

2022 北京清华附中初三 12 月月考

数 学



一. 选择题 (共 10 题, 每题 3 分)

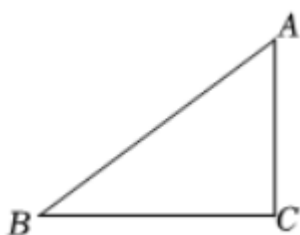
1. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\cos A = \frac{1}{2}$, 那么 $\sin A$ 的值是 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 13$, $AC = 5$, 则 $\sin A$ 的值为 ()

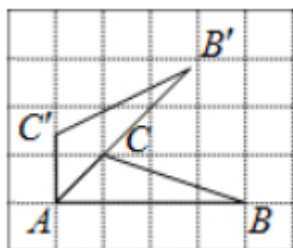
- A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{12}{13}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{12}{5}$

3. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 斜边 AB 的长为 m , $\angle A = 35^\circ$, 则直角边 BC 的长是 ()



- A. $m \sin 35^\circ$ B. $m \cos 35^\circ$ C. $\frac{m}{\sin 35^\circ}$ D. $\frac{m}{\cos 35^\circ}$

4. 如图, A 、 B 、 C 三点在正方形网格线的交点处, 若将 $\triangle ABC$ 绕着点 A 逆时针旋转得到 $\triangle AC'B'$, 则 $\tan B'$ 的值为 ()



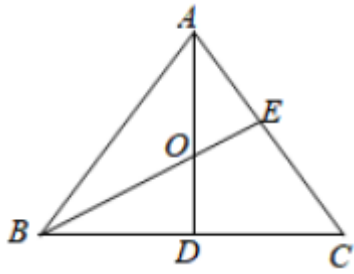
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

5. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AD \perp BC$ 于点 D , 则下列结论不正确的是 ()



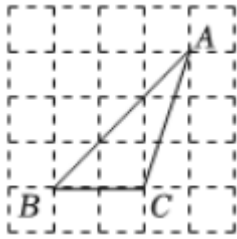
- A. $\sin B = \frac{AD}{AB}$ B. $\sin B = \frac{AC}{BC}$ C. $\sin B = \frac{AD}{AC}$ D. $\sin B = \frac{CD}{AC}$

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, O 是角平分线 AD , BE 的交点. 若 $AB = AC = 10$, $BC = 12$, 则 $\tan \angle OBD$ 的值是 ()



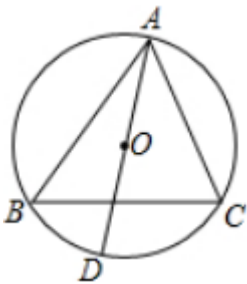
- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{4}$

7. 如图，已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点均在格点上，则 $\cos A$ 的值为（ ）



- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

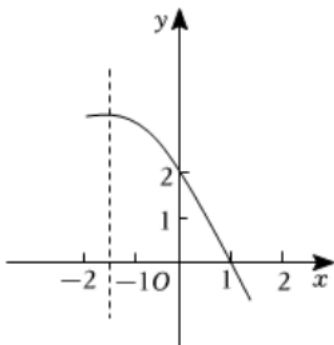
8. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， AD 是 $\odot O$ 的直径，若 $\odot O$ 的半径为 $\frac{3}{2}$ ， $AC=2$ ，则 $\sin B$ 的值是（ ）



- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

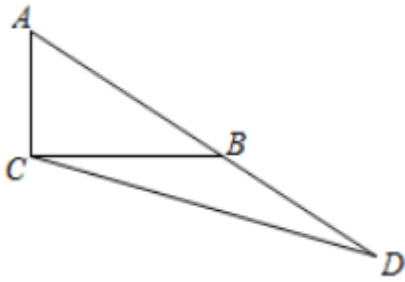


9. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分图象如图所示，则使得函数值 y 大于2的自变量 x 的取值可以是（ ）



- A. -4 B. -2 C. 0 D. 2

10. 如图，延长 $Rt\triangle ABC$ 斜边 AB 到点 D ，使 $BD=AB$ ，连接 CD ，若 $\tan\angle BCD=\frac{1}{3}$ ，则 $\tan A$ =（ ）

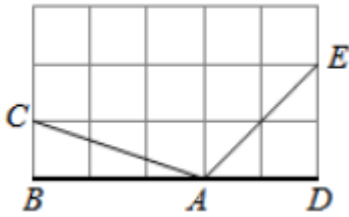


- A. $\frac{3}{2}$ B. 1 C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

二. 填空题 (共 10 题, 每题 3 分)

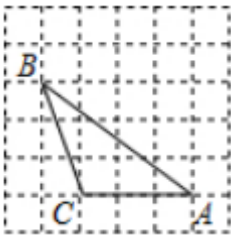
11. $\cos 30^\circ$ 的值等于 _____.

12. 如图所示的网格是正方形网格, $\angle BAC$ _____ $\angle DAE$. (填 “>”, “=” 或 “<”)

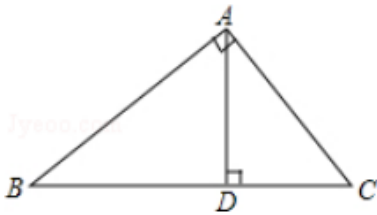


13. 若关于 x 的方程 $x^2 - 2x + k = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围为 _____.

14. 如图, 在 6×6 的正方形网格中, $\triangle ABC$ 的顶点都在小正方形的顶点上, 则 $\tan \angle BAC$ 的值是 _____.

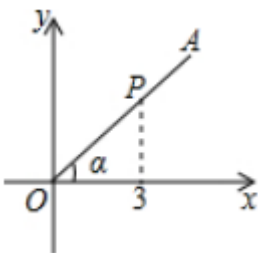


15. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AD \perp BC$ 于点 D , 若 $AD:CD = 4:3$, 则 $\tan B =$ _____.



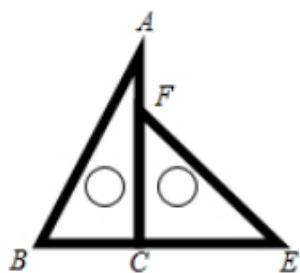
16. 已知 $\angle A$ 是锐角, 且 $\tan A = \frac{2}{3}$, 则 $\sin A$ 的值是 _____.

17. 如图, P 是 $\angle \alpha$ 的边 OA 上一点, 且点 P 的横坐标为 3, $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, 则 $\tan \alpha =$ _____.

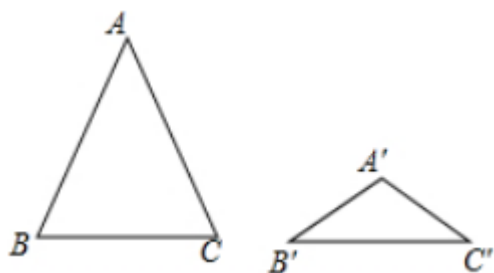


18. 如图, 将一副三角板直角顶点重合拼放在一起, 点 B, C, E 在同一直线上, 若 $BC = 2$, 则 AF 的长

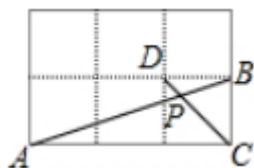
为_____.



19. 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A' B' C'$ 都是等腰三角形, 且 $AB=AC=5$, $A' B' =A' C' =3$, 若 $\angle B+\angle B'=90^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A' B' C'$ 的面积比为_____.



20. 如图, 在边长相同的小正方形网格中, 点 A 、 B 、 C 、 D 都在这些小正方形的顶点上, AB 与 CD 相交于点 P , 则 $\tan \angle APD$ 的值为_____.

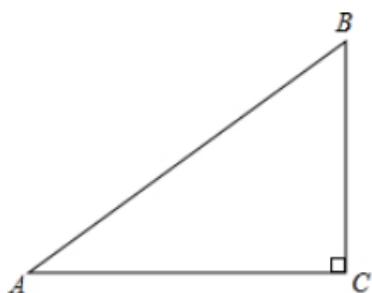


三.解答题 (共 4 题, 每题 10 分)

21. (1) 计算: $(\pi-2)^0 - |1-\tan 60^\circ| - (\frac{1}{2})^{-1} + \frac{6}{\sqrt{3}}$,

(2) 计算: $(\frac{1}{2})^{-2} - (\pi - \sqrt{7})^0 + |\sqrt{3}-2| + 4\sin 60^\circ$.

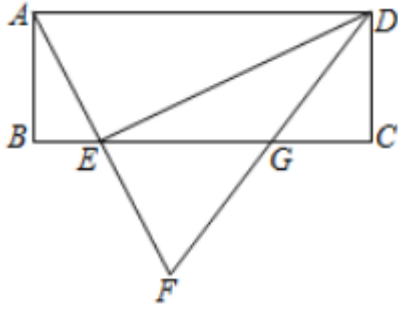
22. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\tan A = \frac{3}{4}$, $BC=6$, 求 AC 的长和 $\sin A$ 的值.



23. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 点 E 在 BC 上, $AE \perp ED$.

(1) 求证: $\triangle ABE \sim \triangle ECD$;

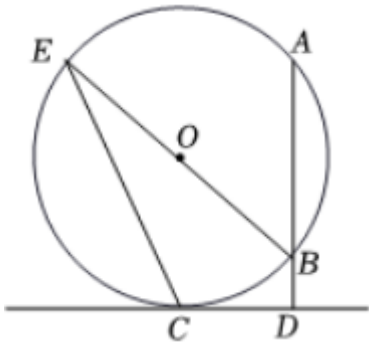
(2) F 为 AE 延长线上一点, 满足 $EF=AE$, 连接 DF 交 BC 于点 G . 若 $AB=2$, $BE=1$, 求 GC 的长.



24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, C 为 $\odot O$ 上一点, 过点 C 作 AB 的垂线与 AB 的延长线交于点 D , 连接 BO 并延长, 与 $\odot O$ 交于点 E , 连接 EC , $\angle ABE = 2\angle E$.

(1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\tan E = \frac{1}{3}$, $BD = 1$, 求 AB 的长.



四.新定义 (共 50 分, 第 (1) (2) (3) 问每问 10 分, 第 (4) 问 20 分)

25. 对于点 C 和给定的 $\odot O$, 给出如下定义: 若 $\odot O$ 上存在点 B , 使点 C 绕点 B 旋转 90° 的对应点 A 在 $\odot O$ 上, 此时 $\triangle ABC$ 是以点 B 为直角顶点的等腰直角三角形, 则称点 C 为 $\odot O$ 的“等直顶点”. 若 O 是坐标原点, $\odot O$ 的半径为 2. (1) 在点 $P(0, 0)$, $Q(2, 0)$, $R(5, 0)$, $S(2\sqrt{2}, 0)$ 中, 可以作为 $\odot O$ 的“等直顶点”的是 _____;

(2) 若点 P 为 $\odot O$ 的“等直顶点”, 且点 P 在直线 $y=x$ 上, 求点 P 的横坐标的取值范围;

(3) 设 $\odot C$ 的圆心 C 在 x 轴上, 半径为 2, 若直线 $y=x$ 上存在点 D , 使得半径为 1 的 $\odot D$ 上存在点 P 是 $\odot C$ 的“等直顶点”, 求圆心 C 的横坐标的取值范围;

(4) 直线 $y = \frac{4}{3}x + 4$ 分别和两坐标轴交于 E, F 两点, 若线段 EF 上的所有点均为 $\odot O$ 的“等直顶点”, 求 $\odot O$ 的半径的最大值与最小值.

