

注意
事项

1. 本试卷共 8 页,包括三道大题,28 道小题,满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在答题卡上准确填写学校名称、班级和姓名。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束,请将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题(本题共 16 分,每小题 2 分)

下面各题均有四个选项,其中只有一个是符合题意的.

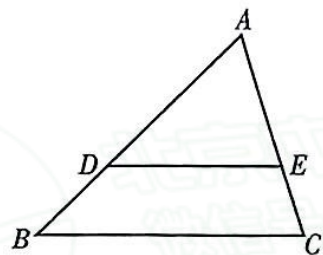
1. 已知
- $2x = 3y$
- (
- $y \neq 0$
-), 下列比例式成立的是

A. $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ B. $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$ C. $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ D. $\frac{x}{2} = \frac{3}{y}$

2. 如图,
- $\triangle ABC$
- 中,
- D
- 、
- E
- 分别为
- AB
- 、
- AC
- 边上的点,
- $DE \parallel BC$
- ,

若 $AD = 2BD$, 则 $\frac{DE}{BC}$ 的值为

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{2}$
C. $\frac{2}{1}$ D. $\frac{2}{3}$

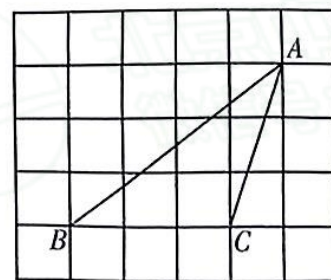


3. 将抛物线
- $y = 2x^2$
- 的图象先向左平移 1 个单位,再向下平移 3 个单位,得到的抛物线的表达式是

A. $y = 2(x + 1)^2 - 3$ B. $y = 2(x - 1)^2 - 3$
C. $y = 2(x + 1)^2 + 3$ D. $y = 2(x - 1)^2 + 3$

4. 如图,每个小正方形的边长为 1,点
- A
- 、
- B
- 、
- C
- 均在格点上,则
- $\sin B$
- 的值是

A. 1 B. $\frac{3}{4}$
C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

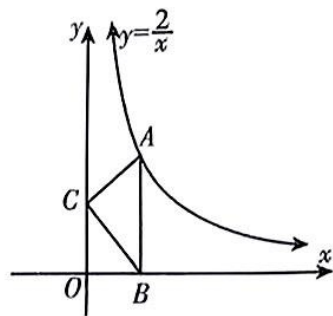




5. 如图,若点 A 是反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的图象上一点,过

点 A 作 x 轴的垂线交 x 轴于点 B ,点 C 是 y 轴上任意一点,则 $\triangle ABC$ 的面积为

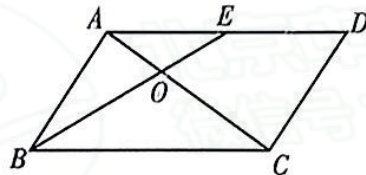
- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4



6. 如图, $\square ABCD$ 中,点 E 为 AD 中点,若 $\triangle AEO$ 的面积为 1,

则 $\triangle BOC$ 的面积为

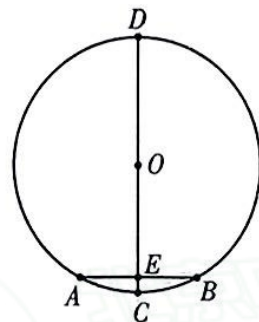
- A. 2
B. 3
C. 4
D. 8



7. “今有圆材,埋在壁中,不知大小,以锯锯之,深一寸,锯道长一尺,问径几何?”这是《九章算术》中的一个问题,用现代的语言表述为:如图, CD 为

$\odot O$ 的直径,弦 $AB \perp CD$ 于 E , $CE = 1$ 寸,弦 $AB = 10$ 寸,则 $\odot O$ 的半径为多少寸

- A. 5
B. 12
C. 13
D. 26



8. 如果 I 表示汽车经撞击之后的损坏程度,经多次实验研究后知道, I 与撞击时的速度 v 的平方之比是常数 2,则 I 与 v 的函数关系为

- A. 正比例函数关系
B. 反比例函数关系
C. 一次函数关系
D. 二次函数关系

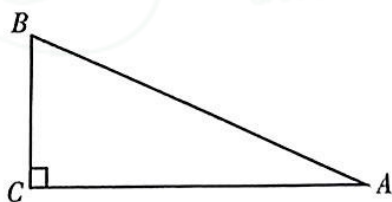
二、填空题(本题共 16 分,每小题 2 分)

9. 函数 $y = \sqrt{x-3}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.

10. 扇形的圆心角为 120° ,半径为 3,则扇形的弧长为_____.

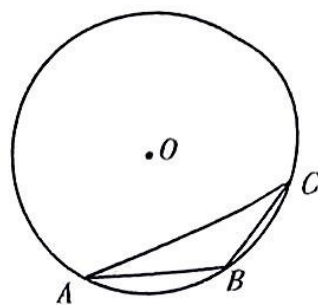
11. 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$,如果 $\cos A = \frac{2}{3}$,

$AB = 6$,那么 AC 的长为_____.

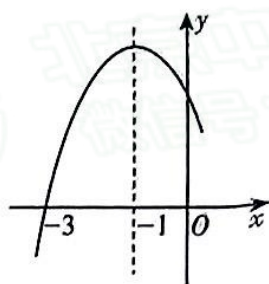




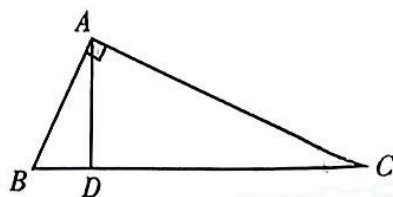
12. 如图,在 $\odot O$ 中, A, B, C 是 $\odot O$ 上三点,如果 $\angle ACB = 30^\circ$,
弦 $AB = 5$,那么 $\odot O$ 的半径长为_____.



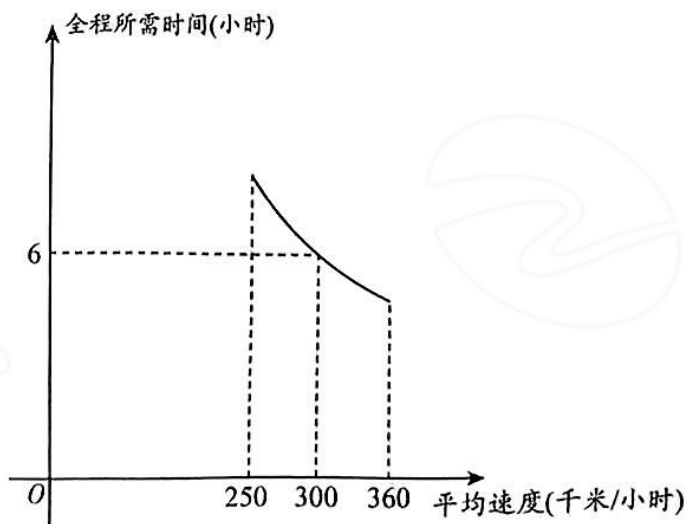
13. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)的部分图象,则关于 x 的
一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解为_____.



14. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AD \perp BC$ 于 D , $BD = 1$,
 $CD = 4$,则 AD 的长为_____.



15. 青藏铁路是当今世界上海拔最高、线路最长的高原铁路,因路况、季节、天气等原因行车的
平均速度在 $250 \sim 360$ (千米/小时)之间变化,铁路运行全程所需要的时间(小时)与
运行的平均速度(千米/小时)满足如图所示的函数关系,列车运行的平均速度最大和列
车运行的平均速度最小时全程所用时间相差_____小时.





16. 张老师准备为书法兴趣小组的同学购买上课的用具,在文具商店看到商店有 A、B 两种组合和 C、D、E、F 商品及它们的售价,组合及单件商品质量一样,若该小组共有 12 人,其中,笔和本每人各需要一份,砚台 2 人一方即可,墨汁 n 瓶($n \geq 3$). 张老师共带了 200 元钱,请给出一个满足条件的购买方案_____ (购买数量写前面商品代码写后面即可,例如: $2A + 3B + \dots$); n 最多买_____瓶.

商 品	价 格
组合 A(1 支笔 + 1 个本 + 1 方砚台 + 1 瓶墨汁)	25 元
组合 B(1 支笔 + 1 个本 + 1 瓶墨汁)	18 元
C: 1 支笔	5 元
D: 1 个本	4 元
E: 一方砚台	10 元
F: 一瓶墨汁	12 元

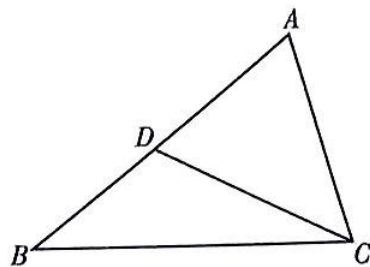
三、解答题(本题共 68 分,第 17、18、20 - 23、25 题,每题 5 分;第 19、24 题,每题 6 分;第 26 - 28 题,每题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $|- \sqrt{3}| + \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} - \sqrt{27} + 2\cos 30^\circ$.

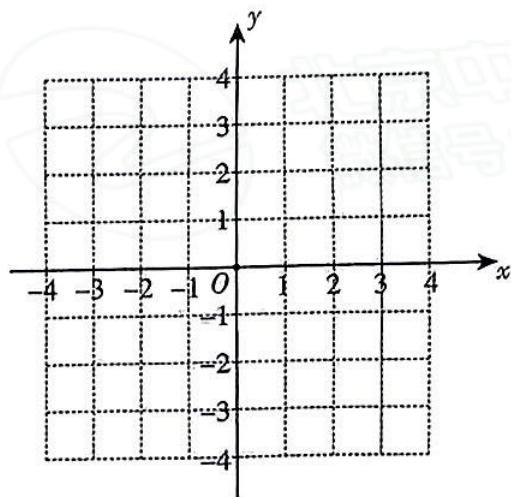


18. 已知:如图,在 $\triangle ABC$ 中, D 为 AB 边的中点,连接 CD ,
 $\angle ACD = \angle B$, $AB = 4$,求 AC 的长.



19. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$.

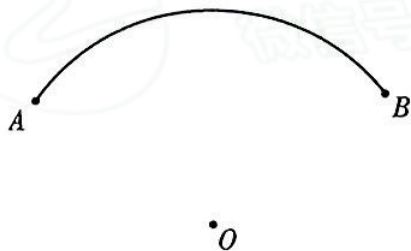
- (1) 求该二次函数的顶点坐标;
- (2) 求该二次函数图象与 x 轴、 y 轴的交点;
- (3) 在平面直角坐标系 xOy 中,画出二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图象;
- (4) 结合函数图象,直接写出当 $-1 \leq x \leq 2$ 时, y 的取值范围.



20. 如图,已知劣弧 \widehat{AB} ,如何等分 \widehat{AB} ? 下面给出两种作图方法,选择其中一种方法,利用直尺和圆规完成作图,并补全证明过程.

方法一: ①作射线 OA 、 OB ;

- ②作 $\angle AOB$ 的平分线 OD ,与 \widehat{AB} 交于点 C ;
- 点 C 即为所求作.



证明: $\because OC$ 平分 $\angle AOB$

$$\therefore \angle AOC = \angle BOC$$

\therefore _____ (_____) (填推理的依据).

方法二: ①连接 AB ;

- ②作线段 AB 的垂直平分线 EF ,直线 EF 与 \widehat{AB} 交于点 C ;
- 点 C 即为所求作.

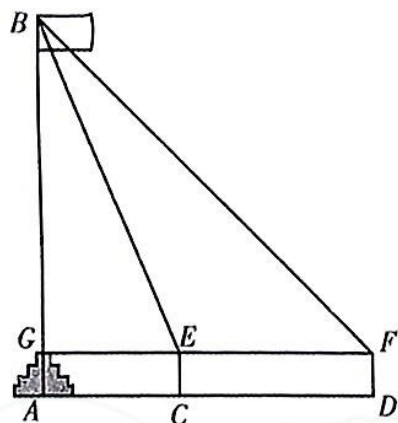
证明: $\because EF$ 垂直平分弦 AB

\therefore 直线 EF 经过圆心 O ,

\therefore _____ (_____) (填推理的依据).



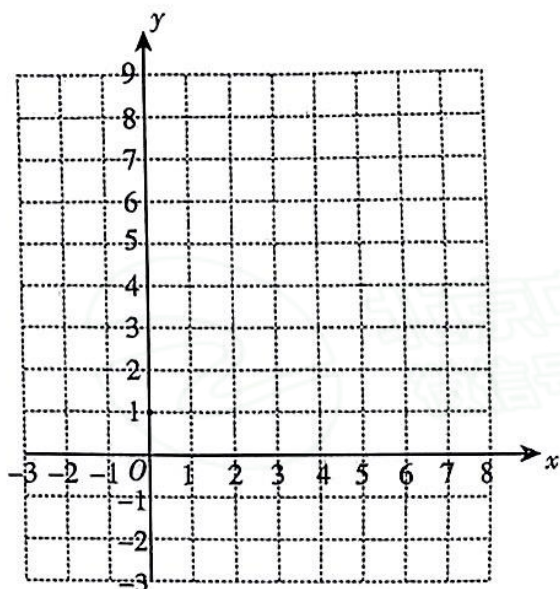
同学们来到操场,想利用所学知识测量旗杆的高度.方法如下:如图,线段 AB 表示旗杆,已知 A, C, D 三点在一条直线上,首先用 1.5 米高的测角仪在点 C 处测得旗杆顶端 B 的仰角为 65° ,在点 D 处测得旗杆顶端 B 的仰角为 45° ,其中,线段 CE 和 DF 均表示测角仪,然后测量出 CD 的距离为 5.5 米,连接 EF 并延长交 AB 于点 G .根据这些数据,请计算旗杆 AB 的长约为多少米.



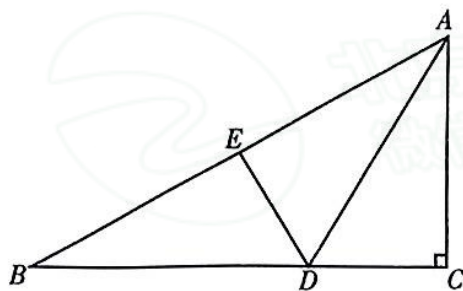
($\sin 65^\circ \approx 0.9$, $\cos 65^\circ \approx 0.4$, $\tan 65^\circ \approx 2.1$)

22. 已知:一次函数 $y = kx - 2$ ($k \neq 0$), 与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0, x > 0$) 的图象交与点 $A(2, 4)$.

- 1) 求一次函数和反比例函数的表达式;
- 2) 已知点 $P(0, n)$ ($n > 0$) 过点 P 作垂直于 y 轴的直线, 与反比例函数的图象交于点 B , 与一次函数的图象交于点 C , 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 若线段 BC 、 AC 与反比例函数图象上 AB 之间的部分围成的图象中(不含边界)恰有 3 个整点, 直接写出 n 的取值范围.

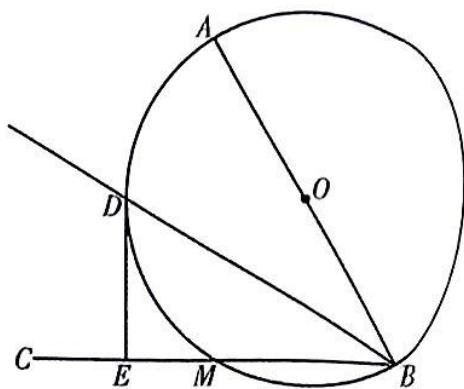


23. 如图,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 边于点 D , $DE \perp AB$ 于点 E , 若 $BD = 5$, $\cos B = \frac{4}{5}$, 求 AC 的长.





24. 如图,已知锐角 $\angle ABC$,以 AB 为直径画 $\odot O$,交 BC 边于点 M , BD 平分 $\angle ABC$ 与 $\odot O$ 交于点 D ,过点 D 作 $DE \perp BC$ 于点 E .



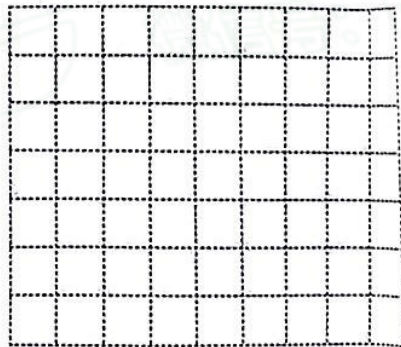
- (1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;
 (2) 连接 OE 交 BD 于点 F ,若 $\angle ABC = 60^\circ$,
 $AB = 4$,求 DF 长.

25. 某景观公园内人工湖里有一组小型喷泉,水柱从垂直于湖面的水枪喷出,若设距水枪水平距离为 x 米时水柱距离湖面高度为 y 米, y 与 x 近似的满足函数关系 $y = a(x-h)^2 + k$ ($a < 0$). 现测量出 x 与 y 的几组数据如下:

x (米)	0	1	2	3	4	...
y (米)	1.75	3.0	3.75	4.0	3.75	...

请解决以下问题:

- (1) 求出满足条件的函数关系式;
 (2) 身高1.75米的小明与水柱在同一平面中,设他到水枪的水平距离为 m 米 ($m \neq 0$),画出图象,结合图象回答,若小明被水枪淋到 m 的取值范围.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中,抛物线 $y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0$),设抛物线的对称轴为 $x = t$.

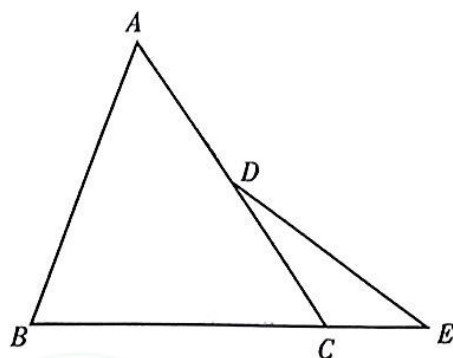
- (1) 当抛物线过点 $(-2, 0)$ 时,求 t 的值;
 (2) 若点 $(-2, m)$ 和 $(1, n)$ 在抛物线上,若 $m > n$,且 $amn > 0$,求 t 的取值范围.



27. 如图, $\triangle ABC$ 中, D 为 AC 边中点, E 为 BC 延长线上一点, 连接 ED 并延长, 使 $DF = ED$, 连接 BF .

(1) 依题意补全图形;

(2) 连接 BD , 若 $CE^2 + BF^2 = AB^2$, 猜想 BD 与 DE 的数量关系, 并证明.

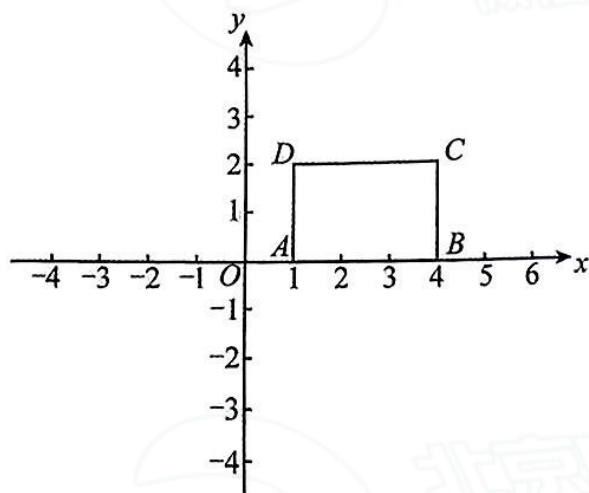
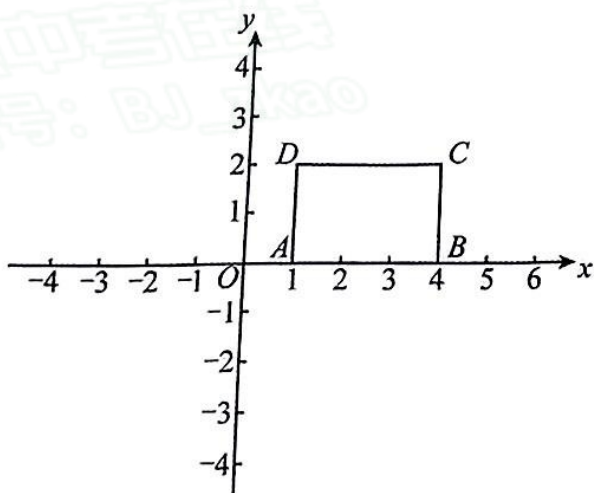


28. 如图, 平面直角坐标系中, 矩形 $ABCD$, 其中 $A(1,0)$ 、 $B(4,0)$ 、 $C(4,2)$ 、 $D(1,2)$ 定义如下: 若点 P 关于直线 l 的对称点 P' 在矩形 $ABCD$ 的边上, 则称点 P 为矩形 $ABCD$ 关于直线 l 的“关联点”.

(1) 已知点 $P_1(-1,2)$ 、点 $P_2(-2,1)$ 、点 $P_3(-4,1)$ 、点 $P_4(-3,-1)$ 中是矩形 $ABCD$ 关于 y 轴的关联点的是_____;

(2) $\odot O$ 的圆心 $O(-\frac{7}{2}, 1)$ 半径为 $\frac{3}{2}$, 若 $\odot O$ 上至少存在一个点是矩形 $ABCD$ 关于直线 $x=t$ 的关联点, 求 t 的取值范围;

(3) $\odot O$ 的圆心 $O(m, 1)$ ($m < 0$) 半径为 r , 若存在 t 值使 $\odot O$ 上恰好存在四个点是矩形 $ABCD$ 关于直线 $x=t$ 的关联点, 写出 r 的取值范围, 并写出当 r 取最小值时 t 的取值范围(用含 m 的式子表示).





平谷区 2022 年一模试卷评分标准

初三数学

2023 年 1 月

一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	A	C	A	C	C	D

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$x \geq 3$	2π	4	5	$x_1 = -3, x_2 = 1$	2	2.2	答案不唯一例如 $5A+1E+7C+7D$ $4A+2E+8C+8D$ $3A+3E+9C+9D+1F$ 等 ; 5

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17、18、20、21、22、23、25 题, 每小题 5 分; 第 19、24 题, 每小题 6 分; 第 26-28 题, 每小题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

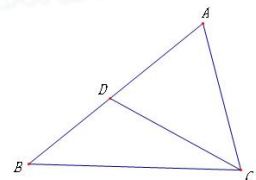
17. 解: $|- \sqrt{3}| + \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} - \sqrt{27} + 2 \cos 30^\circ$.

$$= \sqrt{3} + 5 - 3\sqrt{3} + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \dots\dots\dots 4$$

$$= 5 - \sqrt{3} \dots\dots\dots 5$$

18. 解:

- $\because D$ 为 AB 中点, $AB=4$
- $\therefore AD=2 \dots\dots\dots 1$
- $\because \angle ACD = \angle B, \angle A = \angle A$
- $\therefore \triangle ADC \sim \triangle ACB \dots\dots\dots 3$
- $\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB} \dots\dots\dots 4$
- $\therefore \frac{2}{AC} = \frac{AC}{4}$
- $\therefore AC = 2\sqrt{2} \dots\dots\dots 5$



19.

(1) $y = x^2 - 2x - 3$
 $= x^2 - 2x + 1 - 1 - 3 = (x-1)^2 - 4 \therefore$ 顶点坐标为 $(1, -4) \dots\dots\dots 1$

(2) 令 $x = 0, y = -3 \therefore$ 与 y 轴的交点为 $(0, -3) \dots\dots\dots 2$

(3) 令 $y = 0, x^2 - 2x - 3 = 0$, 解得 $x_1 = 3, x_2 = -1 \therefore$ 与 x 轴的交点为 $(3, 0)$ 和 $(-1, 0) \dots\dots 4$

(4) 画出图象 $\dots\dots\dots 5$

(5) $-4 \leq y \leq 0 \dots\dots\dots 6$

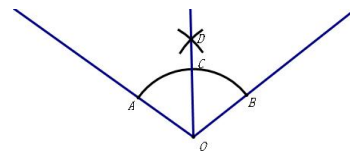


方法一:①作射线 OA、OB;

② 作 $\angle AOB$ 的平分线 OC, 与弧 AB 交于点 C;

点 C 即为所求作.

作图..... 2



证明: \because OC 平分 $\angle AOB$

$\therefore \angle AOC = \angle BOC$

\therefore 弧 AC = 弧 BC 3

(在同圆或等圆中, 如果两个圆心角, 那么它所对的弧相等, 所对的弦也相等) (填推理的依据).

..... 5

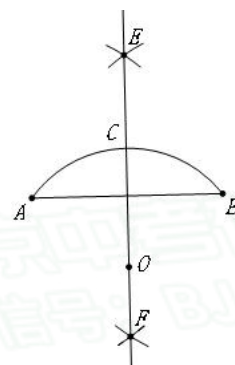
作图正确..... 2

(2) 证明: \because EF 垂直平分弦 AB

\therefore 直线 EF 经过圆心 O,

\therefore 弧 AC = 弧 BC 3

(垂径定理) 5



21. 解: 由题意, $\angle BGF = 90^\circ$

$\angle BEG = 65^\circ$, $\angle BFG = 45^\circ$, $EF = CD = 5.5$ 米

$AG = EC = FD = 1.5$ 米 1

在 $Rt\triangle BGE$ 中, $\because \angle BGF = 90^\circ$, $\angle BEG = 65^\circ$

$\therefore \tan \angle BEG = \frac{BG}{EG} \approx 2.1$ 2

设 $EG = x$, 则 $BG = 2.1x$

在 $Rt\triangle BGF$ 中, $\because \angle BGF = 90^\circ$, $\angle BFG = 45^\circ$

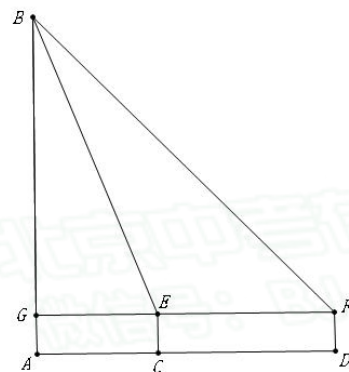
$\therefore BG = FG$ 3

$\therefore 2.1x = x + 5.5$

解得, $\therefore x = 5$ 4

$\therefore 2.1x = 10.5$ 5

$AB = 10.5 + 1.5 = 12$ 米





∴旗杆高约为 12 米.

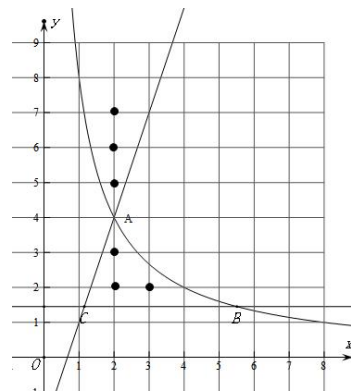
22.解: (1) ∵反比例函数 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0, x > 0)$ 过点 A (2,4)

∴ $m=8$ ∴反比例函数的解析式为: $y = \frac{8}{x}$ 1

∵一次函数 $y = kx - 2 (k \neq 0)$ 过点 A (2,4)

∴ $k=3$ ∴一次函数的解析式为: $y = 3x - 2$ 2

(2) $1 \leq n < 2$ 或 $7 < n \leq 8$ 5



23.解:

∵ $DE \perp AB$

∴ $\angle BED = 90^\circ$

∵ $\cos B = \frac{4}{5}, BD = 5$

∴ $BE = 4, DE = 3$

..... 2

∵AD 平分 $\angle BAC, \angle ACB = 90^\circ, DE \perp AB$

∴ $DC = DE = 3$

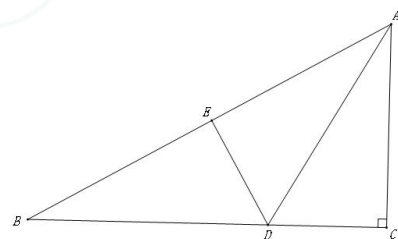
..... 3

∴ $BC = BD + DC = 8$

∵ $\cos B = \frac{4}{5}, BC = 8$

∴ $AB = 10$ 4

由勾股, $AC = 6$ 5



24. (1) 解: 连结 OD.

∵BD 平分 $\angle ABC$

∴ $\angle DCO = 90^\circ$ 1

∴ $\angle ABD = \angle CBD,$

∵ $OD = OB$

∴ $\angle ODB = \angle ABD.$

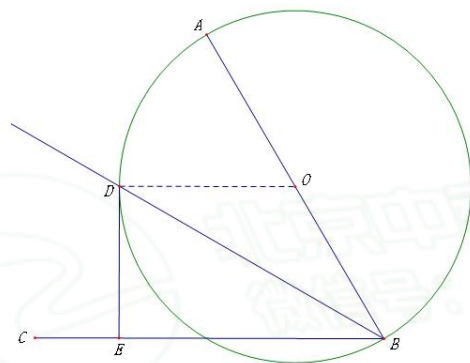
∴ $\angle ODB = \angle CBD.$ 2

∴ $OD \parallel BC.$

∵ $DE \perp BC$

∴ $\angle ODE = \angle DEB = 90^\circ$

∴ DE 是 $\odot O$ 的切线 3



(2) 连接 AD

∵ $\angle ABC = 60^\circ$ BD 平分 $\angle ABC,$



$\therefore \angle ABD = \angle CBD = 30^\circ$

$\because AB$ 是直径

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$

$\because AB = 4$

$\therefore AD = 2, BD = 2\sqrt{3}$

$\because \angle CBD = 30^\circ, \angle DEB = 90^\circ$

$\therefore DE = \sqrt{3}, BE = 3 \dots\dots\dots 4$

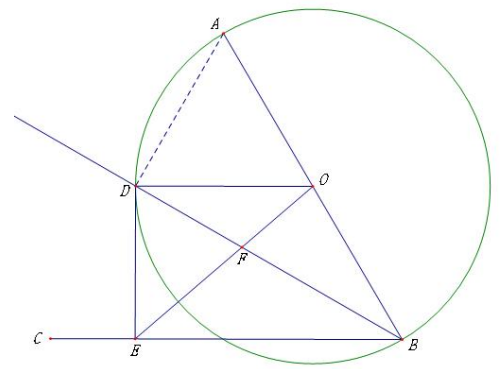
$\because OD \parallel BC$

$\therefore \triangle DFO \sim \triangle BFE$

$\therefore \frac{OD}{BE} = \frac{DF}{FB}$

设 $DF = x$

$\therefore \frac{2}{3} = \frac{x}{2\sqrt{3} - x} \therefore DF = \frac{4}{5}\sqrt{3} \dots\dots\dots 6$



25. 解: (1) 由表格可知抛物线的顶点坐标为 (3,4)

设抛物线的解析式为 $y = a(x-3)^2 + 4 (a \neq 0) \dots\dots\dots 1$

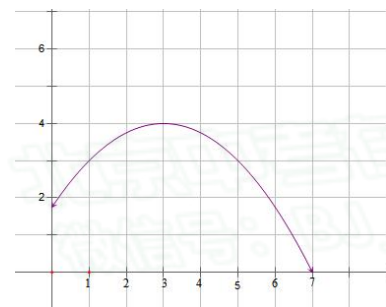
\because 抛物线过点 (1,3)

代入得, $4a+4=3 \dots\dots\dots 2$

$\therefore a = -\frac{1}{4} \dots\dots\dots 3$

$\therefore y = -\frac{1}{4}(x-3)^2 + 4$

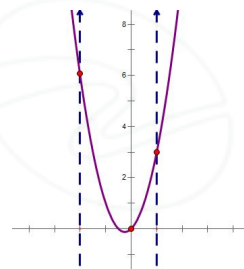
(2) $6 \leq m \leq 7 \dots\dots\dots 5$



26.

(1) 对称轴 $x = -1 \dots\dots\dots 2$

(2) 若 $a > 0$,
当 $m > n > 0$ 时, 如图

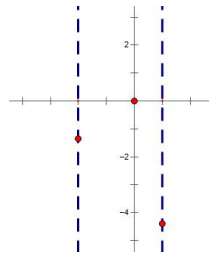


$$\begin{cases} t+2 > 1-t \\ t < 1-t \end{cases}$$

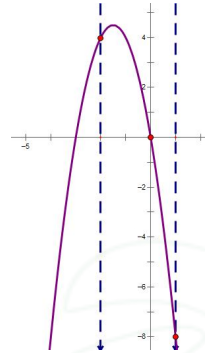
此时, $-\frac{1}{2} < t < \frac{1}{2} \dots\dots\dots 4$



当 $m > n$ 时, 没有满足条件的抛物线.



若 $a < 0$, 则有 $m > 0 > n$ 时, 如图



此时, $t < -1$

北京中考在线
微信号: BJ_zkz

北京中考在线
微信号: BJ_zkz

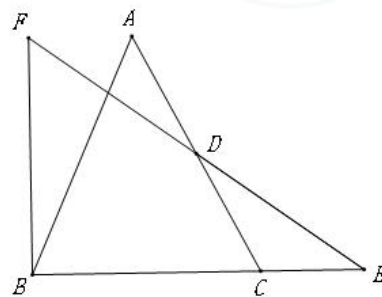
..... 6

$$\therefore -\frac{1}{2} < t < \frac{1}{2} \text{ 或 } t < -1$$

..... 7

北京中考在线
微信号: BJ_zkz

27.(1) 补全图形..... 1



(2) 结论: $BD = DE$ 2

证明: 连接 AF.

$\because D$ 为 AC 中点

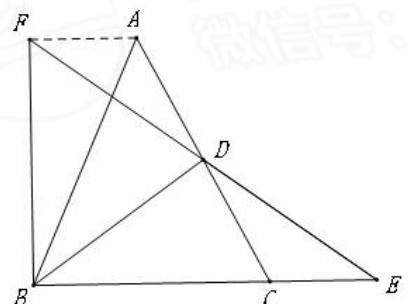
$\therefore AD = DC$ 3

$\because DF = DE, AD = DC, \angle ADF = \angle EDC$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CDE.$

$\therefore AF = EC, \angle AFD = \angle DEC$ 4

$\therefore AF \parallel CE$



北京中考在线
微信号: BJ_zkz

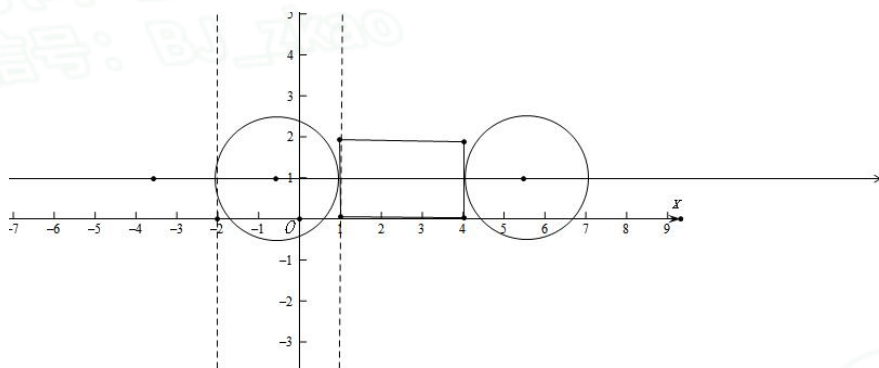
北京中考在线
微信号: BJ_zkz



$$\begin{aligned} &\because CE^2 + BF^2 = AB^2 \\ &\therefore \angle AFB = 90^\circ \dots\dots\dots 5 \\ &\therefore FA \parallel BE \\ &\therefore \angle FBE = 90^\circ \dots\dots\dots 6 \\ &\therefore FD = DE \\ &\therefore BD = \frac{1}{2} EF = DE \dots\dots\dots 7 \end{aligned}$$

28. 解: (1) P_1, P_3 ; 2

(2) $-2 \leq t \leq 1$ 4



(3) $1 \leq r \leq \sqrt{13}; \frac{1+m}{2} < t < \frac{2+m}{2}$ 或 $\frac{3+m}{2} < t < \frac{4+m}{2}$ 7