2023 北京八十中初三（上）期中

数　　学

2023. 11

班级_________姓名____________编号_________　　　　　　总成绩

一、选择题（本题共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

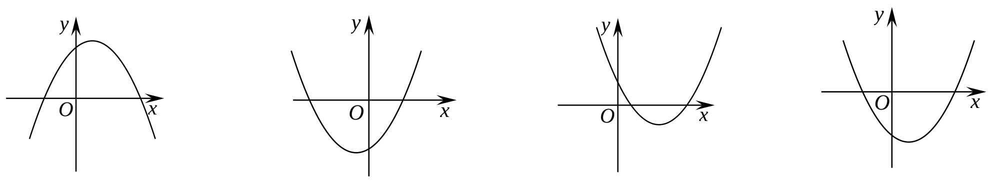
1．2022 年冬奥会会徽和冬残奥会会徽部分作品图中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是

A　　B　　C　　D

2．已知⊙O 的半径为 5，点 P 到圆心 O 的距离为 8，那么点 P 与⊙O 的位置关系是

A．点 P 在⊙O 上　B．点 P 在⊙O 内　C．点 P 在⊙O 外　D．无法确定

3．如果在二次函数的表达式 $y=ax^2+bx+c$ 中，$a>0$，$b<0$，$c<0$，那么这个二次函数的图象可能是



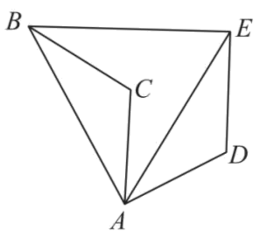
A　　B　　C　　D

4．如图，将△ABC 绕点 A 顺时针旋转 60°得到△AED，连接 BE，若线段 AB=3，则 BE 长为

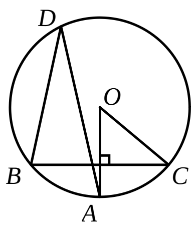
A．2　　B．3　　C．4　　D．5

5．如图，在⊙O 中，$OA\perp BC$，$\angle ADB=25°$．则 $\angle AOC$ 的度数为

A．30°　　B．45°　　C．50°　　D．55°



第 4 题图



第 5 题图

6．根据下列表格中二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的自变量 x 与函数值 y 的对应值，判断

方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq 0$，a，b，c 为常数）的一个解 x 的范围是

x	6.17	6.18	6.19	6.20

$y=ax^2+bx+c$	–0.03	–0.01	0.02	0.04

A．$6<x<6.17$　B．$6.17<x<6.18$　C．$6.18<x<6.19$　D．$6.19<x<6.20$

7．如图，四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，且 $\angle AOC=120°$，则 $\angle ABC$ 的度数为

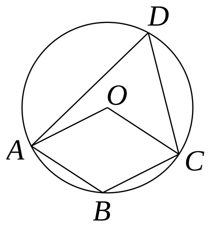
A．130°　B．120°　C．110°　D．100°

8. 如图，在边长为 4 的等边△ABC 中，点 D 为 BC 边上的动点，设 $x=BD$，$y_1=AD^2$，$y_2=S_{\Delta ACD}$，

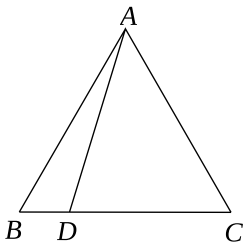
则 y_1, y_2 与对应的 x 满足的函数关系分别是（　）

A．二次函数，一次函数　　B．二次函数，二次函数

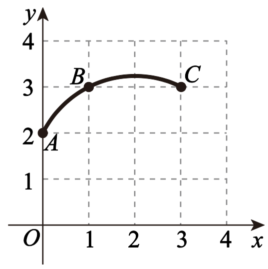
C．一次函数、一次函数　　D．一次函数、正比例函数



第 7 题图



第 8 题图



第 13 题图

二、填空题（本题共 16 分，每题 2 分）

9. 将抛物线 $y=2x^2$ 向下平移 4 个单位，则平移后的抛物线的解析式为______.

10. 二次函数 $y=(x-2)^2-3$ 的最小值为_________.

11. 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2+x-2=0$ 有一个根是 x=1，则 a 的值为____________.

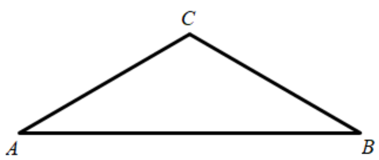
12. 将二次函数 $y=x^2+2x+4$ 化成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式为______________.

13. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A，B，C 的横、纵坐标都为整数，过这三个点作一条圆弧，则此圆弧的圆心坐标为_____________.

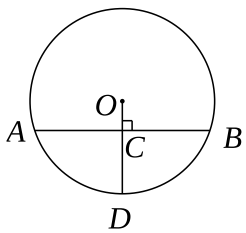
14. 如图，在△ABC 中，$CA=CB=2$，$\angle ACB$=120°，以点 C 为圆心，R 为半径的圆与 AB 相切，

则半径 R 为____________.

15. 如图，AB 是半径为 4 的⊙O 的弦，$OD\perp AB$ 于点 C，交⊙O 于点 D，若 OC=1，则弦 AB 为_________.



第 14 题图



第 15 题图

16. 对于一个半径为 R 的⊙O，有如下几个结论：

①存在无数个△*ABC*内接于⊙*O*，满足∠*ABC*＝70°，但 *AC* 边的长是唯一确定的；

②存在无数条弦 *AB*，满足点 *O* 到 *AB* 的距离等于 *d*（0≤*d*＜*R*），但 *AB* 的长是唯一确定的；

③在所有与⊙*O* 相离的直线中，至少存在一条直线 *l*，*l* 上存在一点 *P* 到 *O* 的距离等于 *R*.

上述结论中，所有正确结论的序号是________.

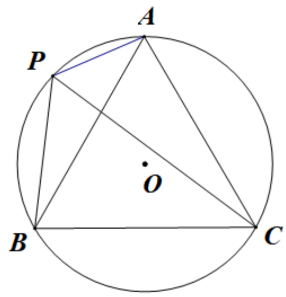
三、解答题（本题共 68 分，第 17—18 题每题 4 分，第 19，20，22 题每题 5 分，第 21，23—25 题每题 6 分，第 26—28 题每题 7 分）.

17．解下列方程：　$x^2-4x+3=0$

18．如图，*A*，*P*，*B*，*C* 是⊙*O* 上的四个点，

$\angle APC=\angle CPB=60^\circ$.

求证：△*ABC* 是等边三角形.



19．已知 x_1，x_2 是方程 $x^2-x-1=0$ 的两个实数根；

（1）填空：$x_1+x_2=$________；$x_1\cdot x_2=$________.

（2）求代数式 $x_1{}^2+x_2{}^2$ 的值.

20．已知关于 *x* 的一元二次方程 $x^2-(a+2)x+a+1=0$.

（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若方程的两个根都是正整数，求 *a* 的最小值.

21．小明在画一个二次函数的图象时，列出了下面几组 *y* 与 *x* 的对应值.

x	…	−2	−1	0	1	2	…
y	…	3	4	3	0	−5	…

（1）求该二次函数的表达式，并画出二次函数图象；

（2）当 $-3<x<4$ 时，*y* 的取值范围是________；

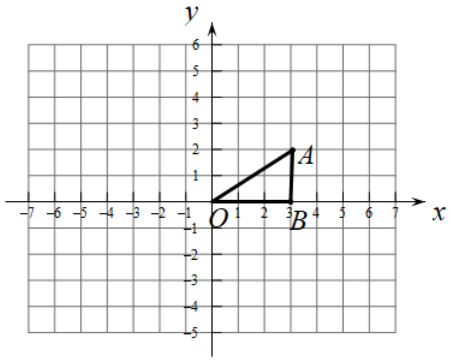
（3）当 $y<0$ 时，*x* 的取值范围是________.

22．如图，点 A 的坐标为（3，2），点 B 的坐标为（3，0）．

作如下操作：

（1）画出$\triangle OAB$关于原点对称的图形$\triangle OA_1B_1$，点 A_1 的坐标为________．

（2）以点 A 为旋转中心，将$\triangle ABO$顺时针方向旋转 90°，得到$\triangle AB_2O_2$，在图中画出$\triangle AB_2O_2$，点 O_2 的坐标为________．



23．下面是小元设计的“过圆上一点作圆的切线”的尺规作图过程．

已知：如图，⊙O 及⊙O 上一点 P.

求作：过点 P 的⊙O 的切线．

作法：如图，

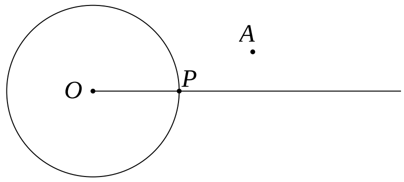
① 作射线 OP；

② 在直线 OP 外任取一点 A，以点 A 为圆心，AP 为半径作⊙A，与射线 OP 交于另一点 B；

③ 连接并延长 BA 与⊙A 交于点 C；

④ 作直线 PC；

则直线 PC 即为所求．



（1）根据小元设计的尺规作图过程，使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）

（2）完成下面的证明：

证明：∵ BC 是⊙A 的直径，

∴ $\angle BPC=90°$ （_____①_______）（填推理的依据）．

∴ $OP\perp PC$.

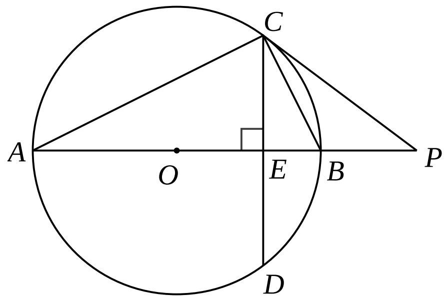
又∵ OP 是⊙O 的半径，

∴ PC 是⊙O 的切线（_____②_______）（填推理的依据）

24．如图，⊙O 是$\triangle ABC$的外接圆，AB 是⊙O 的直径，$AB\perp CD$ 于点 E，P 是 AB 延长线上一点，且$\angle BCP=\angle BCD$.

（1）求证：CP 是⊙O 的切线；

（2）若 $CD=8$，$EB=2$，求⊙O 的半径．



25．悬索桥，又名吊桥，指的是以通过索塔悬挂并锚固于两岸（或桥两端）的缆索（或钢链）作为上部结构主要承重构件的桥梁．其缆索几何形状一般近似于抛物线.从缆索垂下许多吊杆（吊杆垂直于桥面），把桥面吊住.

某悬索桥（如图 1），是连接两个地区的重要通道.图 2 是该悬索桥的示意图.小明在游览该大桥时，被这座雄伟壮观的大桥所吸引. 他通过查找资料了解到此桥的相关信息：这座桥的缆索（即图 2 中桥上方的曲线）的形状近似于抛物线，两端的索塔在桥面以上部分高度相同，即 $AB=CD$，两个索塔均与桥面垂直. 主桥 AC 的长为 600 m，索塔顶端 D 与锚点 E 的距离 DE 为 155 m.缆索最低处的吊杆 MN 长为 3 m，桥面上与点 M 相距 100 m 处的吊杆 PQ 长为 13 m. 若将缆索的形状视为抛物线，请你根据小明获得的信息解决问题.

图 1

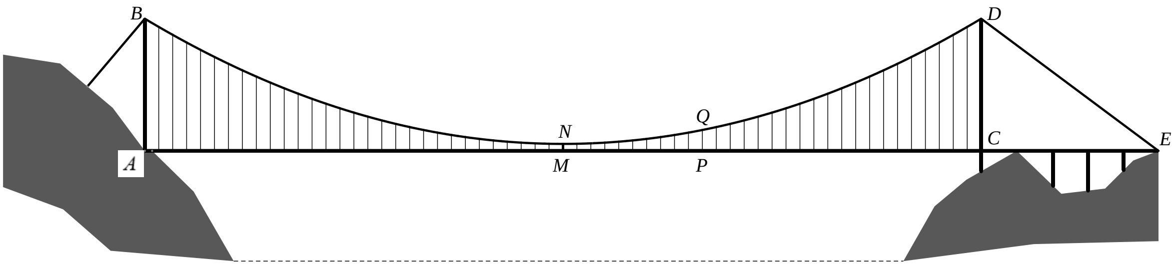


图 2

（1）根据题意，在图 3 中建立适当的坐标系，并写出以下点的坐标：N____________，Q__________；

（2）求这条抛物线的解析式；

（3）求引桥 CE 的长.

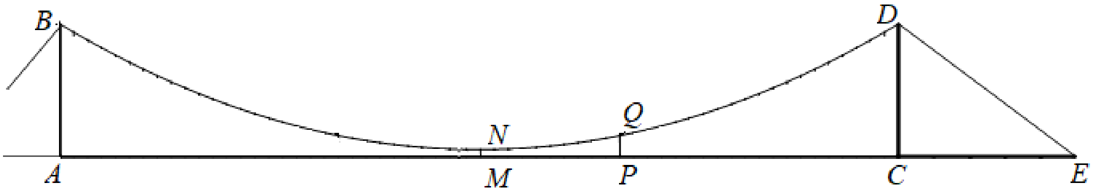


图 3

26．在平面直角坐标系 xOy 中，点$(1，m)$，$(4，n)$在抛物线 $y=ax^2+bx+c\ (a>0)$上，设抛物线的对称轴为直线 $x=t$.

（1）若 $3a+b=0$，比较 m，n，c 的大小关系，并说明理由；

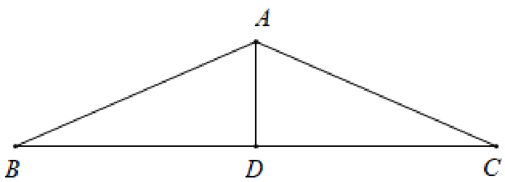
（2）点$(x_0，m)\ (x_0\neq 1)$在抛物线上，若 $m<c<n$，求 t 及 x_0 的取值范围.

27．在△ABC中，$\angle B=\angle C=\alpha$ ($0^{\circ}<\alpha<45^{\circ}$)，$AD\perp BC$于点$D$，$P$为线段$BD$上的动点（不与点$B$，$D$重合），连接$AP$并将线段$AP$绕点$A$逆时针旋转$180^{\circ}-2\alpha$，得到线段$AP'$，连接$PP'$，取$PP'$的中点$Q$.

（1）依题意补全图形；

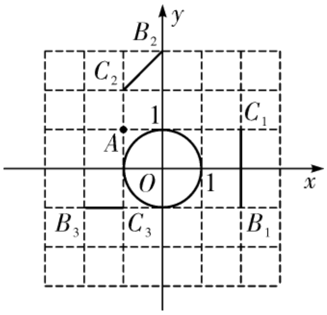
（2）用含α的式子表示$\angle BCP'$，并说明理由；

（3）点M为线段DC上一点，当MD与BP满足的数量关系为____________时，对于任意的点P，总有$\angle QMB=2\alpha$．证明你的结论．



28．在平面直角坐标系xOy中，⊙O的半径为1．对于点A和线段BC，给出如下定义：若将线段BC绕点A旋转可以得到⊙O的弦$B'C'$ (B'，C' 分别是B，C的对应点)，则称线段BC是⊙O的以点A为中心的“关联线段”．

（1）如图，点A，B_1，C_1，B_2，C_2，B_3，C_3的横、纵坐标都是整数．在线段B_1C_1，B_2C_2，B_3C_3中，⊙O的以点A为中心的“关联线段”是________；



（2）点$A(0, t)$ ($t>0$)，BC是⊙O的以点A为中心的“关联线段”．

①若△ABC是边长为1的等边三角形，则t的值为______________；

②若△ABC中，$\angle A=90°$，$AB=AC=1$，则t的值为______________；

（3）在△ABC中，$AB=1$，$AC=2$．若BC是⊙O的以点A为中心的“关联线段”，求OA的最小值和最大值，并说明理由．