

数 学 试 卷

考 生 须 知	1. 本试卷共 8 页, 共三道大题, 28 道小题, 满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和考号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上, 选择题、作图题用 2B 铅笔作答, 其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束, 将本试卷、答题卡一并交回。
------------------	--

一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个。

1. 南水北调工程在保障城市供水安全、增加首都水资源战略储备、改善居民生活用水条件、促进水资源涵养和恢复等方面, 取得了重大的社会、经济、生态等综合效益。自 2008 年 9 月至 2018 年 5 月, 北京已累计收水超过 5 000 000 000 立方米。将 5 000 000 000 用科学记数法表示为

- (A) 0.5×10^{10} (B) 5×10^{10} (C) 5×10^9 (D) 50×10^8

2. 为丰富国民精神文化生活, 提升文化素养, 全国各地陆续开展全民阅读活动。现在的图书馆不单是人们学习知识的地方, 更是成为人们休闲的好去处。下列图书馆标志的图形中不是轴对称图形的是



(A)



(B)



3. 如图是一个小正方体的展开图, 把展开图折叠成小正方体后, 有“我”字一面的相对面上的字是



- (A) 厉 (B) 害
(C) 了 (D) 国

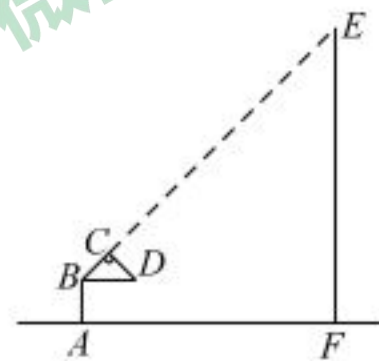
4. 实数 a, b, c 在数轴上的对应点的位置如图所示, 如果 $a+b=0$, 那么下列结论正确的是

- (A) $|a| > |c|$ (B) $a+c < 0$
(C) $abc < 0$ (D) $\frac{a}{b} = 0$



5. 如图是小明利用等腰直角三角板测量旗杆高度的示意图。等腰直角三角板的斜边 BD 与地面 AF 平行, 当小明的视线恰好沿 BC 经过旗杆顶部点 E 时, 测量出此时他所在的位置点 A 与旗杆底部点 F 的距离为 10 米。如果小明的眼睛距离地面 1.7 米, 那么旗杆 EF 的高度为

- (A) 10 米 (B) 11.7 米
(C) $10\sqrt{2}$ 米 (D) $(5\sqrt{2} + 1.7)$ 米

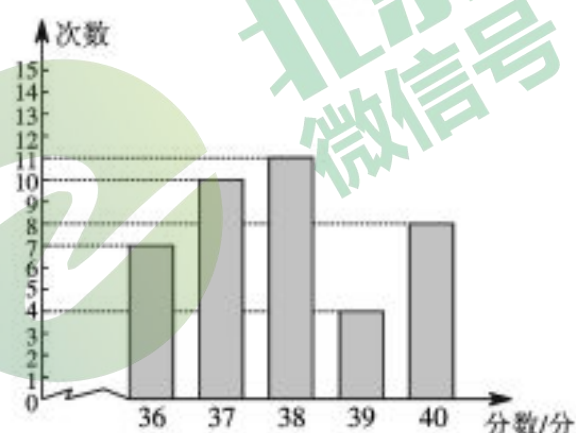


6. 已知 $\frac{1}{m} - \frac{1}{n} = 1$, 则代数式 $\frac{2m - mn - 2n}{m + 2mn - n}$ 的值为

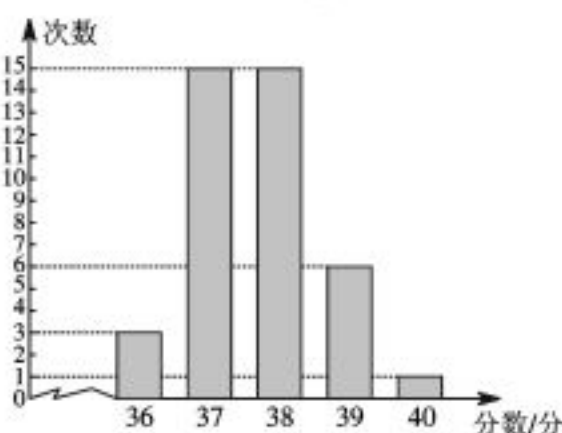
- (A) 3 (B) 1
(C) -1 (D) -3

7. 为适应新中考英语听说机考, 九年级甲、乙两位同学使用某手机软件进行英语听说练习并记录了 40 次的练习成绩。甲、乙两位同学的练习成绩统计结果如图所示:

甲同学的练习成绩统计图



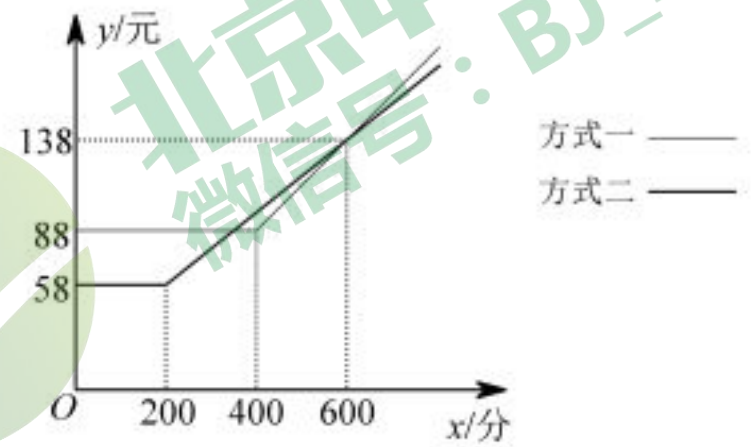
乙同学的练习成绩统计图



下列说法正确的是

- (A) 甲同学的练习成绩的中位数是 38 分
- (B) 乙同学的练习成绩的众数是 15 分
- (C) 甲同学的练习成绩比乙同学的练习成绩更稳定
- (D) 甲同学的练习总成绩比乙同学的练习总成绩低

8. 某移动通讯公司有两种移动电话计费方式, 这两种计费方式中月使用费 y (元) 与主叫时间 x (分) 的对应关系如图所示: (主叫时间不到 1 分钟, 按 1 分钟收费) 下列三个判断中正确的是



- ① 方式一每月主叫时间为 300 分钟时, 月使用费为 88 元
 - ② 每月主叫时间为 350 分钟和 600 分钟时, 两种方式收费相同
 - ③ 每月主叫时间超过 600 分钟, 选择方式一更省钱
- (A) ①② (B) ①③
(C) ②③ (D) ①②③

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 分解因式: $a^3 - ab^2 =$ _____.

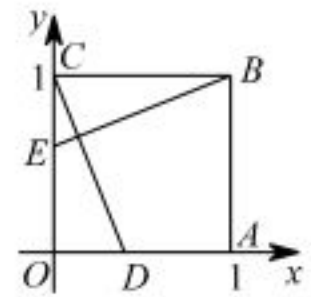
10. 正六边形每个内角的度数是 _____.

11. 如果关于 x 的不等式 $ax > 2$ 的解集为 $x < \frac{2}{a}$, 写出一个满足条件的 $a =$ _____.

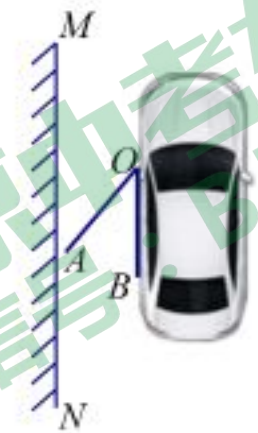
12. 一个盒子里装有除颜色外都相同的 10 个球, 其中有 a 个红球, b 个黄球, c 个白球. 从盒子里随意摸出 1 个球, 摸出黄球的概率是 $\frac{1}{2}$, 那么 $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____. (写出一种情况即可)

13. “复兴号”是我国具有完全自主知识产权、达到世界先进水平的动车组列车. “复兴号”的速度比原来列车的速度每小时快 50 千米, 提速后从北京到上海运行时间缩短了 30 分钟. 已知从北京到上海全程约 1320 千米, 求“复兴号”的速度. 设“复兴号”的速度为 x 千米/时, 依题意, 可列方程为 _____.

14. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 正方形 $OABC$ 的边长为 1, 点 D, E 分别在 OA, OC 上, $OD = CE$, $\triangle OCD$ 可以看作是 $\triangle CBE$ 经过若干次图形的变化 (平移、轴对称、旋转) 得到的, 写出一种由 $\triangle CBE$ 得到 $\triangle OCD$ 的过程: _____.



15. 如图, 是一辆小汽车与墙平行停放的平面示意图, 汽车靠墙一侧 OB 与墙 MN 平行且距离为 0.8 米, 一辆小汽车车门宽 AO 为 1.2 米, 当车门打开角度 $\angle AOB$ 为 40° 时, 车门是否会碰到墙? _____; (填“是”或“否”) 请简述你的理由 _____.



(参考数据: $\sin 40^\circ \approx 0.64$, $\cos 40^\circ \approx 0.77$, $\tan 40^\circ \approx 0.84$)

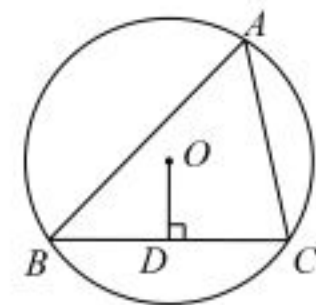
16. 数学课上, 老师提出如下问题: $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, $OD \perp BC$ 于点 D . 请借助直尺, 画出 $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC$ 的平分线.

晓龙同学的画图步骤如下:

- (1) 延长 OD 交 \widehat{BC} 于点 M ;
- (2) 连接 AM 交 BC 于点 N .

所以线段 AN 为所求 $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC$ 的平分线.

请回答: 晓龙同学画图的依据是 _____.

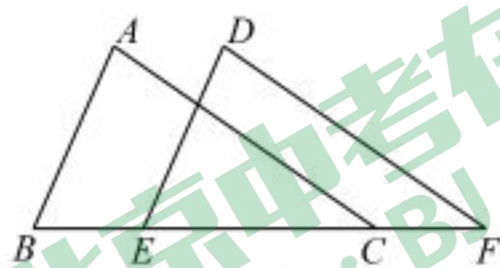


三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-22, 24 题每小题 5 分, 第 23, 25 题每小题 6 分, 第 26-28 题每小题 7 分)

17. 计算: $\sqrt[3]{8} - 2\sin 60^\circ + (-1)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

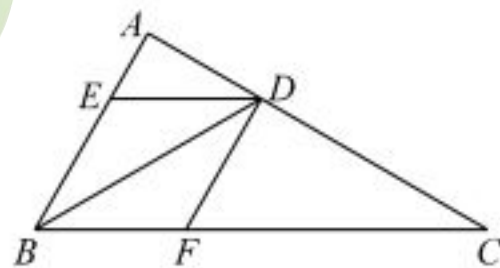
18. 解分式方程: $\frac{x}{x-2} - 1 = \frac{1}{x}$.

19. 如图, E, C 是线段 BF 上的两点, $BE = FC$, $AB \parallel DE$, $\angle A = \angle D$, $AC = 6$, 求 DF 的长.



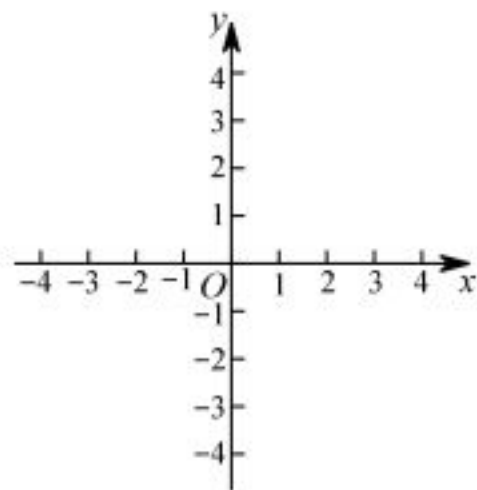
20. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = x^2 - 4x + 2m - 1$ 与 x 轴交于点 A, B . (点 A 在点 B 的左侧)
- (1) 求 m 的取值范围;
 - (2) 当 m 取最大整数时, 求点 A 、点 B 的坐标.

21. 如图, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 过点 D 作 $DE \parallel BC$ 交 AB 于点 E , $DF \parallel AB$ 交 BC 于点 F .
- (1) 求证: 四边形 $BEDF$ 为菱形;
 - (2) 如果 $\angle A = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $BD = 12$, 求菱形 $BEDF$ 的面积.



22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $l: y = mx - 2m + 1 (m \neq 0)$.

- (1) 判断直线 l 是否经过点 $M(2, 1)$, 并说明理由;
- (2) 直线 l 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象的交点分别为点 M, N , 当 $OM = ON$ 时, 直接写出点 N 的坐标.



23. 某校七年级 6 个班的 180 名学生即将参加北京市中学生开放性科学实践活动送课到校课程的学习. 学习内容包括以下 7 个领域: A.自然与环境, B.健康与安全, C.结构与机械, D.电子与控制, E.数据与信息, F.能源与材料, G.人文与历史. 为了解学生喜欢的课程领域, 学生会开展了一次调查研究, 请将下面的过程补全.

收集数据 学生会计划调查 30 名学生喜欢的课程领域作为样本, 下面抽样调查的对象选择合理的是 _____; (填序号)

- ① 选择七年级 1 班、2 班各 15 名学生作为调查对象
- ② 选择机器人社团的 30 名学生作为调查对象
- ③ 选择各班学号为 6 的倍数的 30 名学生作为调查对象

调查对象确定后, 调查小组获得了 30 名学生喜欢的课程领域如下:

A, C, D, D, G, G, F, E, B, G,
C, C, G, D, B, A, G, F, F, A,
G, B, F, G, E, G, A, B, G, G

整理、描述数据 整理、描述样本数据, 绘制统计图表如下, 请补全统计表和统计图.

某校七年级学生喜欢的课程领域统计表

课程领域	人数
A	4
B	4
C	3
D	3
E	2
F	
G	
合计	30

某校七年级学生喜欢的课程领域统计图

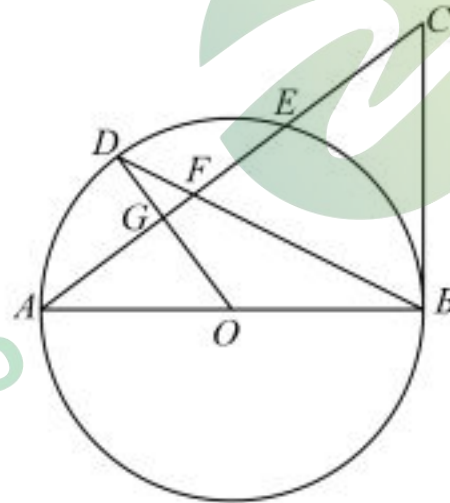


分析数据、推断结论 请你根据上述调查结果向学校推荐本次送课到校的课程领域，你的推荐是_____（填 A-G 的字母代号），估计全年级大约有_____名学生喜欢这个课程领域。

24. 如图， $\odot O$ 中， AB 是 $\odot O$ 的直径， G 为弦 AE 的中点，连接 OG 并延长交 $\odot O$ 于点 D ，连接 BD 交 AE 于点 F ，延长 AE 至点 C ，使得 $FC=BC$ ，连接 BC 。

(1) 求证： BC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) $\odot O$ 的半径为 5， $\tan A = \frac{3}{4}$ ，求 FD 的长。



25. 数学活动课上，老师提出问题：如图，有一张长 4dm，宽 3dm 的长方形纸板，在纸板的四个角裁去四个相同的小正方形，然后把四边折起来，做成一个无盖的盒子，问小正方形的边长为多少时，盒子的体积最大。

下面是探究过程，请补充完整：

(1) 设小正方形的边长为 x dm，体积为 y dm^3 ，根据长方体的体积公式得到 y 和 x 的关系式：_____；

(2) 确定自变量 x 的取值范围是_____；

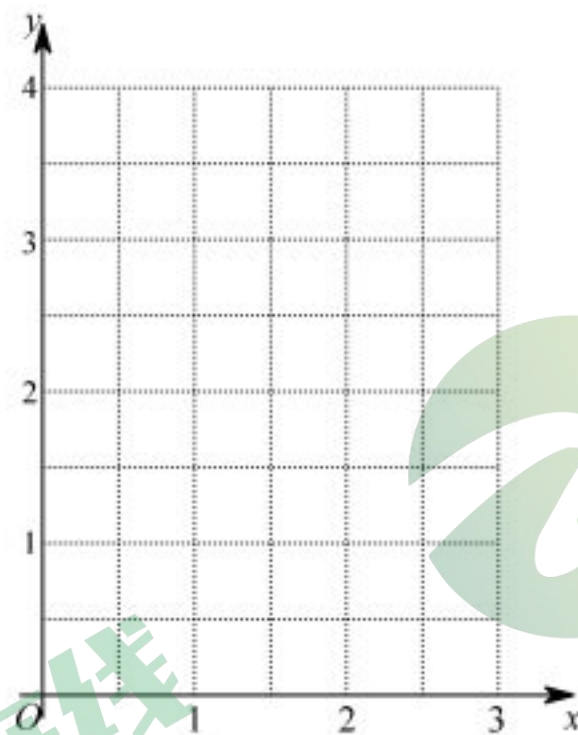
(3) 列出 y 与 x 的几组对应值。

x/dm	...	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$...
y/dm^3	...	1.3	2.2	2.7		3.0	2.8	2.5		1.5	0.9	...



(说明：表格中相关数值保留一位小数)

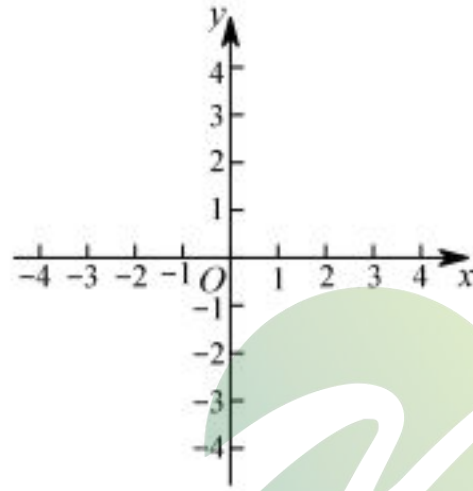
(4) 在下面的平面直角坐标系 xOy 中，描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点，画出该函数的图象；



(5) 结合画出的函数图象，解决问题：当小正方形的边长约为_____dm 时，盒子的体积最大，最大值约为_____ dm^3 。

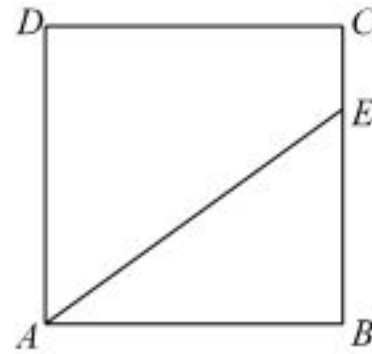
26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = x^2 - 2hx + h$ 的图象的顶点为点 D .

- (1) 当 $h = -1$ 时, 求点 D 的坐标;
- (2) 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, 求函数的最小值 m .
(用含 h 的代数式表示 m)



27. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E 是 BC 边上的一个动点, 连接 AE , 将线段 AE 绕点 A 逆时针旋转 90° , 得到 AF , 连接 EF , 交对角线 BD 于点 G , 连接 AG .

- (1) 根据题意补全图形;
- (2) 判定 AG 与 EF 的位置关系并证明;
- (3) 当 $AB = 3$, $BE = 2$ 时, 求线段 BG 的长.

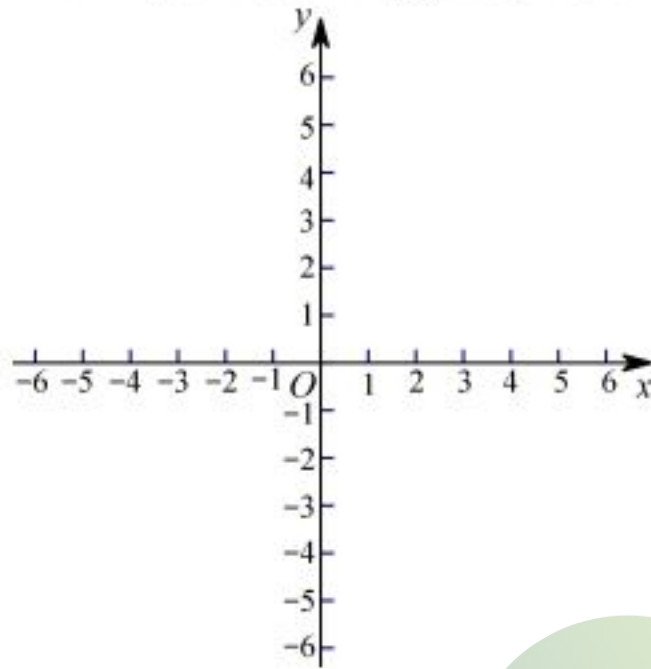


28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 将任意两点 $P(x_1, y_1)$ 与 $Q(x_2, y_2)$ 之间的“直距”定义为: $D_{PQ} = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$.

例如: 点 $M(1, -2)$, 点 $N(3, -5)$, 则 $D_{MN} = |1 - 3| + |-2 - (-5)| = 5$.

已知点 $A(1, 0)$ 、点 $B(-1, 4)$.

- (1) 则 $D_{AO} = \underline{\hspace{2cm}}$, $D_{BO} = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 如果直线 AB 上存在点 C , 使得 D_{CO} 为 2, 请你求出点 C 的坐标;
- (3) 如果 $\odot B$ 的半径为 3, 点 E 为 $\odot B$ 上一点, 请你直接写出 D_{EO} 的取值范围.



一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	D	C	B	D	A	A

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. $a(a+b)(a-b)$; 10. 120° ; 11. -1 (答案不唯一);

12. 2, 5, 3 (答案不唯一); 13. $\frac{1320}{x} = \frac{1320}{x-50} - \frac{30}{60}$;

14. 将 $\triangle CBE$ 绕点 C 逆时针旋转 90° , 再向下平移 1 个单位得到 $\triangle OCD$ (答案不唯一);

15. 否, 求出点 A 与直线 OB 的距离 d_1 , 通过计算可得 $d_1 < 0.8$, 所以车门不会碰到墙;

16. 垂径定理, 等弧所对的圆周角相等.

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17—22、24 题, 每小题 5 分; 第 23, 25 题 6 分; 第 26, 27, 28 题, 每小题 7 分)

17. 解: $\sqrt[3]{8} - 2\sin 60^\circ + (-1)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

$= 2 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 + 4$ 4 分

$= 7 - \sqrt{3}$ 5 分

18. 解: 去分母, 得 $x^2 - x(x-2) = x-2$ 2 分

解这个方程, 得 $x=-2$ 4 分

经检验 $x=-2$ 是原方程的解.

\therefore 原方程的解是 $x=-2$5 分

19. 证明: $\because AB \parallel DE$,

$\therefore \angle ABC = \angle DEF$1 分

$\because BE = FC$,

$\therefore BE + EC = FC + EC$,

$\therefore BC = EF$2 分

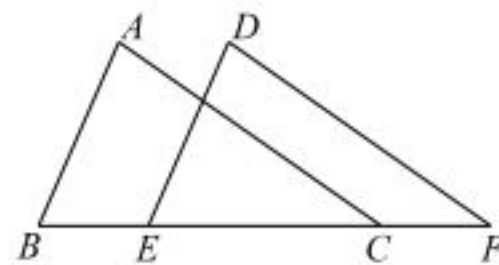
又 $\because \angle A = \angle D$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$,3 分

$\therefore AC = DF$4 分

又 $\because AC = 6$,

$\therefore DF = 6$5 分



20. 解: (1) \because 抛物线 $y = x^2 - 4x + 2m - 1$ 与 x 轴有两个交点, 令 $y = 0$.

$\therefore x^2 - 4x + 2m - 1 = 0$. \because 与 x 轴有两个交点, \therefore 方程有两个不等的实数根.

$\therefore \Delta > 0$.

即 $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot (2m - 1) > 0$

$\therefore m < 2.5$2 分

(2) $\because m < 2.5$, 且 m 取最大整数,

$\therefore m = 2$3 分

当 $m = 2$ 时, 抛物线 $y = x^2 - 4x + 2m - 1 = x^2 - 4x + 3$.

令 $y = 0$, 得 $x^2 - 4x + 3 = 0$, 解得 $x_1 = 1, x_2 = 3$.

\therefore 抛物线与 x 轴两个交点的坐标为 $A(1, 0), B(3, 0)$ 5 分

21. (1) 证明: $\because DE \parallel BC, DF \parallel AB, \therefore$ 四边形 $BEDF$ 为平行四边形1 分

$\therefore \angle 1 = \angle 3$.

$\because BD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $\therefore \angle 1 = \angle 2$.

$\therefore \angle 2 = \angle 3. \therefore BF = DF$.

\therefore 四边形 $BEDF$ 为菱形2 分

(2) 解: 过点 D 作 $DG \perp BC$ 于点 G , 则 $\angle BGD = 90^\circ$.

$\because \angle A = 90^\circ, \angle C = 30^\circ, \therefore \angle ABC = 60^\circ$.

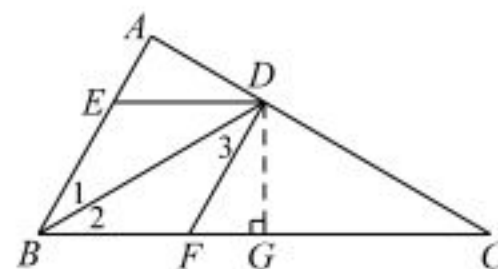
由 (1) 知, $BF = DF, \angle 2 = 30^\circ, DF \parallel AB, \therefore \angle DFG = \angle ABC = 60^\circ$.

$\because BD = 12, \therefore$ 在 $Rt\triangle BDG$ 中, $DG = 6$.

\therefore 在 $Rt\triangle FDG$ 中, $DF = 4\sqrt{3}$4 分

$\therefore BF = DF = 4\sqrt{3}$.

$\therefore S_{\text{菱形} BEDF} = BF \cdot DG = 24\sqrt{3}$5 分



(其他证法相应给分)

22. (1) 解: 直线 l 经过点 $M(2, 1)$1分

理由如下: 对于 $y = mx - 2m + 1$, 令 $x=2$, 则 $y = 2m - 2m + 1 = 1$

\therefore 直线 l 经过点 $M(2, 1)$2分

(2) 点 N 的坐标为 $(1, 2)$, $(-2, -1)$, $(-1, -2)$5分

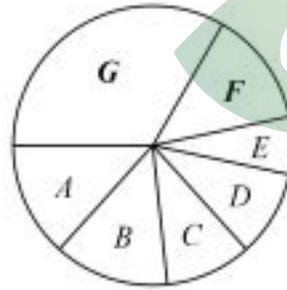
23. 收集数据 抽样调查对象选择合理的是③.1分

整理、描述数据 如下:4分

某校七年级学生喜欢的课程领域统计表

课程领域	人数
F	4
G	10

某校七年级学生喜欢的课程领域统计图



分析数据、推断结论 G, 60.6分

24. (1) 证明: $\because G$ 为弦 AE 的中点, $\therefore OD \perp AE$1分

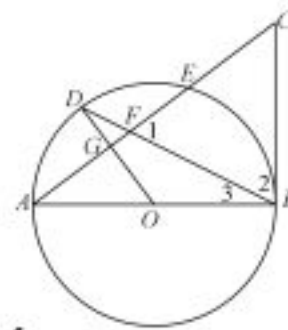
$\therefore \angle DGC = 90^\circ, \therefore \angle D + \angle DFG = 90^\circ$.

$\because FC = BC, \therefore \angle 1 = \angle 2. \because \angle DFG = \angle 1, \therefore \angle DFG = \angle 2$.

$\because OD = OB, \therefore \angle D = \angle 3$.

$\therefore \angle 3 + \angle 2 = 90^\circ. \therefore \angle ABC = 90^\circ$. 即 $CB \perp AB$.

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线.2分



(2) 解: $\because OA = 5, \tan A = \frac{3}{4}, \therefore$ 在 $Rt\triangle AGO$ 中, $\angle AGO = 90^\circ, OG = 3, AG = 4$.

$\because OD = 5, \therefore DG = 2$.

$\because AB = 2OA = 10, \therefore$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ, BC = \frac{15}{4}, AC = \frac{25}{4}$.

$\therefore FC = BC = \frac{15}{4}. \therefore GF = AC - AG - FC = 1. \therefore$ 在 $Rt\triangle DGF$ 中, $FD = \sqrt{5}$5分

(其他证法或解法相应给分.)

25. 解:

(1) $y = x(4 - 2x)(3 - 2x)$ 1分

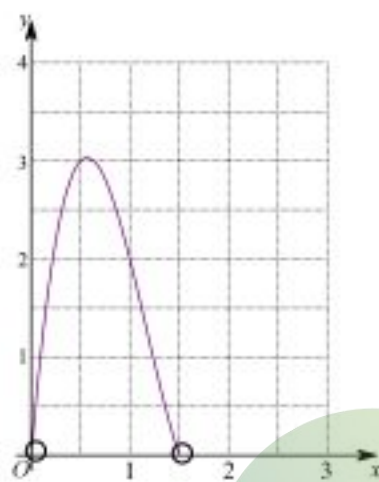
(2) $0 < x < 1.5$2分

(3) 如下表,4分

x/dm	$\frac{1}{2}$	1
y/dm	3.0	2.0

(4) 如右图:5分

(5) $\frac{1}{2}$ 至 $\frac{5}{8}$ 均可, 3.0 至 3.1 均可6分



26. 解: (1) \because 抛物线 $y = x^2 - 2hx + h = (x-h)^2 + h - h^2$,

\therefore 顶点 D 的坐标为 $(h, h - h^2)$,

\therefore 当 $h = -1$ 时, 点 D 的坐标是 $(-1, -2)$3分

(2) 当 $x = -1$ 时, $y = 3h + 1$,

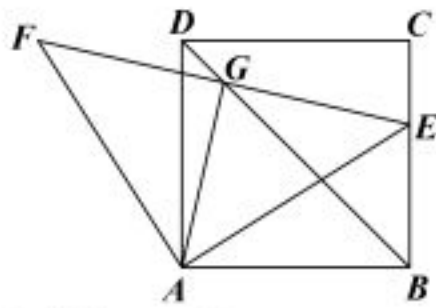
当 $x = 1$ 时, $y = -h + 1$4分

① 当 $h < -1$ 时, 函数的最小值 $m = 3h + 1$ 5分

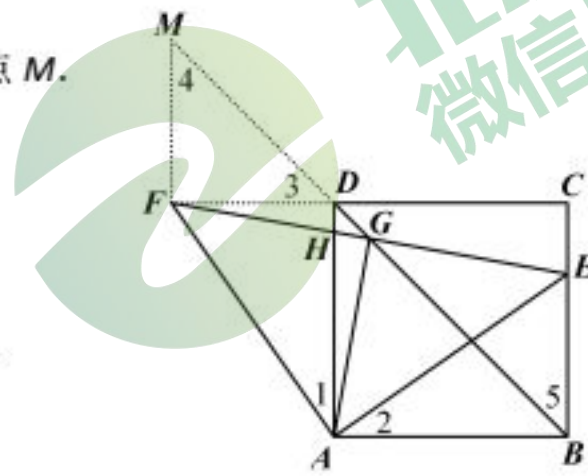
② 当 $-1 \leq h \leq 1$ 时, 函数的最小值 $m = h - h^2$ 6分

③ 当 $h > 1$ 时, 函数的最小值 $m = -h + 1$ 7分

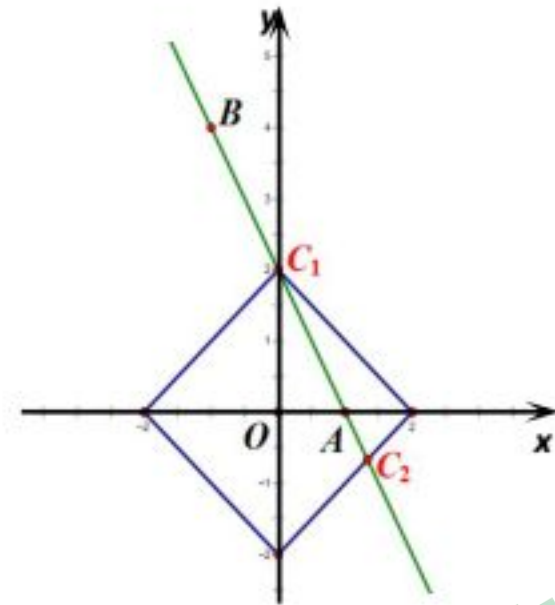
27. 解: (1) 图形补全后如图1分



(2) 结论: $AG \perp EF$2分
 证明: 连接 FD , 过 F 点 $FM \parallel BC$, 交 BD 的延长线于点 M .
 \because 四边形 $ABCD$ 是正方形,
 $\therefore AB=DA=DC=BC$, $\angle DAB=\angle ABE=\angle ADC=90^\circ$,
 $\angle ADB=\angle 5=45^\circ$.
 \because 线段 AE 绕点 A 逆时针旋转 90° , 得到 AF ,
 $\therefore AE=AF$, $\angle FAE=90^\circ$.
 $\therefore \angle 1=\angle 2$. $\therefore \triangle FDA \cong \triangle EBA$3分
 $\therefore \angle FDA=\angle EBA=90^\circ$, $FD=BE$.
 $\because \angle ADC=90^\circ$, $\therefore \angle FDA+\angle ADC=180^\circ$.
 \therefore 点 F, D, C 三点共线. $\therefore \angle ADB=\angle 3=45^\circ$.
 $\because FM \parallel BC$, $\therefore \angle 4=\angle 5=45^\circ$, $\therefore FM=FD$, $\therefore FM=BE$.
 $\because \angle FGM=\angle EGB$, $FM=BE$, $\angle 4=\angle 5$,
 $\therefore \triangle FMG \cong \triangle EGB$.
 $\therefore FG=EG$.
 $\because AE=AF$,
 $\therefore AG \perp FE$4分



(3) 解: 如图, DB 与 FE 交于点 G .
 $\because AB=3$, $BE=2$,
 $\therefore DC=3$, $CE=1$, $FD=2$.
 \therefore Rt $\triangle DAB$ 中, $DB=3\sqrt{2}$.
 \because 四边形 $ABCD$ 是正方形,
 $\therefore DH \parallel BC$,
 $\therefore \frac{DH}{CE} = \frac{FD}{FC}$, 即 $\frac{DH}{1} = \frac{2}{5}$, $\therefore DH = \frac{2}{5}$.
 $\therefore \frac{DG}{BG} = \frac{DH}{BE}$, 即 $\frac{3\sqrt{2}-BG}{BG} = \frac{2}{2}$,
 $\therefore BG = \frac{5\sqrt{2}}{2}$7分



28. (1) $D_{AO}=1$, $D_{BO}=5$;2分

(2) 如图:

解法 1: 由点 A 和点 B 坐标可得, 直线 AB 的解析式为 $y=-2x+2$.

设点 C 的坐标为 $(x, -2x+2)$, 则 $|x|+|-2x+2|=2$, 则点 C 的坐标为 $(0, 2)$ 或 $(\frac{4}{3}, -\frac{2}{3})$.

解法 2: 由点 A 和点 B 坐标可得, 直线 AB 的解析式为 $y=-2x+2$.

点 C 与点 O 之间的“直距 D_{CO} ”为 2 的运动轨迹为以点 O 为中心、对角线分别位于坐标轴上、对角线长度为 4 的正方形. 设点 C 的坐标为 $(x, -2x+2)$, 则利用直线解析式可求得, 点 C 的坐标为 $(0, 2)$

或 $(\frac{4}{3}, -\frac{2}{3})$5分

(3) D_{EO} 的取值范围为 $4-2\sqrt{2} \leq D_{EO} \leq 5+3\sqrt{2}$7分

