2022 北京十九中初二（上）期中

数　　学

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

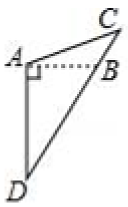
1. 已知一个三角形的两边长分别为 6 和 3，则这个三角形的第三边长可能是（　　）

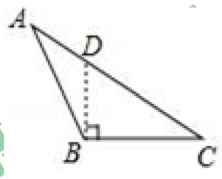
A. 3　　B. 6　　C. 9　　D. 10

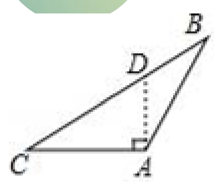
2. 在下列国际货币符号中，为轴对称图形的是（　　）

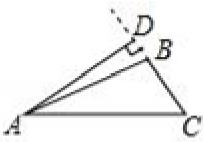
A. $　　B. £　　C. €　　D. ƒ

3. 画△ABC 中 BC 边上的高，下面的画法中，正确的是（　　）

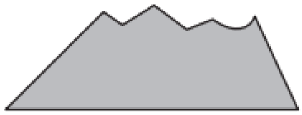
A. 

B. 

C. 

D. 

4. 一块三角形玻璃被打碎后，店员带着如图所示的一片碎玻璃去重新配一块与原来全等的三角形玻璃，能够全等的依据是（　　）

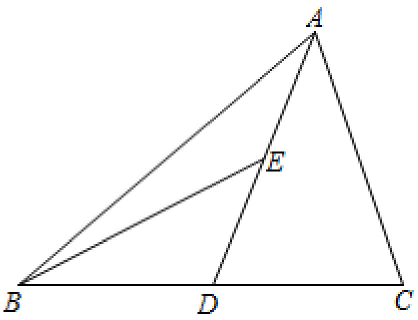


A. ASA　　B. AAS　　C. SAS　　D. SSS

5. 若一个多边形的每个内角都等于$150°$，则这个多边形的边数是（　　）

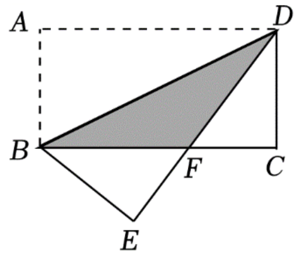
A. 10　　B. 11　　C. 12　　D. 13

6. 如图，$\triangle ABC$ 中，D，E 分别是 BC，AD 的中点，若 $\triangle ABC$ 的面积是 10，则 $\triangle ABE$ 的面积是（　　）



A. $\frac{5}{4}$　　B. 3　　C. $\frac{5}{2}$　　D. 5

7. 如图，在长方形 $ABCD$ 中，$AD=5$，将长方形沿 BD 折叠，点 A 落在点 E 处，DE 与 BC 交于点 F，且 $BF=3$，则 EF 的长为（　　）



A 1　　B. 2　　C. 2.5　　D. 3

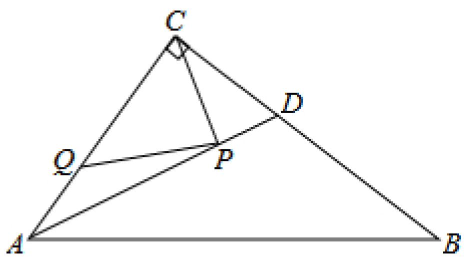
8. 如果等腰三角形的两边长分别为4cm和9cm，那么它的周长为（　　）

A. 17cm　　B. 13cm　　C. 17cm或22cm　　D. 22cm

9. 点P在$\angle AOB$的角平分线上，点P到OA边的距离等于5，点Q是OB边上的任意一点，则下列选项正确的是（　　）

A. $PQ>5$　　B. $PQ\geq 5$　　C. $PQ<5$　　D. $PQ\leq 5$

10. 如图，在Rt△ABC中，$\angle ACB=90°$，$AC=6$，$BC=8$，$AB=10$，AD是$\angle BAC$的平分线，若P，Q分别是AD和AC上的动点，则$PC+PQ$的最小值是（　　）



A. 2.4　　B. 4　　C. 4.8　　D. 5

二、填空题（本题共24分，每小题3分）

11. 点A（3，－2）关于x轴对称的点的坐标是________.

12. 在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$\angle A=30°$，$AB=4$，则$BC=$________.

13. 五边形的内角和等于________度.

14. 如图图1所示用地砖铺地，要求砖与砖严丝合缝，不留空隙，把地面全部覆盖．从数学角度看，这些工作就是用一些不重叠摆放的多边形把平面的一部分完全覆盖，通常把这类问题叫做用多边形覆盖平面（或平面镶嵌）的问题．任意剪出一些形状、大小相同的三角形纸板（如图2），它们能镶嵌成平面图案，依据是 __.

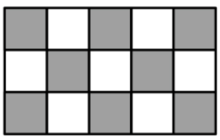


图1

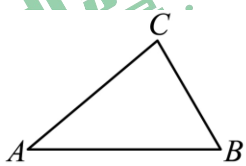
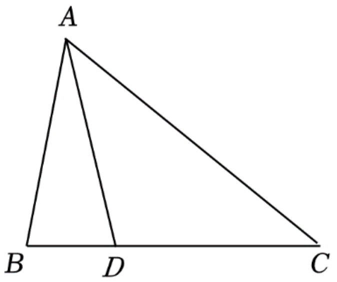
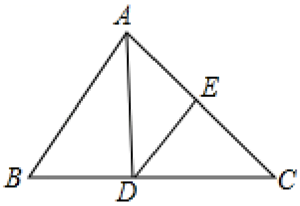


图2

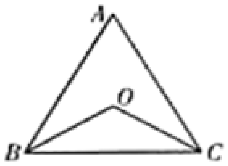
15. 如图，在ΔABC中，$AB=AD=DC$，$\angle BAD=28°$，则$\angle B=$__，$\angle C=$__.



16. 如图，在△*ABC* 中，*DE* 是 *AC* 的垂直平分线，*AE*＝3cm，△*ABD* 的周长为 13cm，则△*ABC* 的周长是_____cm.



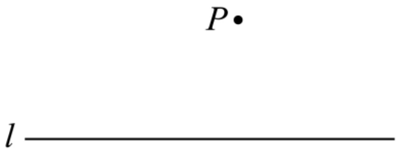
17. 如图，点 O 在△ABC 内，且到三边的距离相等，若∠A=60°，则∠BOC=___.



18. 在△*ABC* 中，∠*A*＝50°，*BD*、*CE* 分别是边 *AC*、*AB* 上的高，直线 *BD* 与 *CE* 交于点 *H*，则∠*BHC* 的度数为 ___.

三、解答题（本题共 46 分，其中第 19、20、21、23、24、25 题每题 5 分；第 22 题每题 4 分，第 26 题 6 分；第 27 题 7 分）

19. 已知：直线l和直线l外一点P，求作：直线PQ，使$PQ\perp l$于点Q.



作法：

（1）在直线l上任取点 A，以 A 为圆心，AP 长为半径画弧.

（2）在直线l上任取点B（不同于A），以B为圆心，BP 长为半径画弧.

（3）两弧分别交于点P和点M.

（4）连接PM，与直线l交于点Q，直线PQ即为所求.

（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）;

（2）补全下面证明过程.

证明：连接AP，AM，BP，BM

$\because AP=AM$，

$\therefore A$在PM的垂直平分线上(____)（填推理的依据）

$\because BP=$____，

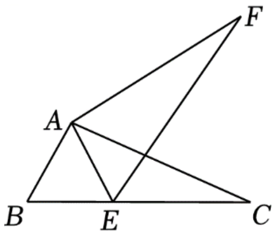
$\therefore B$ 在 PM 的垂直平分线上，

$\therefore AB$ 在 PM 的垂直平分线，

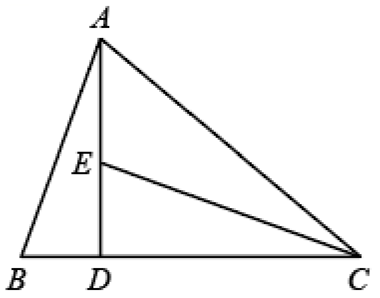
$\therefore PQ \perp l$.

20. 如图．在 ΔABC 和 ΔAEF 中， $AE = AB$， $AC = AF$ ， $\angle CAF = \angle BAE$.

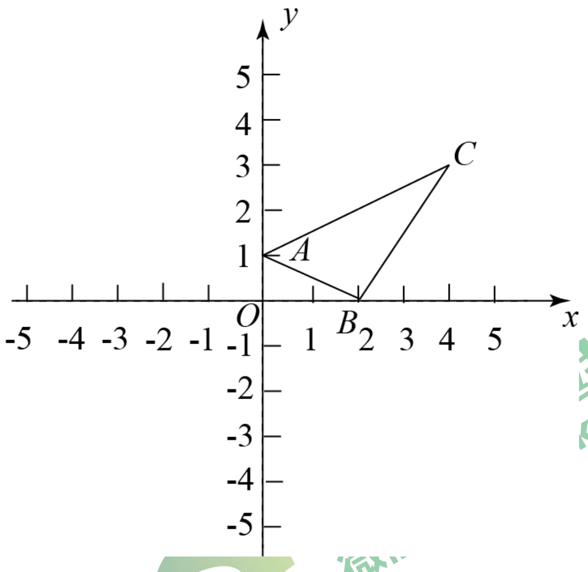
求证： $\Delta ABC \cong \Delta AEF$.



21. 如图，AD 是 $\triangle ABC$ 的高，CE 是 $\triangle ADC$ 的角平分线．若 $\angle BAD = \angle ECD$ ， $\angle B = 70°$，求 $\angle CAD$ 的度数．



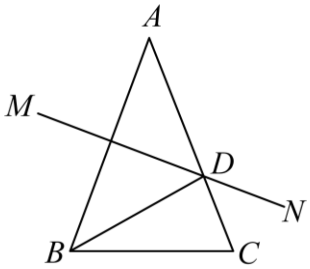
22. 在平面直角坐标系中， $A(0,1)$， $B(2,0)$， $C(4,3)$.



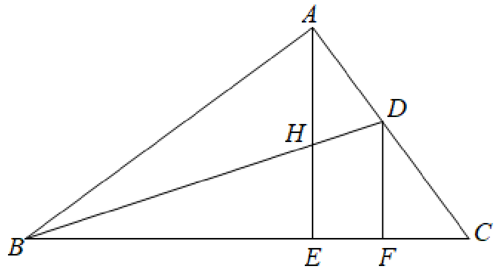
（1）计算 $\triangle ABC$ 的面积是 ____；

（2）在图中作出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称　图形 $\triangle A_1B_1C_1$.

23. 如图，$AB=AC$，$\angle A=40°$，AB 的垂直平分线 MN 交 AC 于点 D．求 $\angle DBC$ 的度数．



24. 如图，已知$\angle BAC=90°$，BD是$\angle ABC$的平分线，$AE\perp BC$，$DF\perp BC$，求证：$AH=DF$.



25. 公元一世纪，正在亚历山大城学习的古希腊数学家海伦发现：光在镜面上反射时，反射角等于入射角．如图1，法线NO垂直于反射面，入射光线与法线的夹角为入射角，反射光线与法线的夹角为反射角．台球碰撞台球桌边后反弹与光线在镜面上反射原理相同．

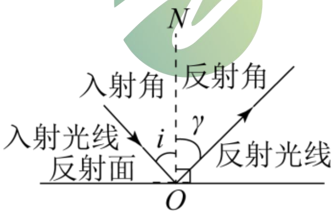


图1

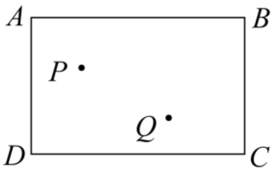


图2

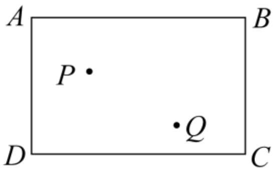


图3

如图2，长方型球桌$ABCD$上有两个球P，Q．请你尝试解决台球碰撞问题：

（1）请你设计一条路径，使得球P撞击台球桌边AB反射后，撞到球Q．在图2中画出，并说明做法的合理性．

（2）请你设计一路径，使得球P连续三次撞击台球桌边反射后，撞到球Q，在图3中画出一种路径即可．

26. 在ΔABC中，$AB=AC$，$\angle BAC=90°$，点D在直线BC上，$\angle C=2\angle BDE$，$BE\perp DE$于点E，DE交直线AB于点F．

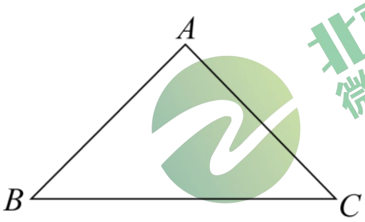


图1

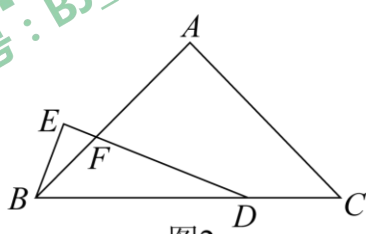


图2

（1）如图1，当点D与点C重合，且E与A在BC同侧时，

①补全图形；

②试探究线段BE与线段FD的数量关系，并证明你的结论．

（2）如图 2，点 D 在线段 BC 上，试探究线段 BE 与线段 FD 的数量关系，并证明你的结论．

27. 若△ABC 和△ADE 均为等腰三角形，且 $AB=AC=AD=AE$，当∠ABC 和∠ADE 互余时，称△ABC 与△ADE 互为“底余等腰三角形”，△ABC 的边 BC 上的高 AH 叫做△ADE 的“余高”．

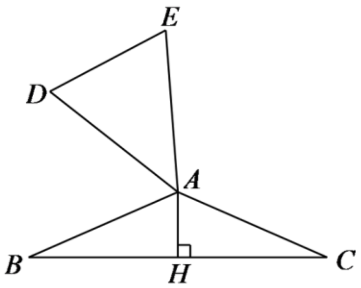


图1

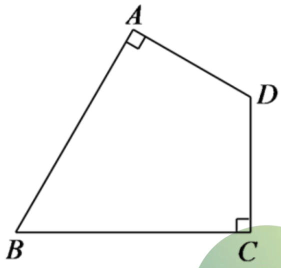


图2

（1）如图 1，△ABC 与△ADE 互为“底余等腰三角形”．

①若连接 BD，CE，判断△ABD 与△ACE 是否互为“底余等腰三角形”：_______ （填“是”或“否”）；

②当∠$BAC=90°$ 时，若△ADE 的“余高” $AH=\sqrt{5}$，则 $DE=$_______；

③当 $0°<∠BAC<180°$ 时，判断 DE 与 AH 之间的数量关系，并证明；

（2）如图 2，在四边形 $ABCD$ 中，∠$ABC=60°$，$DA⊥BA$，$DC⊥BC$，且 $DA=DC$.

①画出△OAB 与△OCD，使它们互为“底余等腰三角形”；

②若△OCD 的“余高”长为 a，则点 A 到 BC 的距离为_______（用含 a 的式子表示）.

参考答案

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

1. 【答案】B

【解析】

【分析】组成三角形的三边的大小关系是：两边之和大于第三边，两边之差小于第三边，由此即可求出答案．

【详解】解：设第三边长为x，根据三角形的三边关系得，

$\therefore 6-3<x<6+3$，

即$3<x<9$．

故选：B．

【点睛】本题主要考查三角形的三边的大小关系，理解和掌握三角形的定义和性质是解题的关键．

2. 【答案】C

【解析】

【分析】根据轴对称图形的概念“如果一个图形沿一条直线对折后两部分完全重合，那么这样的图形叫做轴对称图形”逐项判断即可求解．

【详解】解：A.不是轴对称图形，不合题意；

B.不是轴对称图形，不合题意；

C.是轴对称图形，符合题意；

D.不是轴对称图形，不合题意．

故选：C

【点睛】本题主要考查轴对称图形的意义和辨识，熟练掌握轴对称图形的概念是解题的关键．

3. 【答案】D

【解析】

【分析】过三角形的顶点向对边作垂线，顶点与垂足之间的线段叫做三角形的高，据此判断即可．

【详解】由题可得，过点 A 作 BC 的垂线段，垂足为 D，则 AD 是 BC 边上的高，

∴表示△ABC 中 BC 边上的高的是 D 选项．

故选 D．

【点睛】本题考查了三角形　高线，熟记概念是解题的关键．解题时注意：钝角三角形有两条高在三角形外部，一条高在三角形内部，三条高所在直线相交于三角形外一点．

4. 【答案】A

【解析】

【分析】根据三角形全等的判定方法解答即可．

【详解】解:由图可知：可以利用“角边角”得到与原三角形全等的三角形．

故选: A.

【点睛】本题考查了全等三角形的应用，熟记三角形全等的判定方法是解题的关键.

5. 【答案】C

【解析】

【分析】先求出多边形一个外角的度数，然后根据多边形的外角和为$360°$，求出边数即可.

【详解】解：∵多边形的每一个内角都等于$150°$，

∴多边形的每一个外角都等于$180°-150°=30°$，

∴边数$n=360°\div 30°=12$，

故选：C.

【点睛】本题主要考查了多边形的内角与外角的关系，解题的关键根据外角和定理求出多边形的边数.

6. 【答案】C

【解析】

【分析】根据三角形中线的性质确定$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$，$S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABD}$，再代入计算即可.

【详解】解：∵D，E分别是BC，AD中点，

∴AD，BE分别是$\triangle ABC$和$\triangle ABD$的中线

$\therefore S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$，$S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABD}$.

$\therefore S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$.

$\because S_{\triangle ABC}=10$，

$\therefore S_{\triangle ABE}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{4}\times 10=\frac{5}{2}$.

故选：C.

【点睛】本题考查了三角形中线的性质，熟练掌握该知识点是解题关键.

7. 【答案】B

【解析】

【分析】根据平行线的性质，折叠的性质，得出$\angle FDB=\angle FBD$，根据等角对等边得出$FB=FD=3$，即可得出答案.

【详解】解：在长方形$ABCD$中，$AD\parallel BC$，

$\therefore \angle ADB=\angle FBD$，

由折叠的性质可知，$DE=AD=5$，$\angle FDB=\angle ADB$，

$\therefore \angle FDB=\angle FBD$，

$\therefore FB=FD=3$，

$\therefore EF=DE=DF=5-3=2$，故B正确.

故选：B．

【点睛】本题主要考查了平行线的性质，折叠的性质，等腰三角形的判定，解题的关键是求出 $FB=FD=3$．

8. 【答案】D

【解析】

【分析】解决本题要注意分为两种情况 4cm 为底或 9cm 为底，还要考虑到各种情况是否满足三角形的三边关系来进行解答．

【详解】解：∵等腰三角形有两边分别分别是 4cm 和 9cm，

∴此题有两种情况：

①4cm 为底边，那么 9cm 就是腰，则等腰三角形的周长为 4+9+9=22，

②9 底边，那么 4cm 腰，4+4=8<9，所以不能围成三角形应舍去．

∴该等腰三角形的周长为 22cm．

故选：D．

【点睛】本题考查了等腰三角形性质，三角形三边关系，分类讨论是解题的关键．

9. 【答案】B

【解析】

【分析】根据角平分线上的点到两边的距离相等，可得点 P 到 OB 的距离为 5，再根据垂线段最短，即可得出结论．

【详解】∵点 P 在 $\angle AOB$ 的平分线上，点 P 到 OA 边的距离等于 5，

∴点 P 到 OB 的距离为 5，

∵点 Q 是 OB 边上的任意一点，

∴$PQ\geq5$．

故选：B．

【点睛】本题主要考查了角平分线的性质定理以及垂线段最短，熟练掌握相关内容是解题的关键．

10. 【答案】C

【解析】

【分析】由题意可以把 Q 反射到 AB 的 O 点，如此 $PC+PQ$ 的最小值问题即变为 C 与线段 AB 上某一点 O 的最短距离问题，最后根据“垂线段最短”的原理得解．

【详解】解：如图，作 Q 关于 AP 的对称点 O，则 $PQ=PO$，所以 O、P、C 三点共线时，$CO=PC+PO=PC+PQ$，此时 $PC+PQ$ 有可能取得最小值，

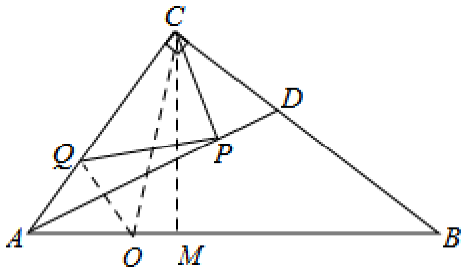
∵当 CO 垂直于 AB 即 CO 移到 CM 位置时，CO 的长度最小，

∴$PC+PQ$ 的最小值即为 CM 的长度，

∵ $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AB\times CM=\dfrac{1}{2}AC\times CB$，

∴$CM=\dfrac{6\times8}{10}=4.8$，即 $PC+PQ$ 的最小值为 4.8，

故选 C．



【点睛】本题考查了轴对称最短路径问题，垂线段最短，通过轴反射把线段和最小的问题转化为线段外一点到线段某点连线段最短问题是解题关键．

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

11．【答案】（3，2）

【解析】

【分析】根据关于 x 轴对称的点的横坐标不变，纵坐标互为相反数解答．

【详解】解：点 A（3，−2）关于 x 轴对称的点的坐标是（3，2）．

故答案为：（3，2）．

【点睛】本题考查了关于原点对称的点的坐标，关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标，解决本题的关键是掌握好对称点的坐标规律：

（1）关于 x 轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数；

（2）关于 y 轴对称的点，纵坐标相同，横坐标互为相反数；

（3）关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数．

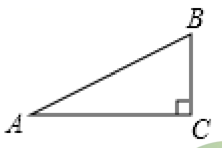
12．【答案】2

【解析】

【分析】根据含 30 度角的直角三角形的性质直接求解即可．

【详解】解： $Rt\triangle ABC$ 中，$\because \angle C=90°$，$\angle A=30°$，$AB=4$，

$\therefore BC=\frac{1}{2}AB=2$．



故答案为：2．

【点睛】本题考查了含 30 度角的直角三角形的性质，比较容易解答，要求熟记 30°角所对的直角边是斜边的一半．

13．【答案】540

【解析】

【分析】根据多边形内角和公式（$n-2$）×180°计算求值即可．

【详解】解：五边形的内角和=（5−2）×180°=540°，

故答案为 540.

【点睛】此题考查了多边形的内角和公式，熟记公式是解题的关键.

14.【答案】三角形的内角和为180°

【解析】

【分析】根据三角形的内角和为180°，可知 6 个这样的三角形即可镶嵌成平面图形.

【详解】解：$\because$三角形 ABC 的内角和为180°，

在每个公共顶点处，每个角用 2 次，6 个角的和是360°，

$\therefore$形状、大小相同的三角形纸板可以做平面镶嵌，

故答案为：三角形的内角和为180°.

【点睛】本题考查了平面镶嵌和三角形的内角和定理，熟练掌握平面镶嵌的特征是解题的关键.

15. 【答案】 ①. 76° ##76 度 ②. 38° ##38 度

【解析】

【分析】先根据等腰三角形的性质得到$\angle C=\angle DAC$，$\angle ADB=\angle B$，利用三角形内角和定理和三角形外角的性质分别求出$\angle B$，$\angle C$ 的度数即可求出$\angle BAC$ 的度数.

【详解】解：在ΔABC中，$AB=AD=DC$，

$\because AB=AD$，

在三角形 ABD 中，$\angle B=\angle ADB=\left(180^\circ-28^\circ\right)\times\dfrac{1}{2}=76^\circ$，

又$\because AD=DC$，

$\therefore \angle C=\angle DAC=\dfrac{1}{2}\angle ADB=76^\circ\times\dfrac{1}{2}=38^\circ$

故答案为：76°，38°.

【点睛】本题主要考查了等腰三角形的性质，三角形内角和定理，三角形外角的性质，正确求出$\angle B$，$\angle C$ 的度数是解题的关键.

16. 【答案】19

【解析】

【分析】根据 DE 是 AC 的垂直平分线以及 AE=3cm，即可得出 DA=DC 且 AC=6cm，再根据△ABD 的周长和△ABC 的周长之间的关系即可得出△ABC 的周长值.

【详解】解：∵DE 是 AC 的垂直平分线，

∴AD＝CD，AC＝2AE＝6cm，

又∵△ABD 的周长＝AB+BD+AD＝13cm，

∴AB+BD+CD＝13cm，

即 AB+BC＝13cm，

∴△ABC 的周长＝AB+BC+AC＝13+6＝19(cm).

故答案为：19.

【点睛】本题考查了线段垂直平分线的性质以及三角形的周长，解题的关键是找出△ABD 的周长和△ABC 的周长之间的关系，根据线段垂直平分线的性质找出相等的线段，进行等量代换.

17. 【答案】120°

【解析】

【分析】根据角平分线上的点到角的两边距离相等判断出点 O 是三个角的平分线的交点，再根据三角形的内角和定理和角平分线的定义求出∠OBC+∠OCB，然后利用三角形的内角和定理列式计算即可得解.

【详解】∵点 O 在△ABC 内，且到三边的距离相等，

∴点 O 是三个角的平分线的交点，

∴∠OBC+∠OCB=$\frac{1}{2}$（∠ABC+∠ACB）=$\frac{1}{2}$（180°-∠A）=$\frac{1}{2}$（180°-60°）=60°，

在△BCO 中，∠BOC=180°-（∠OBC+∠OCB）=180°-60°=120°.

故答案为 120°.

【点睛】本题考查了角平分线上的点到角的两边距离相等的性质，三角形的内角和定理，角平分线的定义，熟记性质并判断出点 O 是三个角的平分线的交点是解题的关键.

18. 【答案】130° 或 50°

【解析】

【分析】根据三角形内角和定理及三角形外角的性质计算可求解.

【详解】解：可分三种情况：当△ABC 为锐角三角形时，当△ABC 为钝角三角形时，当△ABC 为直角三角形，

I. 如图 1，当△ABC 为锐角三角形时，

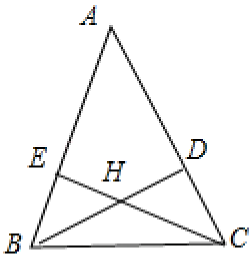


图1

∵$BD\perp AC$，

∴∠ADB=90°，

∵∠A=50°，

∴∠ABD=90°﹣50°=40°，

∵$CE\perp AB$，

∴∠BEC=90°，

∴∠BHC=∠BEC+∠ABD=90°+40°=130°；

II. 当△ABC 为钝角三角形时，当∠ACB 是钝角，如图 2（1），

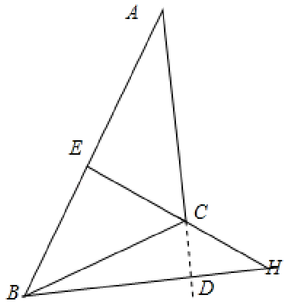


图2（1）

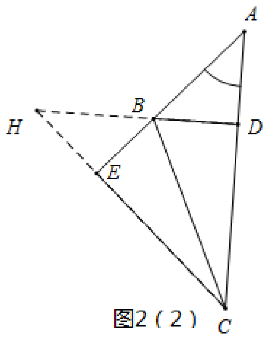


图2（2）

∵$BD\perp AC$，

∴$\angle ADB=90^\circ$，

∵$\angle A=50^\circ$，

∴$\angle ABD=90^\circ-50^\circ=40^\circ$，

∵$CE\perp AB$，

∴$\angle BHC=\angle BEC+\angle ABD=90^\circ-40^\circ=50^\circ$；

$\angle ABC$是钝角，如图2（2），同理可得：$\angle BHC=\angle BEC+\angle ABD=90^\circ-40^\circ=50^\circ$

III．当$\triangle ABC$为直角三角形，如图：$\angle ACB=90^\circ$时，C，H、D三点重合，$\angle BHC$不存在，$\angle ABC=90^\circ$时，B，H、E三点重合，$\angle BHC$不存在，

如图：

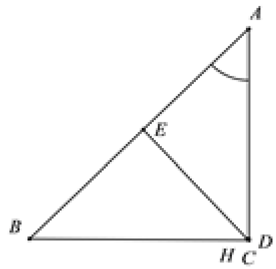


图3（1）

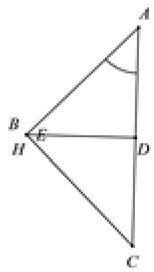


图3（2）

综上所述：故$\angle BHC$的度数为130°或50°．

故答案为：130°或50°．

【点睛】本题主要考查了三角形的内角和定理，分类讨论、正确画出图形是解题的关键．

三、解答题（本题共46分，其中第19、20、21、23、24、25题每题5分；第22题每题4分，第26题6分；第27题7分）

19．【答案】（1）见解析　（2）线段垂直平分线的性质，BM

【解析】

【分析】（1）根据题目做给作图步骤，补全图形即可；

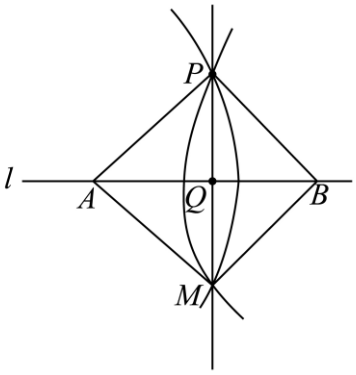
（2）证明点P和点M在PM的垂直平分线上即可．

【小问1详解】

解：直线PQ即为所求．

【小问 2 详解】

证明：连接 AP， AM， BP， BM



$\because AP = AM$，

$\therefore A$ 在 PM 的垂直平分线上（线段垂直平分线的性质）（填推理的依据），

$\because BP = BM$，

$\therefore B$ 在 PM 的垂直平分线上，

$\therefore AB$ 在 PM 的垂直平分线，

$\therefore PQ \perp l$.

故答案为：线段垂直平分线的性质， BM.

【点睛】本题主要考查了垂直平分线的定义和性质，解题的关键是熟练掌握垂直平分线的定义，尺规作图的方法，以及垂直平分线上的点到两边距离相等.

20. 【答案】证明见解析

【解析】

【分析】先根据角的和差可得 $\angle EAF = \angle BAC$，再根据三角形全等的判定定理与性质即可得证.

【详解】证明：$\because \angle CAF = \angle BAE$，

$\therefore \angle CAF + \angle CAE = \angle BAE + \angle CAE$，即 $\angle EAF = \angle BAC$，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AEF$ 中，

$$\begin{cases} AB = AE \\ \angle BAC = \angle EAF \\ AC = AF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AEF(SAS)$

【点睛】本题考查了三角形全等的判定定理与性质，熟练掌握三角形全等的判定方法是解题关键.

21. 【答案】$50°$

【解析】

【分析】AD 是 $\triangle ABC$ 的高，有 $\angle ADB = \angle ADC = 90°$；由 $\angle B = 70°$ 知 $\angle BAD = 20°$；CE 是 $\triangle ADC$ 的角平分线可得 $\angle ECD = \frac{1}{2}\angle ACD$； $\angle BAD = \angle ECD = 20°$， $\angle ACD = 40°$；在 $\triangle ACD$ 中，

$\angle CAD = 90° - 40° = 50°$.

【详解】解：∵AD 是 $\triangle ABC$ 的高

∴ $\angle ADB=\angle ADC=90^\circ$

∵ $\angle B=70^\circ$

∴ $\angle BAD=20^\circ$

∵CE 是$\triangle ADC$ 的角平分线

∴ $\angle ECD=\frac{1}{2}\angle ACD$

∵ $\angle BAD=\angle ECD=20^\circ$

∴ $\angle ACD=40^\circ$

∴在 $\triangle ACD$ 中， $\angle CAD=90^\circ-40^\circ=50^\circ$.

【点睛】本题考查了角平分线．解题的关键在于正确表示各角度之间的数量关系．

22. 【答案】(1) 4　　(2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 利用割补法求 $\triangle ABC$ 的面积即可；

(2) 利用关于 x 轴对称，横坐标不变，纵坐标变为相反数，先求出 A、B、C 对称点坐标 $A_1(0,-1)$，$B_1(2,0)$，$C_1(4,-3)$，然后描点顺次连接线段 A_1B_1， B_1C_1． C_1A_1 即可．

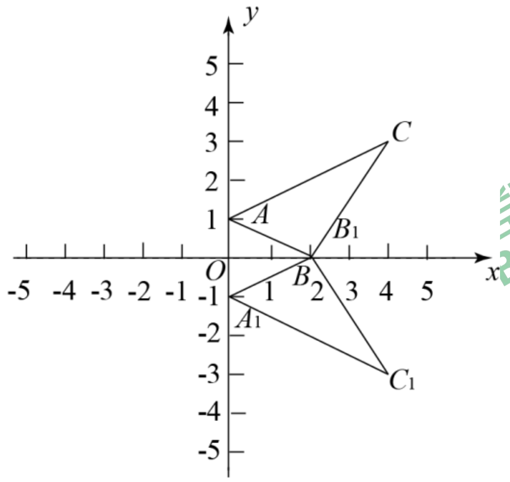
【小问 1 详解】

解：$\triangle ABC$ 的面积$=3\times4-\frac{1}{2}\times1\times2-\frac{1}{2}\times2\times3-\frac{1}{2}\times2\times4=4$．

故答案为：4；

【小问 2 详解】

解：如图， $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求．



【点睛】本题考查了用割补法求三角形面积和用描点法画轴对称图形，掌握以上知识是解题的关键．

23. 【答案】 $\angle DBC=30^\circ$

【解析】

【分析】先根据等腰三角形的性质及三角形内角和定理求出$\angle ABC$及$\angle ACB$的度数，再根据线段垂直平分线的性质求出$\angle ABD$的度数即可进行解答.

【详解】解：$\because AB=AC$，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB=\dfrac{180^\circ-\angle A}{2}=\dfrac{180^\circ-40^\circ}{2}=70^\circ$，

$\because MN$垂直平分AB，

$\therefore DA=DB$，

$\therefore \angle A=\angle ABD=40^\circ$，

$\therefore \angle DBC=\angle ABC-\angle ABD=70^\circ-40^\circ=30^\circ$.

【点睛】本题考查的是线段垂直平分线的性质，即线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等.

24. 【答案】见解析

【解析】

【分析】先根据角平分线的性质定理得出$DA=DF$，再根据直角三角形两锐互余与对顶角性质证得$\angle ADB=\angle AHD$，即可由等角对等边得出结论.

【详解】证明：$\because DF\perp BC$，

$\therefore \angle BFD=\angle BAD=90^\circ$，

$\because BD$是$\angle BAC$的平分线，即$\angle ABD=\angle CBD$，

$\therefore DA=DF$，

$\because AE\perp AB$，

$\therefore \angle BEH=\angle BAD=90^\circ$，

$\therefore \angle ABD+\angle ADB=\angle EBH+\angle BHE=90^\circ$，

$\because \angle AHD=\angle BHE$，$\angle ABD=\angle EBH$，

$\therefore \angle ADB=\angle AHD$，

$\therefore AH=AD$，

$\therefore AH=DF$.

【点睛】本题考查角平分线的性质，等腰三角形的判定，熟练掌握角平分线的性质是解题的关键.

25. 【答案】(1) 见解析　　(2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 作点P关于AB的对称点P'，连接QP'交AB于T，线路$P\to T\to Q$即为所求.

(2) 作点P关于AD的对称点P'，作点Q关于BC的对称点Q'，作点Q'关于CD的对称点Q''，连接$P'Q''$交AD于E，交DC于F，连接FQ'交BC于点G，$P\to E\to F\to G\to Q$即为所求.

【小问1详解】

解：如图2中，作点P关于AB的对称点P'，连接QP'交AB于T，线路$P\to T\to Q$即为所求，

原理：$\because$点P'和点P关于AB对称，

$\therefore \angle P'TA=\angle PTA$，

$\because \angle P'TA = \angle BTQ$，

$\therefore \angle PTA = \angle BTQ$；

【小问 2 详解】

如图 3 中，

作点 P 关于 AD 的对称点 P'，作点 Q 关于 BC 的对称点 Q'，作点 Q' 关于 CD 的对称点 Q''，连接 $P'Q''$ 交 AD 于 E，交 DC 于 F，连接 FQ' 交 BC 于点 G，$P \to E \to F \to G \to Q$ 即为所求.

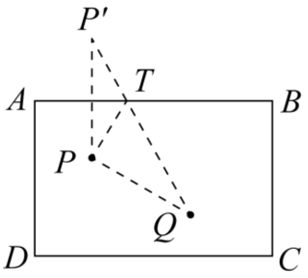


图2

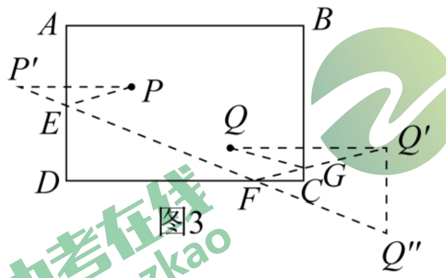


图3

【点睛】本题考查轴对称的应用，解题的关键是学会利用轴对称解决实际问题.

26. 【答案】（1）①作图见解析，②$CD = 2BE$，证明见解析；

（2）$BE = \dfrac{1}{2}DF$. 证明见解析.

【解析】

分析】（1）①根据要求作出图形即可，

②结论：$CD = 2BE$，延长延长 BE 交 CA 延长线于 F，证明 $\triangle CEF \cong \triangle CEB(ASA)$，得出 $FE = BE$，再证明 $\triangle ACD \cong \triangle ABF(ASA)$，即可得出结论；

（2）结论：$BE = \dfrac{1}{2}DF$，过点 D 作 $DG // AC$，交 BE 的延长线于点 G，与 AF 相交于 H，证明 $\triangle BGH \cong \triangle DFH(ASA)$，推出 $BG = DF$，再证明 $\triangle BDE \cong \triangle GDE(ASA)$，即可得出结论.

【小问 1 详解】

解：①图形如图 1 所示：

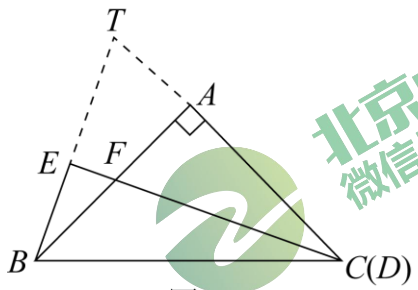


图1

②结论：$CD = 2BE$，理由如下：

延长 BE 交 CA 延长线于 F，

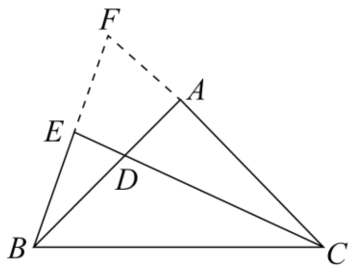


图1

$\because CD$ 平分 $\angle ACB$，

$\therefore \angle FCE = \angle BCE$，

在 $\triangle CEF$ 和 $\triangle CEB$ 中，

$$\begin{cases} \angle FCE = \angle BCE \\ CE = CE \\ \angle CEF = \angle CEB = 90^\circ \end{cases},$$

$\therefore \triangle CEF \cong \triangle CEB(ASA)$，

$\therefore FE = BE$，

$\because \angle DAC = \angle CEF = 90^\circ$，

$\therefore \angle ACD + \angle F = \angle ABF + \angle F = 90^\circ$，

$\therefore \angle ACD = \angle ABF$，

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle ABF$ 中，

$$\begin{cases} \angle ACD = \angle ABF \\ AC = AB \\ \angle CAD = \angle BAF = 90^\circ \end{cases},$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ABF(ASA)$，

$\therefore CD = BF$，

$\therefore CD = 2BE$．

【小问 2 详解】

解：结论：$BE = \dfrac{1}{2}DF$．理由如下：

过点 D 作 $DG // AC$，交 BE 的延长线于点 G，与 AF 相交于 H，

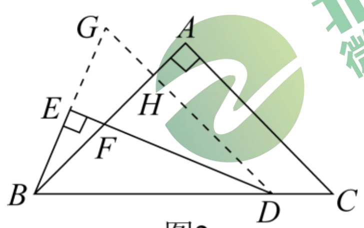


图2

$\because DG // AC$，

$\therefore \angle GDB = \angle C$，$\angle BHD = \angle A = 90^\circ$，

$\because \angle EDB=\frac{1}{2}\angle C$，

$\therefore \angle EDB=\angle EDG=\frac{1}{2}\angle C$，

$\because BE\perp ED$，

$\therefore \angle BED=90^\circ$，

$\therefore \angle BED=\angle BHD$，

$\because \angle EFB=\angle HFD$，

$\therefore \angle EBF=\angle HDF$，

$\because$ AB = AC， $\angle BAC=90^\circ$，

$\therefore \angle C=\angle ABC=45^\circ$，

$\because DG//AC$，

$\therefore \angle GDB=\angle C=45^\circ$，

$\therefore \angle GDB=\angle ABC=45^\circ$，

$\therefore BH=DH$，

在$\triangle BGH$和$\triangle DFH$中，

$$\begin{cases}\angle HBG=\angle HDF\\ BH=DH\\ \angle BHG=\angle DHF=90^\circ\end{cases},$$

$\therefore \triangle BGH\cong\triangle DFH(ASA)$，

$\therefore BG=DF$，

在$\triangle BDE$和$\triangle GDE$中，

$$\begin{cases}\angle BDE=\angle GDE\\ DE=DE\\ \angle BED=\angle GED=90^\circ\end{cases},$$

$\therefore \triangle BDE\cong\triangle GDE(ASA)$

$\therefore BE=EG$，

$\therefore BE=\frac{1}{2}BG=\frac{1}{2}DF$．

【点睛】本题属于三角形综合题，考查了等腰直角三角形的判定与性质，全等三角形的判定与性质，解题的关键是学会添加辅助线，构造全等三角形从而解决问题．

27. 【答案】（1）①是；②$2\sqrt{5}$；③$DE=2AH$；见解析；（2）①见解析；②$3a$

【解析】

【分析】（1）①连接BD、CE，根据四边形内角和为360°，求出$\angle ABD+\angle AEC=90^\circ$，即可得出答案；

②当$\angle BAC=90^\circ$时，$\triangle ABC$是等腰直角三角形，故$\angle ABC$=45°，求出AB，由此可知$AD=AB$，

$\angle ADE=90°-45°=45°$，得出$\triangle ADE$是等腰直角三角形，故可求出DE；

③过点A作$AF\perp DE$交DE于点F，故$DF=EF$，$\angle ADF+\angle DAF=90°$，推出$\angle ABH=\angle DAF$，根据$AAS$证明$\triangle AHB\cong\triangle DFA$，由全等三角形的性质得$AH=DF$，即可求出$DE$与$AH$的关系；

（2）①连接BD，取BD中点为点O，连接AO、CO即可；

②过点O作$OM\perp AB$交于点M，过点A作$AN\perp BC$交于点N，故$OM=a$，由$\angle ABC=60°$得出$\angle OBM=30°$，求出$OB=2a$，$BM=\sqrt{OB^2-OM^2}=\sqrt{3}a$，推出$AB=2\sqrt{3}a$，在$Rt\triangle ANB$中由勾股定理即可求出$AN$.

【详解】(1)

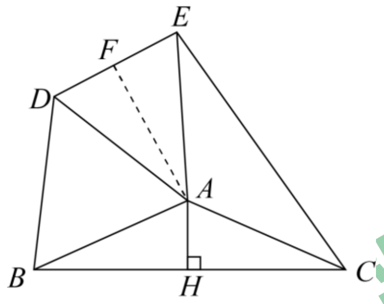


图1

①如图1，连接BD、CE，

$\because AB=AC=AD=AE$，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB$，$\angle ADE=\angle AED$，$\angle ABD=\angle ADB$，$\angle ACE=\angle AEC$，

$\because \angle ABC+\angle ADE=90°$，

$\therefore \angle ACB+\angle AED=90°$，

$\because$四边形$BCDE$的内角和为360°，

$\therefore \angle ABD+\angle AEC=(360°-90°-90°)\div 2=90°$，

$\therefore \triangle ABD$与$\triangle ACE$互为“底余等腰三角形”，

故答案为：是；

②当$\angle BAC=90°$时，$\triangle ABC$是等腰直角三角形，

$\therefore \angle ABC=45°$，

$\because AH=\sqrt{5}$，

$\therefore BH=\sqrt{5}$，$AB=\sqrt{(\sqrt{5})^2+(\sqrt{5})^2}=\sqrt{10}$，

$\because \triangle ABC$与$\triangle ADE$互为“底余等腰三角形”，

$\therefore AD=AB=\sqrt{10}$，$\angle ADE=90°-45°=45°$，

$\therefore \triangle ADE$是等腰直角三角形，

$\therefore DE=\sqrt{(\sqrt{10})^2+(\sqrt{10})^2}=2\sqrt{5}$，

故答案为：$2\sqrt{5}$；

③过点 A 作 $AF\perp DE$ 交 DE 于点 F，故 $DF=EF$， $\angle ADF+\angle DAF=90°$，

$\because \angle ABH+\angle ADF=90°$，

$\therefore \angle ABH=\angle DAF$，

在 $\triangle AHB$ 与 $\triangle DFA$ 中，

$$\begin{cases}\angle AHB=\angle DFA=90° \\ \angle ABH=\angle DAF \\ AB=DA\end{cases}，$$

$\therefore \triangle AHB\cong\triangle DFA(AAS)$，

$\therefore AH=DF$，

$\because DE=DF+EF=2DF$，

$\therefore DE=2AH$；

（2）

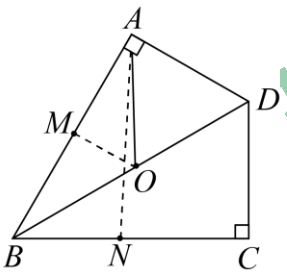


图2

①如图 2，连接 BD，取 BD 中点为点 O，连接 AO、CO，

$\because DA\perp BA$， $DC\perp BC$，

$\therefore \triangle BAD$， $\triangle BCD$ 都是直角三角形，

$\therefore OA=OB=OD=OC$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle BAD$ 与 $\mathrm{Rt}\triangle BCD$ 中，

$$\begin{cases}AD=CD \\ BD=BD\end{cases}，$$

$\therefore Rt\triangle BAD\cong Rt\triangle BCD$，

$\therefore \angle ABD=\angle CBD=\frac{1}{2}\angle ABC=30°$，

$\angle ADB=\angle CDB=\frac{1}{2}\angle ADC=\frac{1}{2}(360°-90°-90°-60°)=60°$，

$\therefore \angle OBA+\angle ODC=30°+60°=90°$，

$\therefore$所作图形能使 $\triangle OAB$ 与 $\triangle OCD$ 互为“底余等腰三角形”；

②过点 O 作 $OM\perp AB$ 交于点 M，过点 A 作 $AN\perp BC$ 交于点 N，故 $OM=a$， $AM=BM=\frac{1}{2}AB$，

$\because \angle ABC=60°$，

$\therefore \angle OBM = 30°$，

$\therefore OB = 2OM = 2a$， $BM = \sqrt{OB^2 - OM^2} = \sqrt{3}a$，

$\therefore AB = 2\sqrt{3}a$，

在 $Rt\triangle ANB$ 中， $\angle ABN = 60°$， $\angle ANB = 90°$，

$\therefore \angle BAN = 30°$，

$\therefore BN = \sqrt{3}a$， $AN = \sqrt{AB^2 - BN^2} = \sqrt{(2\sqrt{3}a)^2 - (\sqrt{3}a)^2} = 3a$，

故答案为： $3a$.

【点睛】本题考查几何图形的综合应用，主要涉及到全等三角形的判定与性质、等腰三角形的性质、多边形的内角和、直角三角形的性质以及勾股定理等，掌握“底余等腰三角形”的定义是解题的关键.