



2022 北京清华附中初二 10 月月考

数 学

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 下列式子是分式的是（ ）

- A. $\frac{1}{3\pi}$ B. $\frac{1}{2}x$ C. $\frac{x-1}{x}$ D. $-xy^2$

2. 若分式 $\frac{x^2-1}{x+1}$ 的值为 0，则 x 的值为（ ）.

- A. 0 B. 1 C. -1 D. ± 1

3. 下列分式是最简分式的是（ ）

- A. $\frac{a}{a^2}$ B. $\frac{6}{3y}$ C. $\frac{x}{x+1}$ D. $\frac{x+1}{x^2-1}$

4. 若将分式 $\frac{x^2}{x-y}$ 中的 x 、 y 都扩大 10 倍，则该分式的值（ ）

- A. 不变 B. 扩大到原来的 10 倍
C. 扩大到原来的 100 倍 D. 缩小到原来的 $\frac{1}{10}$

5. 分式 $-\frac{1}{-1+x}$ 可变形为（ ）

- A. $\frac{1}{1-x}$ B. $\frac{1}{1+x}$ C. $-\frac{1}{1+x}$ D. $\frac{1}{x-1}$

6. 下列各式中，正确的是（ ）

- A. $\frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}$ B. $\frac{2(x-1)}{1-x^2} = \frac{-2}{1+x}$ C. $\frac{ab+1}{a} = b+1$ D. $\frac{a^2+b^2}{a+b} = a+b$

7. 解分式方程 $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}$ 时，去分母化为一元一次方程，正确的是（ ）

- A. $x+1=2(x-1)$ B. $x-1=2(x+1)$ C. $x-1=2$ D. $x+1=2$

8. 下列运算结果最大的是（ ）

- A. $(\frac{1}{2})^{-1}$ B. 2^0 C. 2^{-1} D. $(-2)^2$

9. 若分式 $\frac{x^2}{x-1} \square \frac{x}{x-1}$ 运算结果为 x ，则在“ \square ”中添加的运算符号为（ ）

- A. + B. - C. - 或 \div D. + 或 \times

10. 一艘轮船往返甲、乙两港之间，第一次往返航行时，水流速度为 a 千米时，第二次往返航行时，正遇上发大水，水流速度 b 千米时 ($b > a$)，已知该船在两次航行中的静水速度相同，则该船这两次往返航行所用



时间的关系是 ()

- A. 第一次往返航行用的时间少
 B. 第二次往返航行用的时间少
 C. 两种情况所用时间相等
 D. 以上均有可能

二、填空题：本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分.

11. 石墨烯是已知强度最高的材料之一，同时还具有很好的韧性，石墨烯的理论厚度为 0.00000000034m ，这个数据用学记数法可表示为_____.

12. 方程 $\frac{1}{x} - 1 = 0$ 的解是_____.

13. 化简 $\frac{1}{a-1} + \frac{1}{1-a}$ 的结果为_____.

14. 若关于 x 的分式方程 $\frac{x-1}{x-2} - 2 = \frac{m}{x-2}$ 无解. 则 m 的值为_____.

15. 甲完成一项工作需要 n 天，乙完成该项工作需要的时间比甲多 3 天，则乙一天能完成的工作量是该项工作的_____.

16. 已知 $f_1 = \frac{1}{1+\frac{1}{t}}$, $f_2 = \frac{1}{1-f_1}$, $f_3 = \frac{1}{1-f_2}$, ..., $f_{n+1} = \frac{1}{1-f_n}$ (n 为正整数), 则化简 f_{2020} 的结果为_____. (结果用含 t 的式子表示)

三、解答题：本题共 9 小题，共 86 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 计算: $\frac{3m}{2n} \cdot \left(\frac{p}{3n}\right)^{-2} \div \frac{mn}{p^2}$.

18. 计算: $-1^{-2020} + (2020 - \pi)^0 - \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} + (-2)^3$.

19. 解分式方程: $\frac{4}{x^2 - 4} - 1 = \frac{x}{2 - x}$.

20. 已知关于 x 的方程 $\frac{2ax}{a-x} = \frac{2}{3}$ 的解为 $x=1$, 求 a 的值.

21. 已知关于 x 的方程 $\frac{2ax}{a-x} = \frac{2}{3}$ 的根是 $x=1$, 求 a 的值.

22. 先化简, 再求值: $\left(a - \frac{a}{a+1}\right) \div \frac{a}{a^2 - 1}$, 其中 $a = -\frac{1}{2}$.

23. 对于实数 a, b . 定义一种新运算 “ \otimes ” 为: $a \otimes b = \frac{2}{a^2 + ab}$, 这里等式右边是通常的四则运算. 例

如: $1 \otimes 3 = \frac{2}{1^2 + 1 \times 3} = \frac{1}{2}$. 解方程 $(-2) \otimes x = 1 \otimes x$.

24. 某书店老板去图书批发市场购买某种图书, 第一次用 1200 元购书若干本, 并按该书定价 6 元出售, 很快售完. 由于该书畅销, 第二次购书时, 每本书的批发价已比第一次提高了 20%, 他用 1680 元所购该书



的数量比第一次多 50 本，当按定价售出 300 本时，出现滞销，便以定价的 4 折售完剩余的书。

(1) 第一次购书的进价是多少元？

(2) 试问该老板这两次售书总体上是赔钱了，还是赚钱了(不考虑其他因素)?若赔钱，赔多少；若赚钱，赚多少？

25. 观察下列方程及其解的特征：

① $x + \frac{1}{x} = 2$ 的解为 $x_1 = x_2 = 1$.

② $x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$ 的解为 $x_1 = 2$, $x_2 = \frac{1}{2}$.

③ $x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3}$ 的解为 $x_1 = 3$, $x_2 = \frac{1}{3}$;

...

解答下列问题：

(1) 请猜想：方程 $x + \frac{1}{x} = \frac{26}{5}$ 的解为_____；

(2) 请猜想：关于 x 的方程 $x + \frac{1}{x} = \frac{a+1}{a}$ 的解为 $x_1 = a$, $x_2 = \frac{1}{a}$

(3) 利用 (2) 的结论解方程：

① $x + \frac{1}{x+4} = a - 1 + \frac{1}{a+3}$;

② $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2x-3} = \frac{2a^2 + 3a + 2}{4a}$.



参考答案

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 【答案】C

【分析】直接根据分式的定义逐项判断即可得到答案.

【详解】解：A. $\frac{1}{3\pi}$ 分母中不含有字母，故 $\frac{1}{3\pi}$ 不是分式，不符合题意；

B. $\frac{1}{2}x$ 分母中不含有字母，故 $\frac{1}{2}x$ 不是分式，不符合题意；

C. $\frac{x-1}{x}$ 分母中含有字母，故 $\frac{x-1}{x}$ 是分式，符合题意；

D. $-xy^2$ 没有分母，故 $-xy^2$ 不是分式，不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题主要考查了分式的定义，一般地，如果 A, B (B 不等于零) 表示两个整式，且 B 中含有字母，那么式子 $\frac{A}{B}$ 就叫做分式，熟练掌握此定义是解题的关键.

2. 【答案】B

【分析】根据分式值为 0 的条件，分子为 0 分母不为 0，列式进行计算即可得.

【详解】解： \because 分式 $\frac{x^2-1}{x+1}$ 的值为零，

$$\therefore \begin{cases} x^2-1=0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases},$$

解得： $x=1$ ，

故选 B.

【点睛】本题考查了分式值为 0 的条件，熟知分式值为 0 的条件是分子为 0 分母不为 0 是解题的关键.

3. 【答案】C

【分析】最简分式的标准是分子，分母中不含有公因式，不能再约分.判断的方法是把分子、分母分解因式，并且观察有无互为相反数的因式，这样的因式可以通过符号变化化为相同的因式从而进行约分.

【详解】解：A、该分式的分子、分母中含有公因数 a ，则它不是最简分式.故本选项错误；

B、该分式的分子、分母中含有公因数 3，则它不是最简分式.故本选项错误；

C、该分式符合最简分式的定义.故本选项正确.

D、分母为 $(x+1)(x-1)$ ，所以该分式的分子、分母中含有公因式 $(x+1)$ ，则它不是最简分式.故本选项错误；

故选：C.

【点睛】本题考查了对最简分式，约分的应用，关键是理解最简分式的定义.

4. 【答案】B

【分析】分别将 x, y 都扩大 10 倍，计算一下，然后与原分式进行比较即可得出结论.



【详解】将分式 $\frac{x^2}{x-y}$ 中的 x 、 y 都扩大 10 倍为 $\frac{(10x)^2}{10x-10y} = \frac{100x^2}{10(x-y)} = \frac{10x^2}{(x-y)}$

故选：B.

【点睛】本题主要考查分式的基本性质，掌握分式的基本性质是解题的关键.

5. 【答案】A

【分析】根据分式的基本性质进行变形即可得到答案.

【详解】解：∵ $-\frac{1}{-1+x} = -\frac{1}{-(1-x)} = \frac{1}{1-x}$,

∴ 分式 $-\frac{1}{-1+x}$ 可变形为 $\frac{1}{1-x}$,

故选：A.

【点睛】本题主要考查了根据分式的基本性质判断分式的变形，熟练掌握分式的基本性质：分式的分子和分母同时乘以（或除以）同一个不为 0 的整式，分式的值不变，是解题的关键.

6. 【答案】B

【分析】 $\frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}$ 等式成立的条件是 $a=0$ 或 $a=b$ 时；因式分解法化简分式 $\frac{2(x-1)}{1-x^2} = \frac{2(x-1)}{(1+x)(1-x)}$ ；根据

分式的基本性质化简 $\frac{ab+1}{a} = b + \frac{1}{a}$.

【详解】解：A. $\frac{a}{b}$ 与 $\frac{a^2}{b^2}$ 在 $a=0$ 或 $a=b$ 时才成立，故选项 A 不正确；

B. $\frac{2(x-1)}{1-x^2} = \frac{2(x-1)}{(1+x)(1-x)} = \frac{-2}{1+x}$ ，故选项 B 正确；

C. $\frac{ab+1}{a} = b + \frac{1}{a}$ ，故选项 C 不正确；

D. $\frac{a^2+b^2}{a+b}$ 不能化简，故选项 D 不正确；

故选：B.

【点睛】本题考查分式的化简，解题关键是熟练掌握分式的基本性质.

7. 【答案】D

【分析】先确定分式方程的最简公分母，然后左右两边同乘即可确定答案；

【详解】解：由题意可得最简公分母为 $(x+1)(x-1)$

去分母得： $x+1=2$ ，

故答案为 D.

【点睛】本题考查了分式方程的解法，解答的关键在于最简公分母确定.

8. 【答案】D

【分析】将各数化简即可求出答案.



【详解】解： $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$ ， $2^0 = 1$ ， $2^{-1} = \frac{1}{2}$ ， $(-2)^2 = 4$ ，

故选：D.

【点睛】本题主要考查的是实数，解题的关键是正确理解零指数幂以及负整数指数幂的意义，本题属于基础题型.

9. 【答案】C

【分析】依次计算+、-、×、÷，再进行判断.

【详解】当□为“-”时， $\frac{x^2}{x-1} - \frac{x}{x-1} = \frac{x(x-1)}{x-1} = x$ ；

当□为“+”时， $\frac{x^2}{x-1} + \frac{x}{x-1} = \frac{x^2+1}{x-1}$ ；

当□为“×”时， $\frac{x^2}{x-1} \times \frac{x}{x-1} = \frac{x^3}{(x-1)^2}$ ；

当□为“÷”时， $\frac{x^2}{x-1} \div \frac{x}{x-1} = x$ ；

所以结果为x的有一或÷.

故选 C.

【点睛】考查了分式的加、减、乘、除运算，解题关键是熟记其运算法则.

10. 【答案】A

【分析】甲乙两港之间的路程一定，可设其为S，两次航行中的静水速度设为v，所用时间=顺流时间+逆流时间，注意顺流速度=静水速度+水流速度；逆流速度=静水速度-水流速度，把相关数值代入，比较即可.

【详解】解：设两次航行的路程都为S，静水速度设为v，

第一次所用时间为： $\frac{S}{v+a} + \frac{S}{v-a} = \frac{2vS}{v^2-a^2}$

第二次所用时间为： $\frac{S}{v+b} + \frac{S}{v-b} = \frac{2vS}{v^2-b^2}$

$\because b > a, \therefore b^2 > a^2$,

$\therefore v^2 - b^2 < v^2 - a^2$,

$\therefore \frac{2vS}{v^2 - b^2} > \frac{2vS}{v^2 - a^2}$

\therefore 第一次的时间要短些.

故选：A.

【点睛】本题主要考查了列代数式，得到两次所用时间的等量关系是解决本题的关键.

二、填空题：本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分.

11. 【答案】 3.4×10^{-10}



【分析】科学记数法的表现形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同，当原数绝对值大于等于 10 时， n 是正整数，当原数绝对值小于 1 时， n 是负整数.

【详解】解：0.00000000034 用科学记数法可表示为： 3.4×10^{-10} ，
故答案为： 3.4×10^{-10} .

【点睛】本题考查了科学记数法的表示方法，科学记数法的表现形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键是要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. 【答案】 $x=1$

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

【详解】解：去分母得： $1-x=0$ ，
解得： $x=1$ ，

经检验 $x=1$ 是分式方程的解.

故答案为： $x=1$.

【点睛】本题考查解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

13. 【答案】 0

【分析】根据分式的加减法法则“同分母分式相加减，分母不变，分子相加减；异分母分式相加减，先通分，变为同分母的分式，再加减”即可得.

【详解】原式 $= \frac{1}{a-1} + \frac{1}{-(a-1)}$
 $= \frac{1}{a-1} - \frac{1}{a-1}$
 $= 0$.

【点睛】本题考查了分式的加减法法则，熟记运算法则是解题关键.

14. 【答案】 1

【分析】解分式方程得 $x=3-m$ ，由分式方程无解可得 $x=2$ ，从而可得 $3-m=2$ ，进行计算即可得到答案.

【详解】解：去分母得： $x-1-2(x-2)=m$ ，
去括号得： $x-1-2x+4=m$ ，
解得： $x=3-m$ ，

\therefore 关于 x 的分式方程 $\frac{x-1}{x-2}-2=\frac{m}{x-2}$ 无解，

$\therefore x-2=0$ ，

$\therefore x=2$ ，



$$\therefore 3 - m = 2,$$

解得： $m = 1$ ，

故答案为：1.

【点睛】本题主要考查了分式方程无解的问题、解分式方程，分式方程无解有两种情况：一种是把分式方程化成整式方程后，整式方程无解；一种是把分式方程化成整式方程后，整式方程有解，但这个解使分式方程的分母为0，是增根.

15. 【答案】 $\frac{1}{n+3}$

【分析】由题意可得乙完成一项工作需要 $(n+3)$ 天，把此项工作看成单位1，从而即可得出答案.

【详解】解： \because 甲完成一项工作需要 n 天，乙完成该项工作需要的时间比甲多3天，

\therefore 乙完成一项工作需要 $(n+3)$ 天，

\therefore 把此项工作看成单位1，则乙一天能完成的工作量是该项工作的 $\frac{1}{n+3}$ ，

故答案为： $\frac{1}{n+3}$.

【点睛】本题主要考查了列代数式，理解题意，正确列出代数式是解此题的关键.

16. 【答案】 $\frac{t}{t+1}$

【分析】先求出 f_1 、 f_2 、 f_3 、 f_4 的值，从而得出三个为一个循环，由 $2020 \div 3 = 673 \dots 1$ 可得 $f_{2020} = f_1$ ，即可得到答案.

【详解】解： $\because f_1 = \frac{1}{1 + \frac{1}{t}}$ ， $f_2 = \frac{1}{1 - f_1}$ ， $f_3 = \frac{1}{1 - f_2}$ ， \dots ， $f_{n+1} = \frac{1}{1 - f_n}$ （ n 为正整数），

$$\therefore f_1 = \frac{1}{1 + \frac{1}{t}} = \frac{1}{\frac{t+1}{t}} = \frac{t}{t+1},$$

$$f_2 = \frac{1}{1 - f_1} = \frac{1}{1 - \frac{t}{t+1}} = \frac{1}{\frac{t+1-t}{t+1}} = \frac{1}{\frac{1}{t+1}} = t+1,$$

$$f_3 = \frac{1}{1 - f_2} = \frac{1}{1 - (t+1)} = \frac{1}{1-t-1} = -\frac{1}{t},$$

$$f_4 = \frac{1}{1 - f_3} = \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{t}\right)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{t}} = \frac{1}{\frac{t+1}{t}} = \frac{t}{t+1},$$

\dots ，

\therefore 由上可知，三个为一个循环，



$$\because 2020 \div 3 = 673 \dots 1,$$

$$\therefore f_{2020} = f_1 = \frac{t}{t+1},$$

故答案为: $\frac{t}{t+1}$.

【点睛】本题主要考查了用代数式表示数的规律，通过计算得出三个为一个循环是解题的关键。

三、解答题：本题共 9 小题，共 86 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 【答案】 $\frac{27}{2}$

【分析】先计算负整数指数幂，再将分式的除法转换为分式的乘法，最后进行约分即可得到答案。

$$\begin{aligned} \text{【详解】解：} & \frac{3m}{2n} \cdot \left(\frac{p}{3n}\right)^{-2} \div \frac{mn}{p^2} \\ &= \frac{3m}{2n} \cdot \frac{9n^2}{p^2} \div \frac{mn}{p^2} \\ &= \frac{3m}{2n} \cdot \frac{9n^2}{p^2} \cdot \frac{p^2}{mn} \\ &= \frac{27}{2}. \end{aligned}$$

【点睛】本题主要考查了负整数指数幂、分式乘除混合运算，熟练掌握分式乘除混合运算法则是解题的关键。

18. 【答案】 $-10\frac{1}{4}$.

【分析】先计算乘方、零指数幂、负整数指数幂，然后计算加减运算，即可得到答案。

$$\begin{aligned} \text{【详解】解：} & -1^{-2020} + (2020 - \pi)^0 - \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} + (-2)^3 \\ &= -1 + 1 - \frac{9}{4} + (-8) \\ &= -10\frac{1}{4}. \end{aligned}$$

【点睛】本题考查了乘方、零指数幂、负整数指数幂，以及有理数的混合运算，解题的关键是掌握运算法则进行计算。

19. 【答案】 $x = -4$

【分析】先将原方程变形为 $\frac{4}{(x-2)(x+2)} - 1 = -\frac{x}{x-2}$ ，然后去掉分母使分式方程转化为整式方程，求出整式方程的解得出 x 的值，最后再进一步检验即可。



【详解】原方程可变形为：
$$\frac{4}{(x-2)(x+2)} - 1 = -\frac{x}{x-2}$$

方程两边同时乘以 $(x-2)(x+2)$ 可得： $4 - (x-2)(x+2) = -x(x+2)$,

去括号得： $4 - x^2 + 4 = -x^2 - 2x$,

移项、合并同类项得： $8 = -2x$,

解得： $x = -4$,

经检验，当 $x = -4$ 时， $(x-2)(x+2) \neq 0$,

\therefore 原方程的解为 $x = -4$.

【点睛】本题主要考查了分式方程的求解，熟练掌握相关方法是解题关键.

20. 【答案】 a 的值为 $-\frac{1}{2}$

【分析】把 $x=1$ 代入方程 $\frac{2ax}{a-x} = \frac{2}{3}$ 得到关于 a 的分式方程，解分式方程即可得到答案.

【详解】解：把 $x=1$ 代入方程 $\frac{2ax}{a-x} = \frac{2}{3}$,

得 $\frac{2a}{a-1} = \frac{2}{3}$,

去分母得： $3 \times 2a = 2(a-1)$,

解得： $a = -\frac{1}{2}$,

检验，当 $a = -\frac{1}{2}$ 时， $3(a-1) = 3 \times \left(-\frac{1}{2} - 1\right) = -\frac{9}{2} \neq 0$,

$\therefore a = -\frac{1}{2}$ 是分式方程 $\frac{2a}{a-1} = \frac{2}{3}$ 的解，

$\therefore a$ 的值为 $-\frac{1}{2}$.

【点睛】本题主要考查了分式方程的解，解分式方程，熟练掌握分式方程的解的定义以及解分式方程的步骤是解题的关键，注意要检验.

21. 【答案】 a 的值为 $-\frac{1}{2}$.

【分析】把 $x=1$ 代入方程 $\frac{2ax}{a-x} = \frac{2}{3}$ ，得到关于 a 的方程，解关于 a 的分式方程，求解方程即可.

【详解】把 $x=1$ 代入方程 $\frac{2ax}{a-x} = \frac{2}{3}$,

得 $\frac{2a}{a-1} = \frac{2}{3}$,



解得 $a = -\frac{1}{2}$,

$\therefore a$ 的值为 $-\frac{1}{2}$.

【点睛】考查分式方程中的参数问题，熟练掌握分式方程的解法，方程的解的定义是解题的关键.

22. 【答案】 $a(a-1)$, $\frac{3}{4}$

【分析】括号内先通分，再将分式的除法转化为乘法，进行约分即可化简，最后将 $a = -\frac{1}{2}$ 代入化简后的式子进行计算即可.

【详解】解： $\left(a - \frac{a}{a+1}\right) \div \frac{a}{a^2-1}$

$$= \frac{a(a+1)-a}{a+1} \div \frac{a}{(a+1)(a-1)}$$

$$= \frac{a^2+a-a}{a+1} \cdot \frac{(a+1)(a-1)}{a}$$

$$= \frac{a^2}{a+1} \cdot \frac{(a+1)(a-1)}{a}$$

$$= a(a-1),$$

当 $a = -\frac{1}{2}$ 时，原式 $= -\frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{2} - 1\right) = \frac{3}{4}$.

【点睛】本题主要考查了分式的化简求值，熟练掌握分式的混合运算法则是解题的关键.

23. 【答案】 $x = 1$

【分析】由新运算“ \otimes ”为： $a \otimes b = \frac{2}{a^2+ab}$ 方程 $\frac{2}{4-2x} = \frac{2}{1+x}$ ，解分式方程即可得到答案.

【详解】解：根据题意得：

$$(-2) \otimes x = \frac{2}{(-2)^2 + (-2) \times x} = \frac{2}{4-2x}, \quad 1 \otimes x = \frac{2}{1^2 + 1 \times x} = \frac{2}{1+x},$$

$$\therefore \frac{2}{4-2x} = \frac{2}{1+x},$$

去分母得： $2(1+x) = 2(4-2x)$,

解得： $x = 1$,

检验，当 $x = 1$ 时， $(4-2x)(1+x) = 2 \times 2 = 4 \neq 0$,

$\therefore x = 1$ 是原分式方程的解.

【点睛】本题主要考查了新定义下的实数运算，解分式方程，理解题意，正确列出分式方程是解此题的关



键.

24. 【答案】(1) 第一次购书的进价是 4 元; (2) 该老板两次售书总体上是赚钱了, 共赚了 840 元

【分析】(1) 设第一次购书的进价为 x 元, 列分式方程 $\frac{1200}{x} + 50 = \frac{1680}{(1+20\%)x}$ 解答;

(2) 根据利润=销售数量乘以每本书的利润分别求出两次购书所赚钱数, 相加确定赔赚即可.

【详解】解: (1) 设第一次购书的进价为 x 元, 根据题意得:

$$\frac{1200}{x} + 50 = \frac{1680}{(1+20\%)x}$$

解得: $x = 4$.

经检验, $x = 4$ 原方程的解,

答: 第一次购书的进价是 4 元;

(2) 第一次购书为 $1200 \div 4 = 300$ (本),

第二次购书 $300 + 50 = 350$ (本).

第一次赚钱 $300 \times (6 - 4) = 600$ (元),

第二次赚钱 $300 \times (6 - 4 \times 1.2) + 50 \times (6 \times 0.4 - 4 \times 1.2) = 240$ (元)

所以两次共赚钱 $600 + 240 = 840$ (元),

答: 该老板两次售书总体上是赚钱了, 共赚了 840 元.

【点睛】此题考查分式方程的实际应用, 有理数的混合运算, 正确理解题意是解题的关键.

25. 【答案】(1) $x_1 = 5$, $x_2 = \frac{1}{5}$

(2) $a + \frac{1}{a}$

(3) ① $x_1 = a - 1$, $x_2 = -\frac{4a+11}{a+3}$; ② $x_1 = a + \frac{3}{2}$, $x_2 = \frac{1}{a} + \frac{3}{2}$

【分析】(1) 观察阅读材料中方程解的特征, 归纳总结得到结果;

(2) 仿照方程解方程, 归纳总结得到结果;

(3) 方程变形后, 利用得出的规律得到结果即可.

【小问 1 详解】

解: 猜想方程 $x + \frac{1}{x} = \frac{26}{5}$, 即 $x + \frac{1}{x} = 5 + \frac{1}{5}$ 的解为 $x_1 = 5$, $x_2 = \frac{1}{5}$,

故答案为: $x_1 = 5$, $x_2 = \frac{1}{5}$;

【小问 2 详解】

猜想: 关于 x 的方程 $x + \frac{1}{x} = a + \frac{1}{a}$ 的解为 $x_1 = a$, $x_2 = \frac{1}{a}$,



故答案为： $a + \frac{1}{a}$ ；

【小问3详解】

①方程 $x + \frac{1}{x+4} = a - 1 + \frac{1}{a+3}$ 变形为 $x + 4 + \frac{1}{x+4} = a + 3 + \frac{1}{a+3}$ ，

可得 $x + 4 = a + 3$ 或 $x + 4 = \frac{1}{a+3}$ ，

解得： $x_1 = a - 1$ ， $x_2 = -\frac{4a+11}{a+3}$ ，

② $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2x-3} = \frac{2a^2+3a+2}{4a}$ 变形为 $\frac{2x-3}{2} + \frac{2}{2x-3} = a + \frac{1}{a}$ ，

可得 $\frac{2x-3}{2} = a$ 或 $\frac{2x-3}{2} = \frac{1}{a}$ ，

解得： $x_1 = a + \frac{3}{2}$ ， $x_2 = \frac{1}{a} + \frac{3}{2}$ 。

【点睛】 此题考查了分式方程的解，方程的解即为能使方程左右两边相等的未知数的值；弄清题中的规律是解本题的关键。