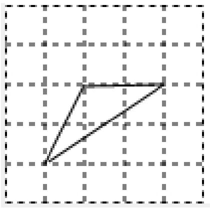


图2

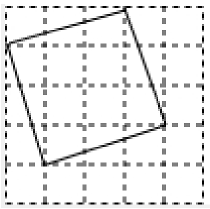


图1

【点评】本题考查了正方形的性质、勾股定理；熟练掌握正方形的性质，运用勾股定理得出有关线段长是解决问题的关键.

24.【分析】(1）根据所给的特例的形式进行求解即可；

（2）分析所给的等式的形式进行总结即可；

（3）对（2）的等式的左边进行整理，即可求证；

（4）利用（2）中的规律进行求解即可.

【解答】解：(1）由题意得：$\sqrt{4+\dfrac{1}{6}}=5\sqrt{\dfrac{1}{6}}$，

故答案为：$\sqrt{4+\dfrac{1}{6}}=5\sqrt{\dfrac{1}{6}}$；

（2）$\because$例1:$\sqrt{1+\dfrac{1}{3}}=\sqrt{\dfrac{3+1}{3}}=\sqrt{4\times\dfrac{1}{3}}=2\sqrt{\dfrac{1}{3}}$

特例2:$\sqrt{2+\dfrac{1}{4}}=\sqrt{\dfrac{8+1}{4}}=\sqrt{9\times\dfrac{1}{4}}=3\sqrt{\dfrac{1}{4}}$

特例3：$\sqrt{3+\frac{1}{5}}=4\sqrt{\frac{1}{5}}$

……

$\therefore$用含$n$的式子表示为：$\sqrt{n+\frac{1}{n+2}}=(n+1)\sqrt{\frac{1}{n+2}}$，

故答案为：$\sqrt{n+\frac{1}{n+2}}=(n+1)\sqrt{\frac{1}{n+2}}$；

（3）等式左边$=\sqrt{\frac{n^2+2n+1}{n+2}}=\sqrt{\frac{(n+1)^2}{n+2}}=(n+1)\sqrt{\frac{1}{n+2}}=$右边，

故猜想成立；

（4）$\sqrt{2022+\frac{1}{2024}}\times\sqrt{4048}$

$=2023\sqrt{\frac{1}{2024}}\times\sqrt{2\times 2024}$

$=2023\sqrt{2}$．

故答案为：$2023\sqrt{2}$．

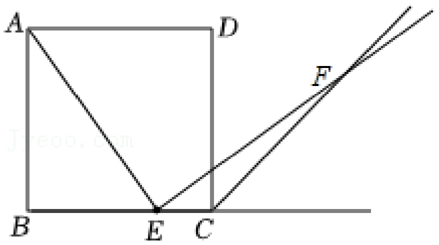
【点评】本题主要考查二次根式混合运算，数字的变化规律，解答的关键是由所给的式子总结出存在的规律．

25．【分析】(1）①根据题意补全图形，在$AB$上截取$BM=BE$，连接$ME$，根据$ASA$证$\Delta AME\cong\Delta ECF$即可得出结论；

②根据$\Delta BEM$是等腰直角三角形，得出$BM=\frac{\sqrt{2}}{2}CF$，根据$\Delta AME\cong\Delta ECF$即可得出结论；

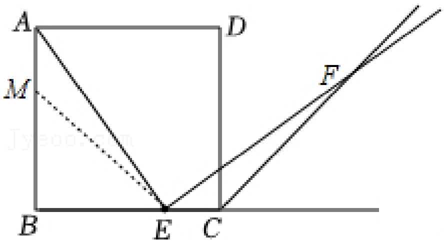
（2）分点$E$在线段$BC$上，$E$点在$BC$延长线上，$E$点在$CB$延长线上三种情况，构造全等三角形同理（1）得出结论即可．

【解答】解：(1）①根据题意补全图形如下：




$AE=EF$，理由如下：

在$AB$上截取$BM=BE$，连接$ME$，




$\because$四边形$ABCD$是正方形，

$\therefore AB=BC$，$\angle ABC=\angle BCD=90^\circ$，

$\because \angle BAE + \angle AEB = 90^\circ$，

$\therefore BM = BE$

$\therefore \Delta BEM$ 是等腰直角三角形， $AM = EC$，

$\therefore \angle BME = 45^\circ$，

$\therefore \angle AME = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$，

$\because EF \perp AE$，

$\therefore \angle AEF = 90^\circ$，

$\therefore \angle AEB + \angle CEF = 90^\circ$，

$\therefore \angle BAE = \angle CEF$，

$\because \angle DCG = 180^\circ - \angle BCD = 90^\circ$， $CF$ 平分 $\angle DCG$，

$\therefore \angle DCF = \angle GCF = 45^\circ$，

$\therefore \angle ECF = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$，

$\therefore \angle AME = \angle ECF = 135^\circ$，

在 $\Delta AME$ 和 $\Delta ECF$ 中，

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle CEF \\ AM = CE \\ \angle AME = \angle ECF \end{cases}，$$

$\therefore \Delta AME \cong \Delta ECF(ASA)$，

$\therefore AE = EF$，

故答案为： $AE = EF$；

②$CE + \dfrac{\sqrt{2}}{2}CF = CD$，证明如下：

由①知， $\Delta AME \cong \Delta ECF$，

$\therefore ME = CF$，

$\because \Delta BEM$ 是等腰直角三角形，

$\therefore BM = BE = \dfrac{\sqrt{2}}{2}ME$，

$\therefore BM = \dfrac{\sqrt{2}}{2}CF$，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AB = CD$，

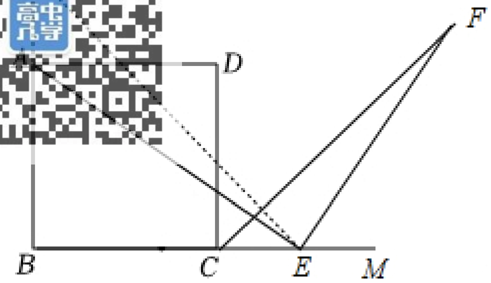
$\because AM + BM = AB$，

$\therefore CE + \dfrac{\sqrt{2}}{2}CF = CD$；

（2）若点 $E$ 在直线 $BC$ 上分以下三种情况：

①由（1）知，当 $E$ 点在线段 $BC$ 上时， $CE + \dfrac{\sqrt{2}}{2}CF = CD$；

②当 $E$ 点在 $BC$ 延长线上时，延长 $BA$ 至 $H$， 使 $AH = CE$， 连接 $HE$，




$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle B = 90^\circ$， $AB = BC$，

$\therefore BH = BE$， $\angle BAE + \angle AEB = 90^\circ$，

$\therefore \Delta BEH$ 是等腰直角三角形，

$\therefore \angle H = 45^\circ$， $BH = BE = \dfrac{\sqrt{2}}{2} HE$，

$\because CF$ 平分 $\angle DCE$，

$\therefore \angle ECF = \dfrac{1}{2} \angle DCE = 45^\circ$，

$\therefore \angle H = \angle CEF = 45^\circ$，

$\because \angle AEF = 90^\circ$，

$\therefore \angle AEB + \angle FEM = 90^\circ$，

$\therefore \angle BAE = \angle FEM$，

$\because \angle BAE$ 是 $\Delta AEH$ 的外角， $\angle FEM$ 是 $\Delta CEF$ 的外角，

$\therefore \angle HAE = \angle CEF$，

在 $\Delta AEH$ 和 $\Delta EFC$ 中，

$$\begin{cases} \angle H = \angle ECF \\ AH = CE \\ \angle HAE = \angle CEF \end{cases},$$

$\therefore \Delta AEH \cong \Delta EFC(ASA)$，

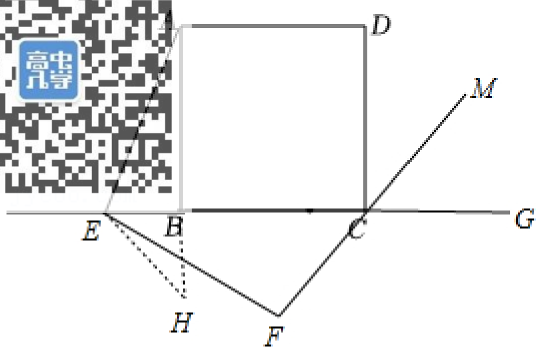
$\therefore HE = CF$，

$\therefore BH = \dfrac{\sqrt{2}}{2} CF$，

$\because BH - AH = AB$， $AB = CD$，

$\therefore \dfrac{\sqrt{2}}{2} CF - CE = CD$；

③当 $E$ 点在 $CB$ 延长线上时，如下图：延长 $AB$ 至 $H$， 使 $BH = BE$， 连接 $EH$，




$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle B = 90°$， $AB = BC$，

$\therefore BH = BE$， $\angle BAE + \angle AEB = 90°$，

$\therefore \Delta BEH$ 是等腰直角三角形，

$\therefore \angle H = 45°$， $BH = BE = \frac{\sqrt{2}}{2}HE$，

$\because CF$ 平分 $\angle DCG$，

$\therefore \angle MCG = \frac{1}{2}\angle DCG = 45°$，

$\therefore \angle H = \angle ECF = 45°$，

$\because \angle ABE = 90°$，

$\therefore \angle BAE + \angle AEB = 90°$，

$\because \angle AEB + \angle CEF = 90°$，

$\therefore \angle BAE = \angle CEF$，

在 $\Delta AEH$ 和 $\Delta EFC$ 中，

$$\begin{cases} \angle H = \angle ECF \\ AH = CE \\ \angle HAE = \angle CEF \end{cases}，$$

$\therefore \Delta AEH \cong \Delta EFC(ASA)$，

$\therefore HE = CF$，

$\therefore BE = BH = \frac{\sqrt{2}}{2}CF$，

$\because CE - BE = BC$， $BC = CD$，

$\therefore CE - \frac{\sqrt{2}}{2}CF = CD$；

综上所述，当点 $E$ 在 $CB$ 延长线上时 $CE - \frac{\sqrt{2}}{2}CF = CD$，当点 $D$ 在 $BC$ 延长线上时 $\frac{\sqrt{2}}{2}CF - CE = CD$，当点 $D$ 在线段 $BC$ 上时 $\frac{\sqrt{2}}{2}CF - CE = CD$．

【点评】本题主要考查四边形的综合题，熟练掌握正方形的性质，利用辅助线构造全等三角形是解题的关键．

26．【分析】(1）利用平移变换的性质以及“回归点”的定义判断即可；

（2）如图当 $T'$ 与 $CD$ 的中点重合或与 $AD$ 的中点重合时，$TT'$ 的值最小，再利用勾股定理求解；

（3）“回归点”的轨迹是以 $D$ 为圆心，$\frac{1}{2}$ 为半径画弧，在正方形内部的弧 $EF$ .

【解答】解：（1）如图 1，平移线段 $PQ$，得到正方形 $ABCD$ 内两条长度为 1 的线段 $P_1Q_1$ 和 $P_2Q_2$，这两条线段的位置关系为 $P_1Q_1//P_2Q_2$；若 $T_1$，$T_2$ 分别为 $P_1Q_1$ 和 $P_2Q_2$ 的中点，则点 $T_1$ 为线段 $PQ$ 到正方形 $ABCD$ 的“回归点”.

故答案为：$P_1Q_1//P_2Q_2$，$T_1$；

（2）如图当 $T'$ 与 $CD$ 的中点重合或与 $AD$ 的中点重合时，$TT'$ 的值最小，最小值 $d_1=\sqrt{1^2+(\frac{1}{2})^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$；

故答案为：$\frac{\sqrt{5}}{2}$；

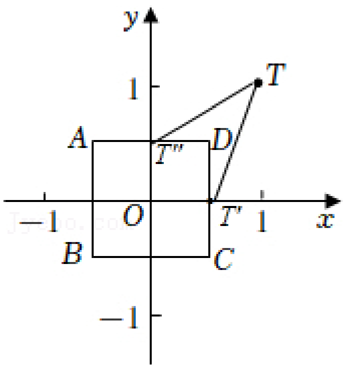


图2

（3）如图 3 中，弧 $EF$ 即为所求（以 $D$ 为圆心，$\frac{1}{2}$ 为半径画弧）.

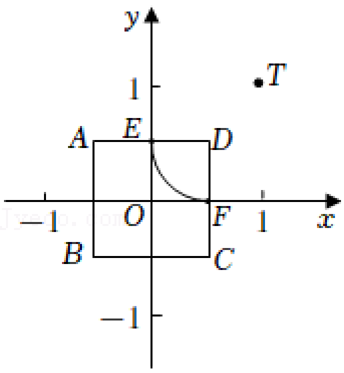


图3

【点评】本题属于几何变换综合题，考查了正方形的性质，“回归距离”，“回归点”的定义等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题，属于中考创新题型.