

# 2021 北京四中璞琨学校初三（上）期中

## 数 学

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_

考 生 须 知	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 本试卷共 3 页，共三道大题，26 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。</li><li>2. 在试卷和答题纸上准确填写班级、姓名和学号。</li><li>3. 试卷答案一律书写在答题纸上，在试卷上作答无效。</li><li>4. 在答题纸上请用黑色字迹签字笔作答。</li><li>5. 考试结束时，将本试卷、答题纸和草稿纸一并交回。</li></ol>
------------------	--

### 一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

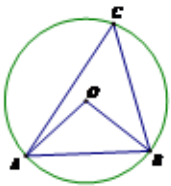
1. 下面四个图形分别是绿色食品、节水、节能和回收标志，在这四个标志中，是中心对称图形的是( )



2. 抛物线  $y = (x-2)^2 + 1$  的顶点坐标是( )

- A.  $(-2, -1)$     B.  $(-2, 1)$     C.  $(2, -1)$     D.  $(2, 1)$

3. 如图， $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ，若  $\angle AOB = 100^\circ$ ，则  $\angle ACB$  的度数是( )



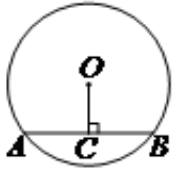
- A.  $40^\circ$     B.  $50^\circ$     C.  $60^\circ$     D.  $80^\circ$

4. 将抛物线  $y = -2x^2$  向右平移 1 个单位，再向上平移 3 个单位，得到的抛物线是( )

- A.  $y = -2(x+1)^2 + 3$     B.  $y = -2(x-1)^2 + 3$   
C.  $y = -2(x+1)^2 - 3$     D.  $y = -2(x-1)^2 - 3$

5. 如图， $\odot O$  的半径为 5， $AB$  为弦， $OC \perp AB$ ，垂足为  $C$ ，如果  $OC = 3$ ，那么弦  $AB$  的长为( )



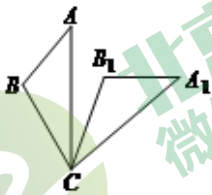


- A. 4      B. 6      C. 8      D. 10

6. 在平面直角坐标系  $xoy$  中,如果  $\odot O$  是以原点  $O(0,0)$  为圆心,以 5 为半径的圆,那么点  $A(-3,-4)$  与  $\odot O$  的位置关系是( )

- A. 在  $\odot O$  内    B. 在  $\odot O$  上    C. 在  $\odot O$  外    D. 不能确定

7. 如图,将  $\triangle ABC$  绕着点  $C$  顺时针旋转  $50^\circ$  后得到  $\triangle A_1B_1C$ .若  $\angle A=40^\circ, \angle B_1=110^\circ$ ,则  $\angle BCA_1$  的度数是( )



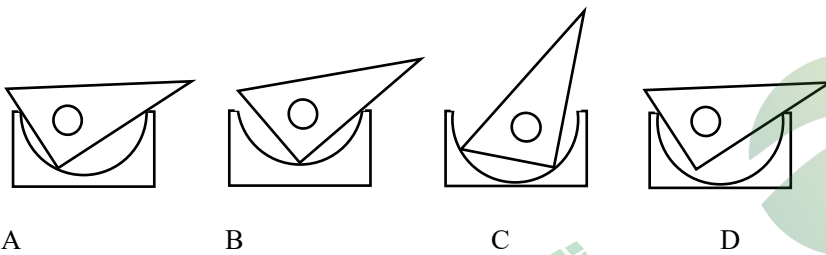
- A.  $90^\circ$       B.  $80^\circ$       C.  $50^\circ$       D.  $30^\circ$



8. 某商品现在的售价为每件 60 元,每星期可卖出 300 件.市场调查反映,如果调整商品售价,每降价 1 元,每星期可多卖出 20 件.设每件商品降价  $x$  元后,每星期售出商品的总销售额为  $y$  元,则  $y$  与  $x$  的关系式为( )

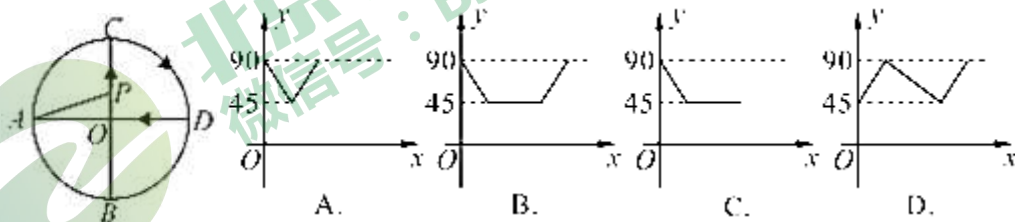
- A.  $y=60(300+20x)$       B.  $y=(60-x)(300+20x)$   
C.  $y=300(60-20x)$       D.  $y=(60-x)(300-20x)$

9. 小宏用直角三角板检查某些工件的弧形凹面是否是半圆,下列工件的弧形凹面一定是半圆的是( )



- A      B      C      D

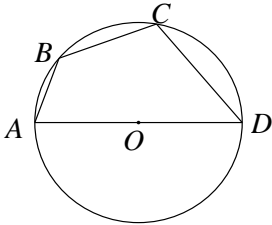
10. 如图, $AD,BC$  是  $\odot O$  的两条互相垂直的直径,点  $P$  从点  $O$  出发,沿  $O \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow O$  的路线匀速运动,设  $\angle APB=y$  (单位:度),点  $P$  运动的时间为  $x$  (单位:秒),那么表示  $y$  与  $x$  关系的图象是( )



二、填空题（共 16 分，每小题 2 分）

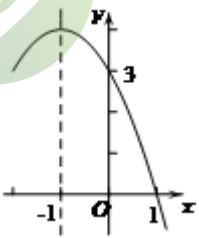
11. 点  $P(-3, 4)$  关于原点的对称点的坐标为\_\_\_\_\_.

12. 如图，点  $A, B, C, D$  在  $\odot O$  上，且  $AD$  为直径，如果  $\angle BAD = 70^\circ$ ， $\angle CDA = 50^\circ$ ，那么  $\angle ABC =$  \_\_\_\_\_， $\angle BCD =$  \_\_\_\_\_.

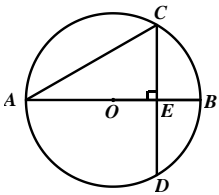


13.  $\odot O$  的半径为 3cm，如果圆心  $O$  到直线  $l$  的距离为  $d$ ，且  $d=5\text{cm}$ ，那么  $\odot O$  和直线  $l$  的位置关系是\_\_\_\_\_.

14. 已知  $y=ax^2+bx+c$  二次函数的部分图象如图所示，对称轴为直线  $x=-1$ ，与  $x$  轴的一个交点为  $(1,0)$ ，与  $y$  轴的交点为  $(0,3)$ ，则方程  $ax^2+bx+c=0$  的解为\_\_\_\_\_.



15. 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径，弦  $CD \perp AB$  于点  $E$ ，如果  $AC = CD$ ，则  $\angle ACD$  的度数是\_\_\_\_\_.



16. 定义：直线  $y=ax+b(a \neq 0)$  称作抛物线  $y=ax^2+bx(a \neq 0)$  的关联直线. 根据定义回答以下问题：

(1) 已知抛物线  $y=ax^2+bx(a \neq 0)$  的关联直线为  $y=x+2$ ，则该抛物线的顶点坐标为\_\_\_\_\_；

(2) 当  $a=1$  时，请写出抛物线  $y=ax^2+bx$  与其关联直线所共有的特征（写出一条即可）：  
\_\_\_\_\_.

三、解答题（本题共 54 分，第 17 题 8 分，第 18 题 4 分，第 19—24 题，每小题 5 分，第 25 题 6 分，第 26 题 6 分）

17. 解方程：(1)  $x^2+x-2=0$

(2)  $5(x+3)^2 = \frac{1}{2}$



18. 已知：二次函数  $y = x^2 + bx - 3$  的图象经过点  $A(2, 5)$ .

(1) 求  $b$ ;

(2) 将 (1) 中求得的函数解析式用配方法化成  $y = (x-h)^2 + k$  的形式.

19. 如图，平面直角坐标系内，小正方形网格的边长为 1 个单位长度，

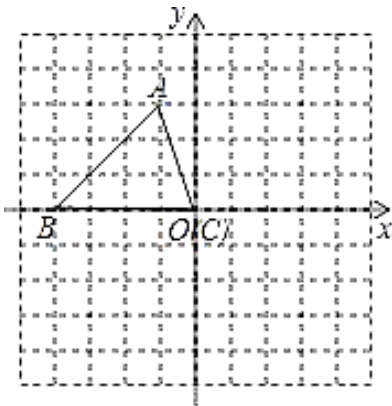
$\triangle ABC$  的三个顶点的坐标分别为  $A(-1, 3)$ ,  $B(-4, 0)$ ,  $C(0, 0)$

(1) 画出将  $\triangle ABC$  向上平移 1 个单位长度，再向右平移 5 个单位长度后得到的  $\triangle A_1B_1C_1$ ;

(2) 画出将  $\triangle ABC$  绕原点  $O$  顺时针方向旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle A_2B_2O$ ;

(3) 在  $x$  轴上存在一点  $P$ ，满足点  $P$  到  $A_1$  与点  $A_2$  距离之和最小，

请直接写出  $P$  点的坐标.

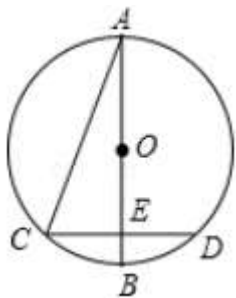


20. 已知关于  $x$  的方程  $x^2 + 3x + \frac{3m}{4} = 0$  有两个不相等的实数根.

(1) 求  $m$  的取值范围;

(2) 若  $m$  为符合条件的最大整数，求此时方程的根.

21. 如图,已知  $AB$  是  $\odot O$  的直径,弦  $CD \perp AB$ , 垂足为  $E$ ,连接  $AC$ .若  $\angle A=22.5^\circ$ ,  $CD=8\text{cm}$ , 求  $\odot O$  的半径.

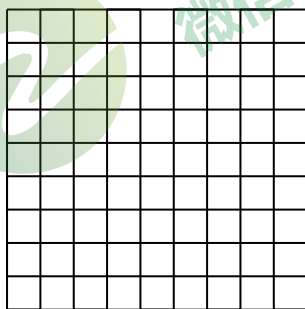


22. 已知抛物线  $y=ax^2+bx+c$  经过点  $A(0, 3)$ 、 $B(4, 3)$ 、 $C(1, 0)$ .

(1) 填空: 抛物线的对称轴为直线  $x=$  \_\_\_\_\_, 抛物线与  $x$  轴的另一个交点  $D$  的坐标为 \_\_\_\_\_;

(2) 画出二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的图象.

(3) 当  $1 < x \leq 4$  时,  $y$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

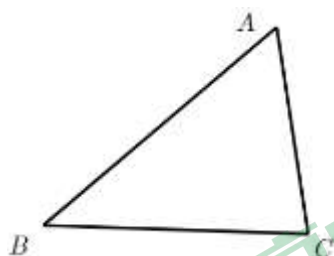


23. 已知: 如图,  $\triangle ABC$ .

(1) 求作:  $\triangle ABC$  的外接圆 (要求: 尺规作图, 保留作图痕迹, 不写作法);

(2) 若  $\triangle ABC$  是直角三角形, 则其外接圆的圆心在 \_\_\_\_\_;

(3) 若  $\triangle ABC$  是边长为 6 的等边三角形, 其外接圆的圆心  $O$  到  $BC$  边的距离为 1, 求其外接圆的面积.

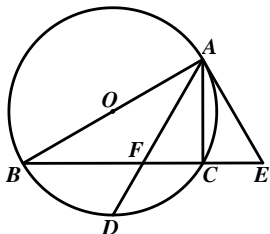




24. 如图,  $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ,  $AB$  为  $\odot O$  的直径, 过点  $A$  作  $OA \perp AE$  交  $BC$  的延长线于点  $E$ , 在弦  $BC$  上取一点  $F$ , 使  $AF=AE$ , 连接  $AF$  并延长交  $\odot O$  于点  $D$ .

(1) 求证:  $\angle B = \angle CAD$ ;

(2) 若  $CE=2$ ,  $\angle B=30^\circ$ , 求  $AD$  的长.



25. 在平面直角坐标系中, 抛物线  $y=mx^2-8mx+16m-1$  ( $m>0$ ) 与  $x$  轴的交点分别为  $A(x_1, 0)$ ,  $B(x_2, 0)$ .

(1) 求证: 抛物线总与  $x$  轴有两个不同的交点;

(2) 若  $AB=2$ , 求此抛物线的解析式;

(3) 已知  $x$  轴上两点  $C(2, 0)$ ,  $D(5, 0)$ , 若抛物线  $y=mx^2-8mx+16m-1$  ( $m>0$ ) 与线段  $CD$  有交点, 请写出  $m$  的取值范围.

26. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $CA=CB$ , 点  $P$  在线段  $AB$  上, 作射线  $CP$

( $0^\circ < \angle ACP < 45^\circ$ ), 射线  $CP$  绕点  $C$  逆时针旋转  $45^\circ$ , 得到射线  $CQ$ , 过点  $A$  作  $AD \perp CP$  于点  $D$ , 交  $CQ$  于点  $E$ , 连接  $BE$ .

(1) 依题意补全图形;

(2) 用等式表示线段  $AD$ ,  $DE$ ,  $BE$  之间的数量关系, 并证明.

