北京市西城区九年级模拟测试

数学试卷

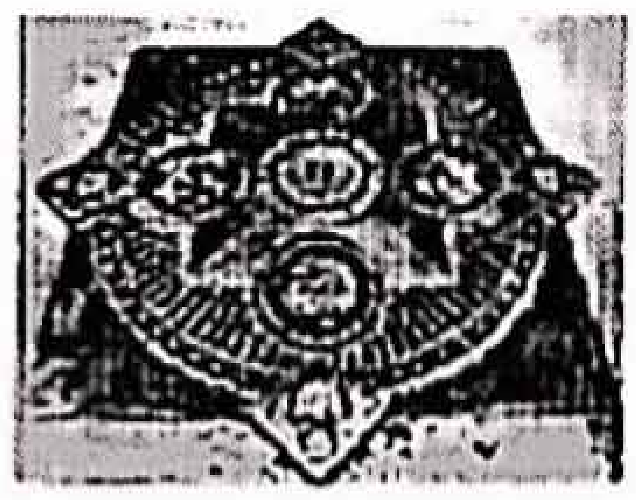
2021.5

考生须知	
	1. 本试卷共8页，共三道大题，28道小题，满分100分。考试时间120分钟。
	2. 在试卷和答题卡上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。
	3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
	4. 在答题卡上，选择题、作图题用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
	5. 考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

一、选择题（本题共16分，每小题2分）

第1~8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. “沿着高速看中国”，镶嵌于正阳门前的“中国公路零公里点”标志牌见证了中国高速公路从“零”出发的跨越式发展. 截至2020年底，我国高速公路总里程已达160 000公里. 将160 000用科学记数法表示应为



(A) 0.16×10^6　　(B) 1.6×10^6　　(C) 1.6×10^5　　(D) 16×10^4

下列图形中，是中心对称图形的是

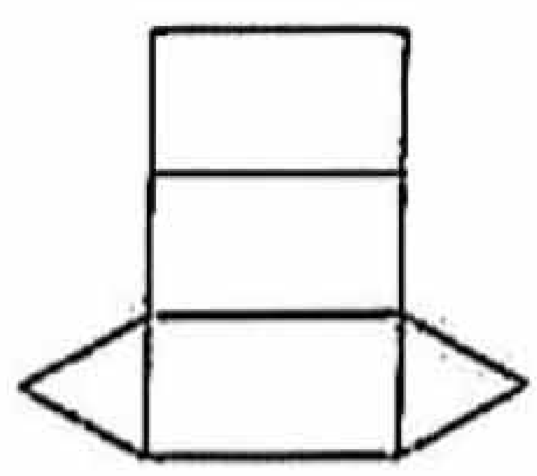
(A)　　(B)　　(C)　　(D)

3. 以下变形正确的是

(A) $\sqrt{2}+\sqrt{2}=\sqrt{4}$　　(B) $3\sqrt{2}=\sqrt{3\times2}$

(C) $(\sqrt{2})^3=3\sqrt{2}$　　(D) $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{8}{2}}$

4. 若右图是某几何体的表面展开图，则这个几何体是



(A) 正三棱柱　　(B) 正方体

(C) 圆柱　　(D) 圆锥

半径为2 cm，圆心角为90°的扇形的面积等于

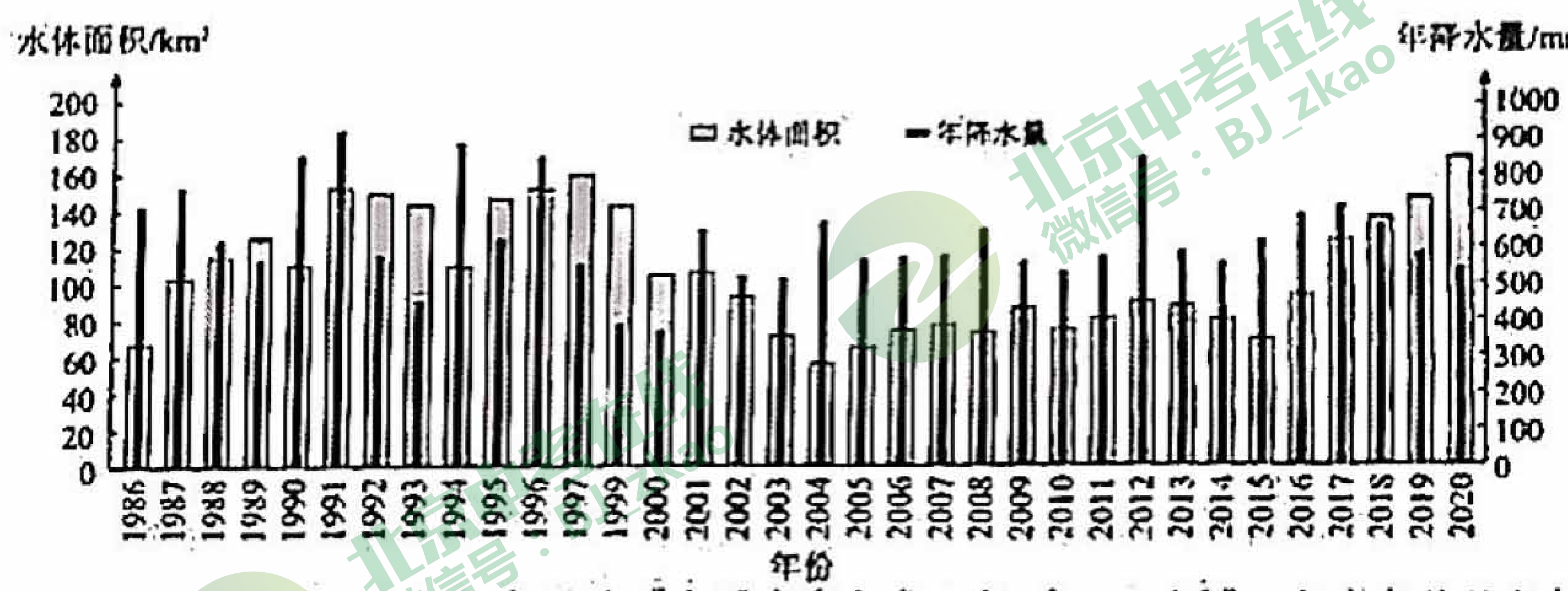
(A) 1cm^2　　(B) $\pi\ \text{cm}^2$　　(C) $2\pi\ \text{cm}^2$　　(D) $4\pi\ \text{cm}^2$

6. 若相似三角形的相似比为 1 : 4，则面积比为

（A）1 : 16　　　　（B）16 : 1　　　　（C）1 : 4　　　　（D）1 : 2

7. 密云水库是首都北京重要水源地，水源地生态保护对保障首都水源安全及北京市生态和城市可持续发展具有不可替代的作用. 以下是 1986-2020 年密云水库水体面积和年降水量变化图.

1986-2020 年密云水库水体面积和年降水量变化图



（以上数据来源于《全国生态气象公报（2020 年）》，部分年份缺数据）

对于现有数据有以下结论：

①2004 年的密云水库水体面积最小，仅约为 20 km²；

②2015－2020 年，密云水库的水体面积呈持续增加趋势，表明水资源储备增多；

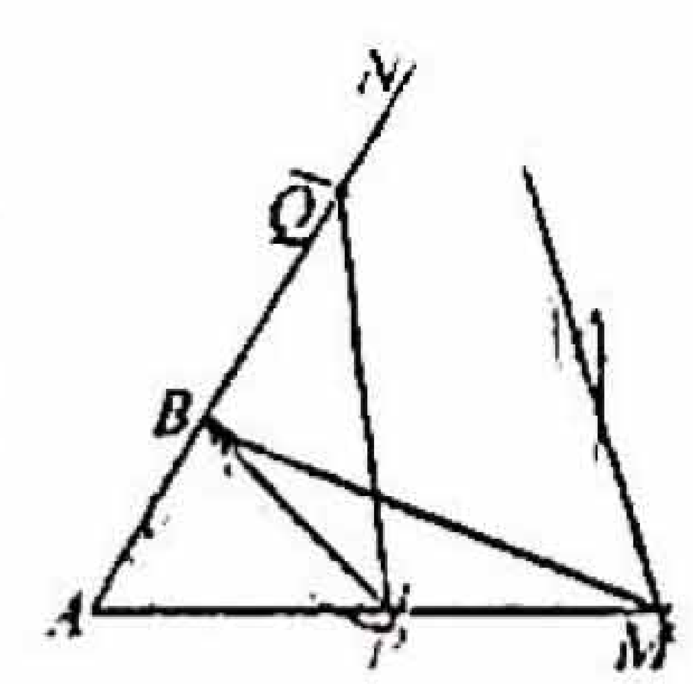
③在 1986－2020 年中，2020 年的密云水库水体面积最大，约为 170 km²；

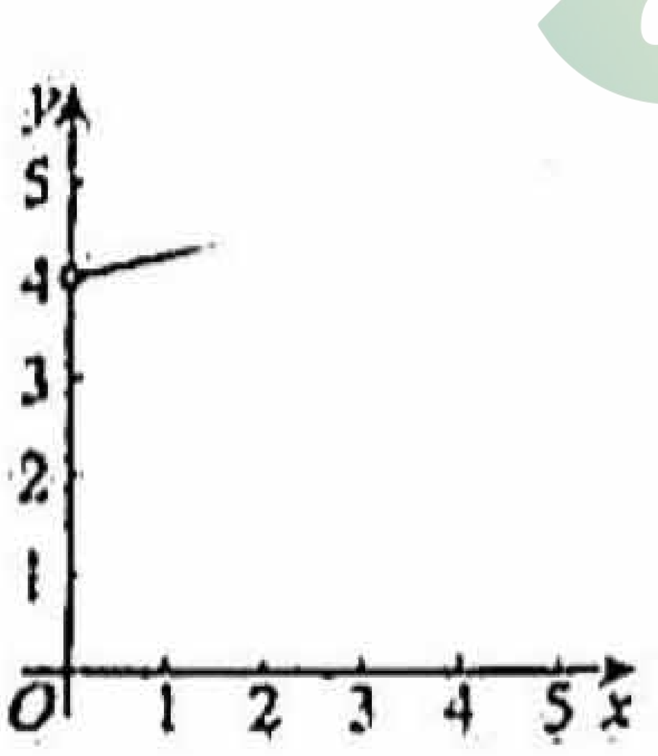
④在 1986－2020 年中，密云水库年降水量最大的年份，水体面积也最大.

其中结论正确的是

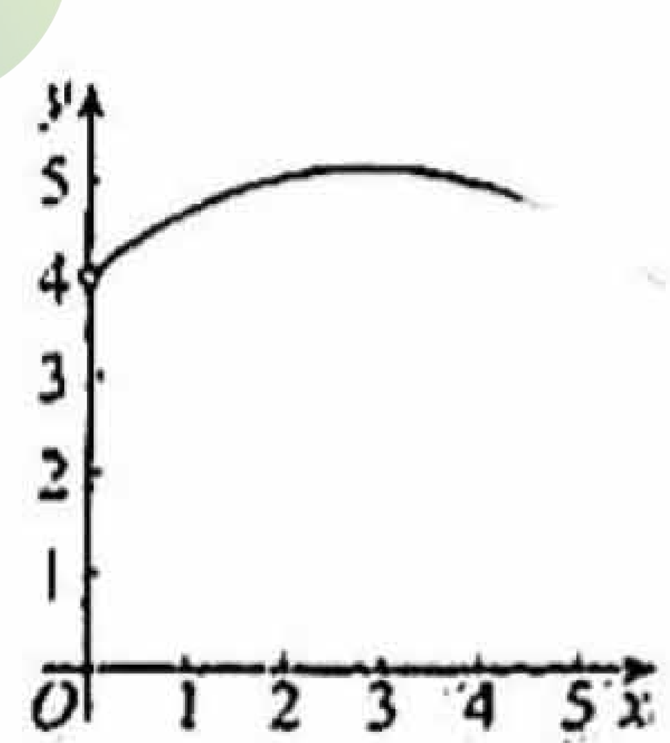
（A）②③　　　　（B）②④　　　　（C）①②③　　　　（D）

如图，$\angle MAN=60°$，点 B 在射线 AN 上，$AB=2$. 点 P 在射线 AM 上运动（点 P 不与点 A 重合），连接 BP，以点 B 为圆心，BP 为半径作弧交射线 AN 于点 Q，连接 PQ. 若 $AP=x$，$PQ=y$，则下列图象中，能表示 y 与 x 的函数关系的图象大致是

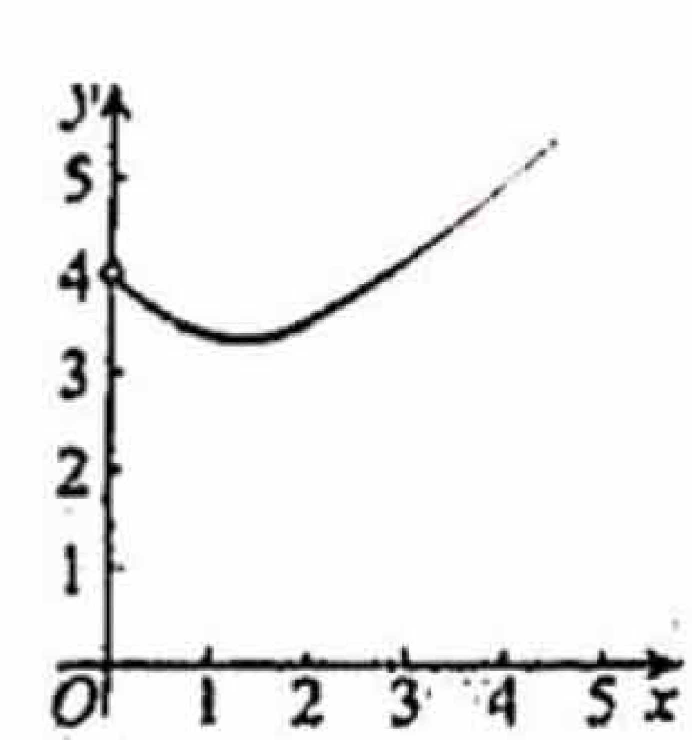




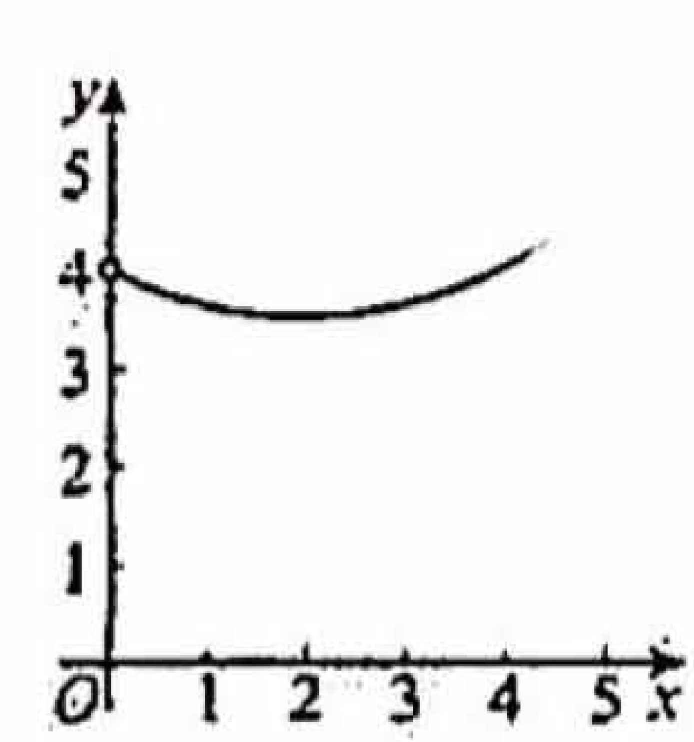
（A）



（B）



（C）



（D）

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

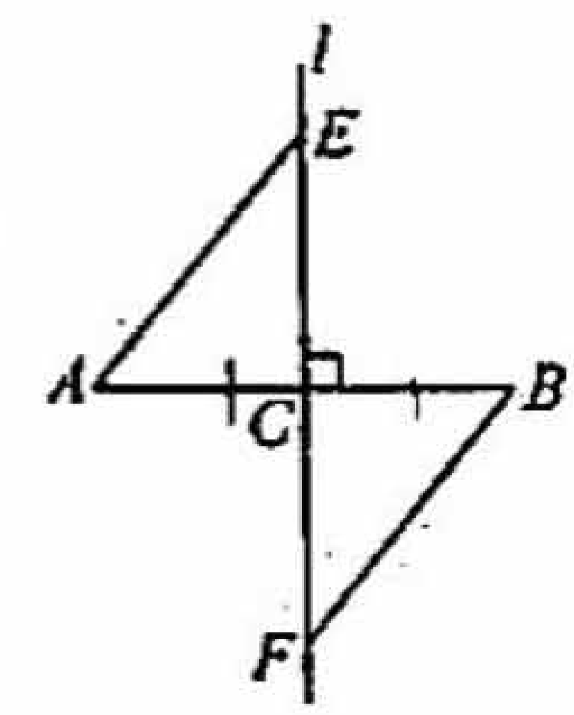
9. 若 $\sqrt{x+3}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是_____.

10. 分解因式：$x^3-10x^2+25x=$_____.

11. 50 件外观相同的产品中有 2 件不合格，现从中随机抽取 1 件进行检测，抽到不合格产品的概率是_____.

12. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=x+2$ 与 x 轴的交点的坐标为_____.

13. 如图，直线 l 为线段 AB 的垂直平分线，垂足为 C，直线 l 上的两点 E，F 位于 AB 异侧（E，F 两点不与点 C 重合）．只需添加一个条件即可证明 $\triangle ACE \cong \triangle BCF$，这个条件可以是_____.



14. 图 1 是用一种彭罗斯瓷砖平铺成的图案，它的基础部分是“风筝”和“飞镖”两部分．图 2 中的“风筝”和“飞镖”是由图 3 所示的特殊菱形制作而成． 在菱形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=72°$ ，在对角线 AC 上截取 $AE=AB$，连接 BE，DE，可将菱形分割为“风筝”（凸四边形 $ABED$）和“飞镖”（凹四边形 $BCDE$）两部分，则图 2 中的 $\alpha=$_____°.

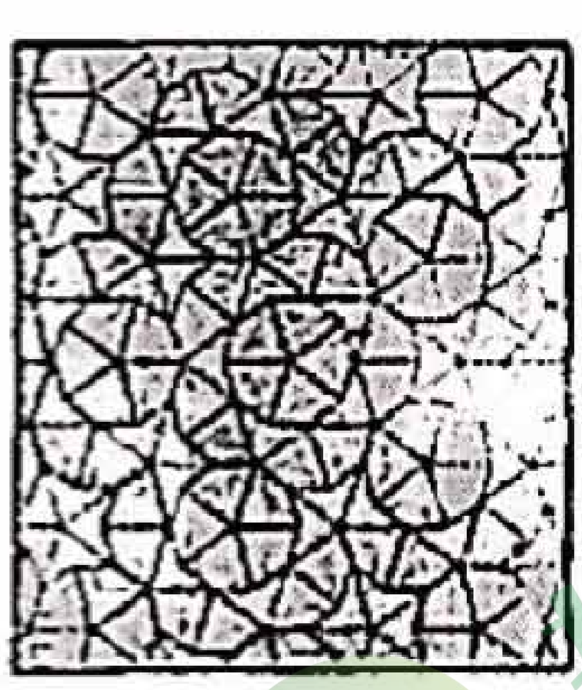


图 1

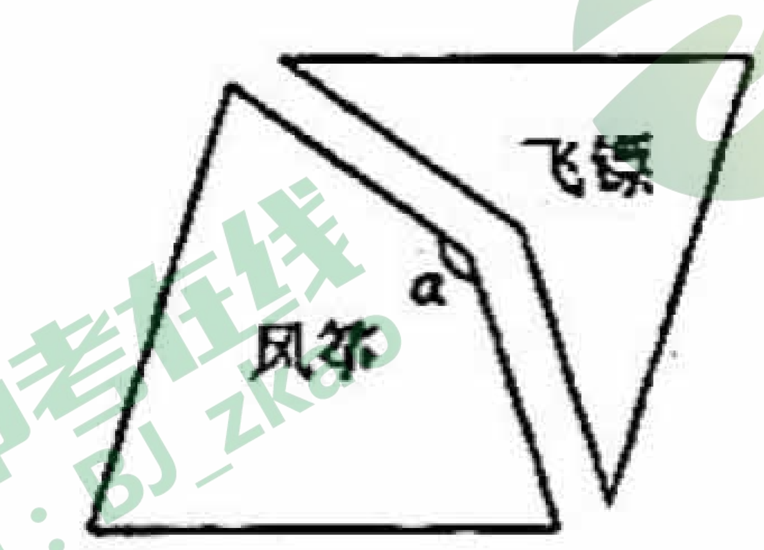


图 2

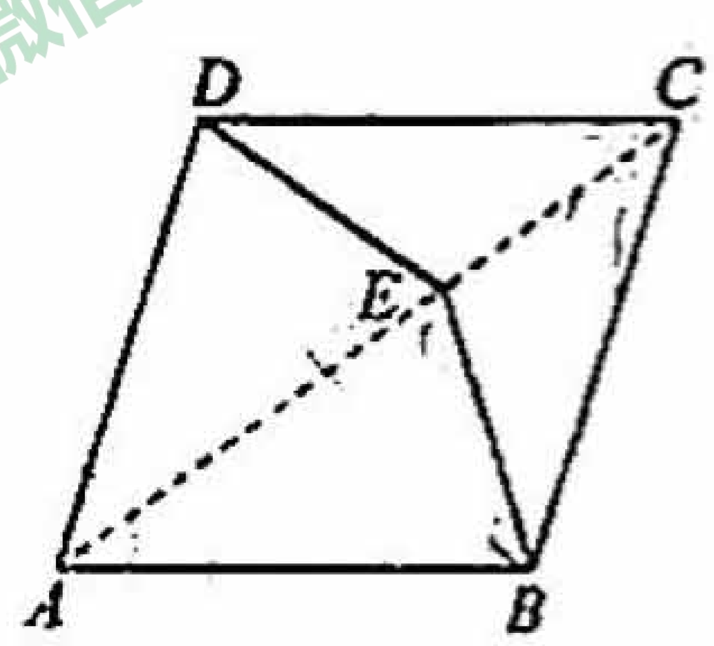
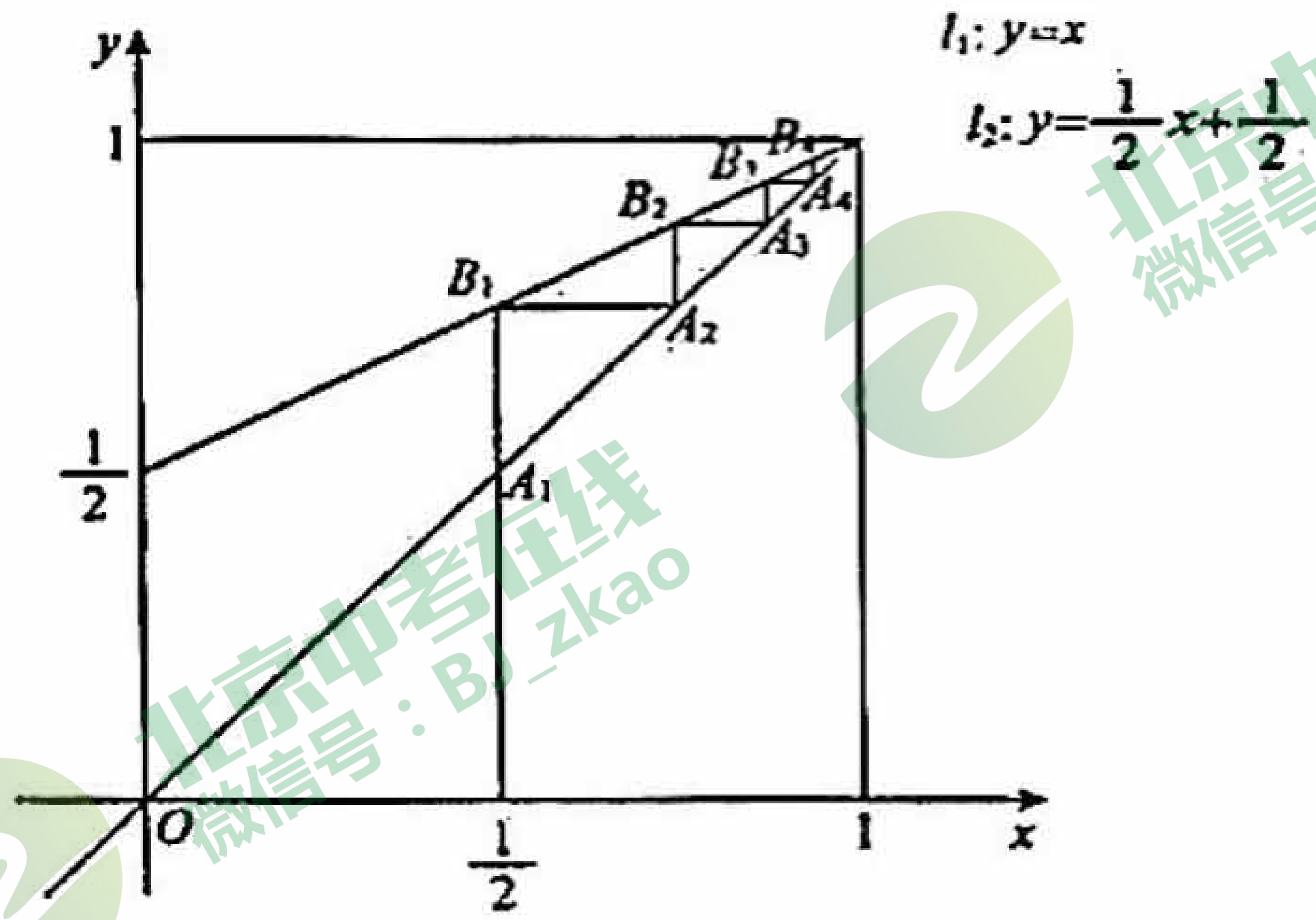


图 3

15. 从 1，2，3，4，5 中选择四个数字组成四位数 $\overline{abcd}$，其中 a，b，c，d 分别代表千位、百位、十位、个位数字．若要求这个四位数同时满足以下条件：① $\overline{abcd}$ 是偶数；② $a>b>c$；③ $a+c=b+d$，请写出一个符合要求的数_____.

16．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线 $l_1: y=x$，直线 $l_2: y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$．直线 $x=\frac{1}{2}$ 交 l_1 于点 A_1，交 l_2 于点 B_1，过点 B_1 作 y 轴的垂线交 l_1 于点 A_2，过点 A_2 作 x 轴的垂线，交 l_2 于点 B_2，过点 B_2 作 y 轴的垂线交 l_1 于点 A_3，…，按此方式进行下去，则 B_1 的坐标为______，B_n 的坐标为______（用含 n 的式子表示，n 为正整数）.



三、解答题（本题共 68 分，第 17-19 题，每小题 5 分，第 20 题 6 分，第 21-23 题，每小题 5 分，第 24-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）

解答题应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．计算：$4\sin45^\circ-\sqrt{8}+(\pi-4)^0+|1-\sqrt{2}|$.

18．解不等式：$\frac{x+1}{2}\leqslant\frac{x-1}{3}+x$.

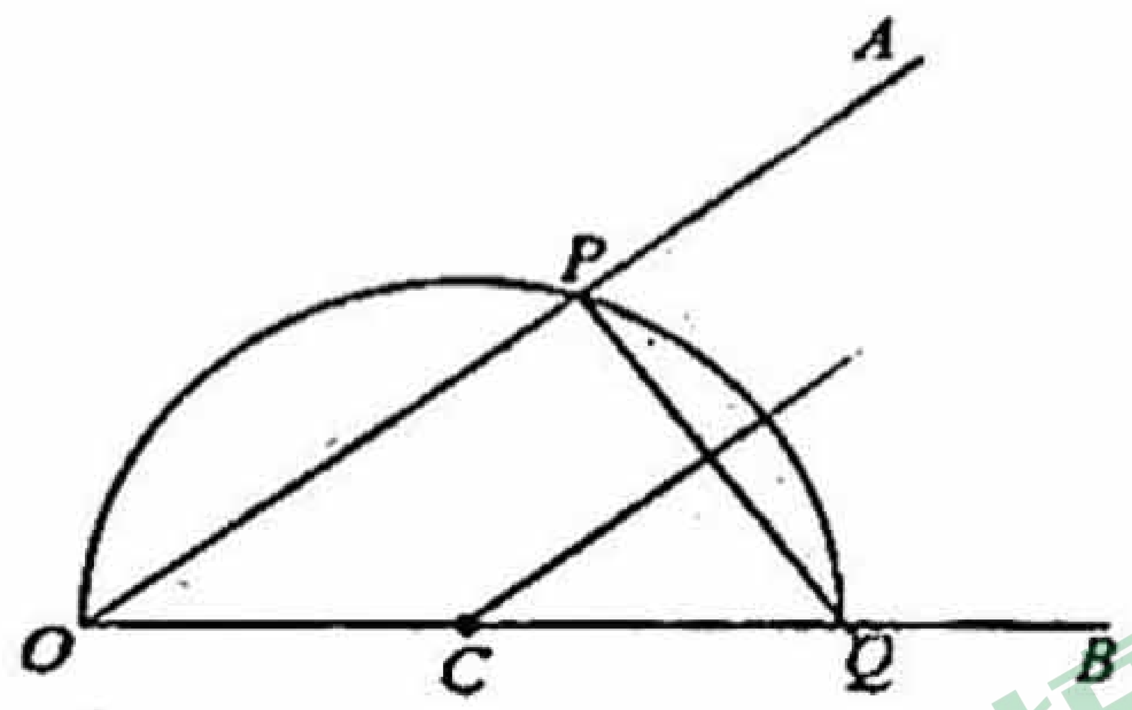
19．已知 $a^2+2a-1=0$，求代数式 $(a-\frac{4}{a})\div\frac{a-2}{a^2}$ 的值.

20．已知关于 x 的方程 $(k-1)x^2-2x+1=0$ 有两个实数根.

（1）求 k 的取值范围；

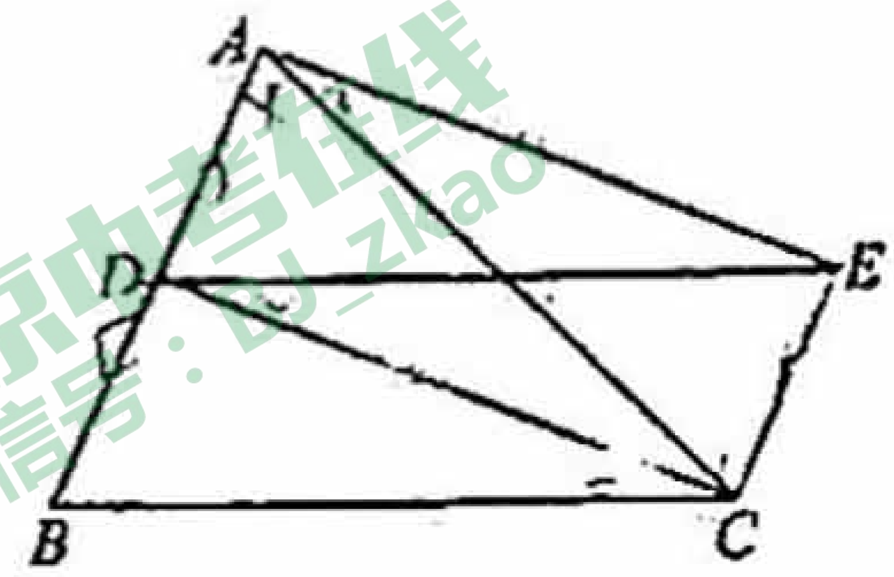
（2）当 k 取最大整数时，求此时方程的根.

21. 下面是小华设计的“作$\angle AOB$的角平分线”的尺规作图过程，请帮助小华完成尺规作图并填空（保留作图痕迹）.



步骤	作法	推断
第一步	在OB上任取一点C，以点C为圆心，OC为半径作半圆，分别交射线OA，OB于点P，点Q，连接PQ	$\angle OPQ=$ ① °，理由是 ②
第二步	过点C作PQ的垂线，交PQ于点D，交$\overset{\frown}{PQ}$于点E	$PD=DQ$，$\overset{\frown}{PE}=$ ③
第三步	作射线OE.	射线OE平分$\angle AOB$
射线OE为所求作.		

22. 如图，在$\triangle ABC$中，$AC=BC$，CD为$\triangle ABC$的角平分线，$AE\parallel DC$，$AE=DC$，连接CE.



（1）求证：四边形$ADCE$为矩形；

（2）连接DE，若$AB=10$，$CD=12$，求DE的长.

23. 在平面直角坐标系xOy中，直线l: $y=kx-k+2$（$k>0$），函数$y=\dfrac{2k}{x}$（$x>0$）的图象为F.

（1）若$A(2,1)$在函数$y=\dfrac{2k}{x}$（$x>0$）的图象F上，求直线l对应的函数解析式；

（2）横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 记直线l: $y=kx-k+2$（$k>0$），图象F和直线$y=\dfrac{1}{2}$围成的区域（不含边界）为图形G.

① 在（1）的条件下，写出图形G内的整点的坐标；

② 若图形G内有三个整点，直接写出k的取值范围.

24. 某大学共有 9 000 名学生．为了解该大学学生的阅读情况，小华设计调查问卷，用随机抽样的方式调查了 150 名学生，并对相关数据进行了收集、整理、描述和分析．下面是其中的部分信息：

a．所调查的 150 名学生最常用的一种阅读方式统计图如图 1，

b．选择手机阅读为最常用的一种阅读方式的学生中，平均每天阅读时长统计表如表 1：

图 1 最常用阅读方式统计图

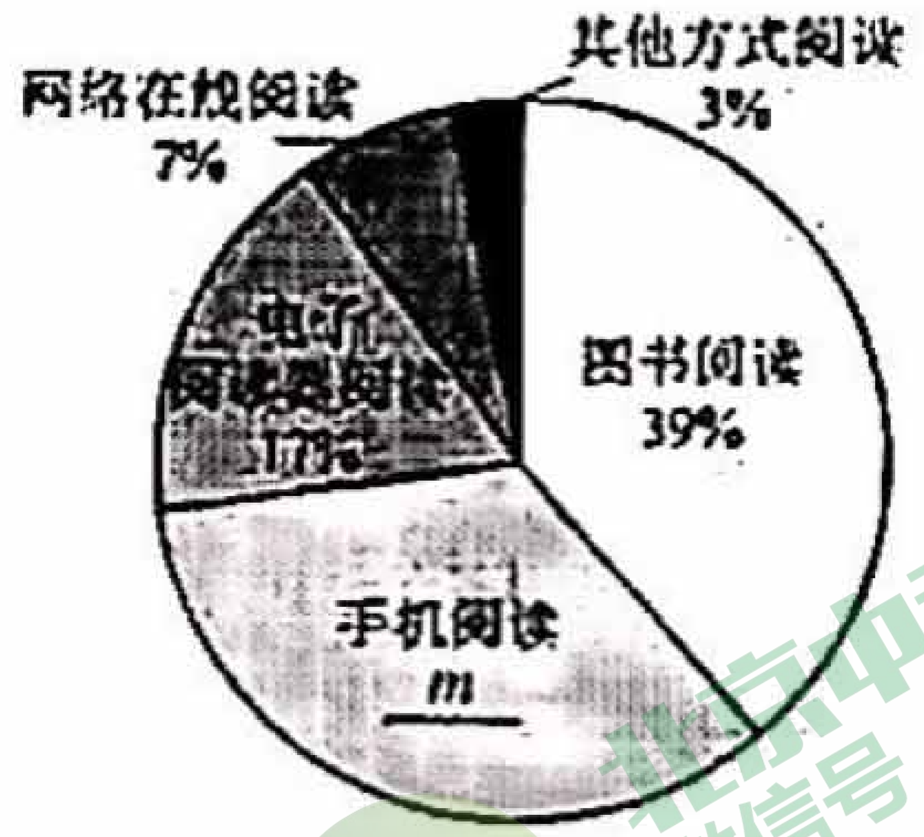


表 1 使用手机阅读的学生平均每天阅读时长统计表

平均每天阅读时长 x（单位：分钟）	人数
$0\leqslant x<30$	6
$30\leqslant x<60$	n
$60\leqslant x<90$	17
$x\geqslant 90$	9

c．使用手机阅读的学生中，平均每天阅读时长在 $60\leqslant x<90$ 这一组的具体数据如下：

60　60　66　68　68　69　70　70　72　72　72　73　75　80　83　84　85

根据以上信息解答下列问题：

（1）图 1 中 $m=$_____，表 1 中 $n=$_____；

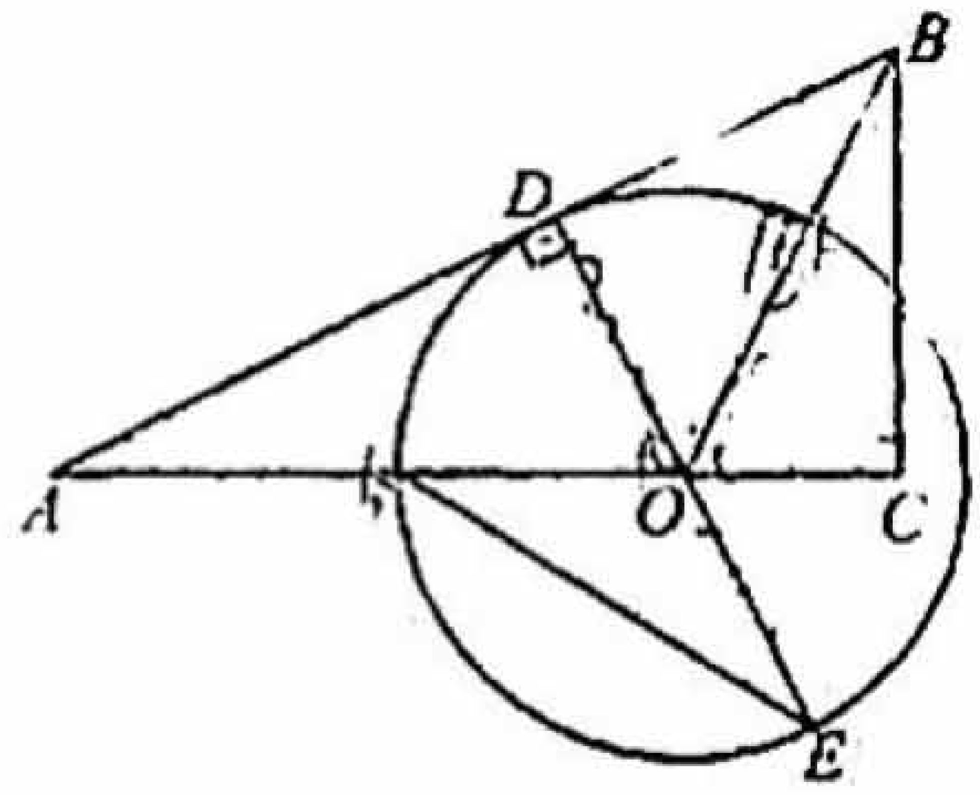
（2）使用手机阅读的学生中，平均每天阅读时长的中位数是_____，平均每天阅读时长在 $60\leqslant x<90$ 这一组的数据的众数是_____；

（3）根据所调查的这 150 名学生的阅读情况，估计该校使用手机阅读的学生中，平均每天阅读时长少于半小时的人数．

25. 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，点 O 在 AC 上，$\angle OBC=\angle A$，点 D 在 AB 上，以点 O 为圆心，OD 为半径作圆，交 DO 的延长线于点 E，交 AC 于点 F，$\angle E=\frac{1}{2}\angle BOC$．

（1）求证：AB 为⊙O 的切线；

（2）若⊙O 的半径为 3，$\tan\angle OBC=\frac{1}{2}$，求 BD 的长．



26. 在平面直角坐标系 xOy 中，$M(a,y_1)$，$N(a+t,y_2)$ 为抛物线 $y=x^2+x$ 上两点，其中 $t>0$.

（1）求抛物线与 x 轴的交点坐标；

（2）若 $t=1$，点 M，点 N 在抛物线上运动，过点 M 作 y 轴的垂线，过点 N 作 x 轴的垂线，两条垂线交于点 Q，当 $\triangle MNQ$ 为等腰直角三角形时，求 a 的值；

（3）记抛物线在 M，N 两点之间的部分为图象 G（包含 M，N 两点），若图象 G 上最高点与最低点的纵坐标之差为 1，直接写出 t 的取值范围.

27. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，点 P 为 $\triangle ABC$ 外一点，点 P 与点 C 位于直线 AB 异侧，且 $\angle APB=45°$，过点 C 作 $CD\perp PA$，垂足为 D.

（1）当 $\angle ABP=90°$ 时，在图 1 中补全图形，并直接写出线段 AP 与 CD 之间的数量关系；

（2）如图 2，当 $\angle ABP>90°$ 时，

①用等式表示线段 AP 与 CD 之间的数量关系，并证明；

②在线段 AP 上取一点 K，使得 $\angle ABK=\angle ACD$，画出图形并直接写出此时 $\dfrac{KP}{BP}$ 的值.

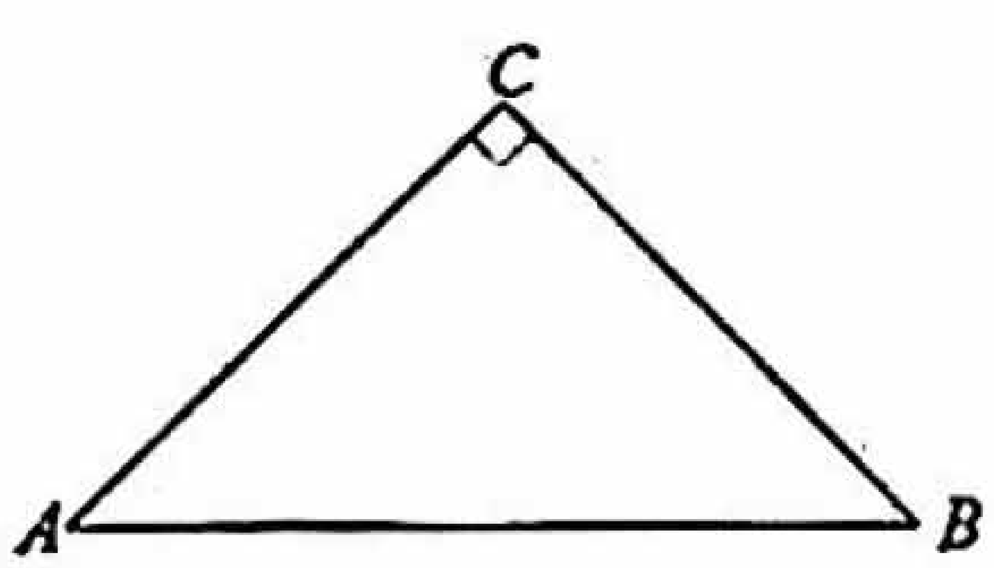


图 1

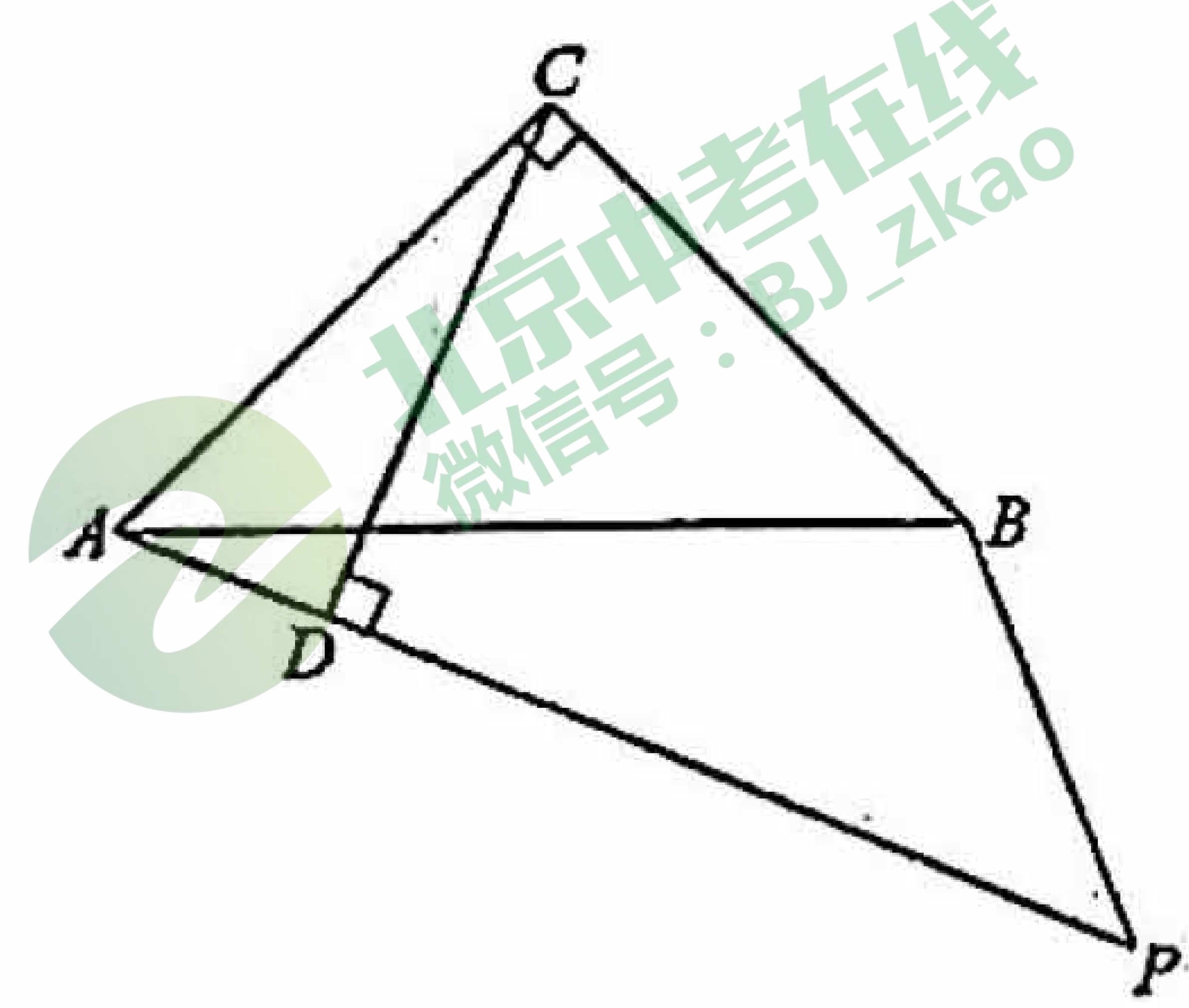


图 2

28．对于平面内的点 M，如果点 P，点 Q 与点 M 所构成的 $\triangle MPQ$ 是边长为 1 的等边三角形，则称点 P，点 Q 为点 M 的一对"关联点"．进一步地，在 $\triangle MPQ$ 中，若顶点 M，P，Q 按顺时针排列，则称点 P，点 Q 为点 M 的一对"顺关联点"；若顶点 M，P，Q 按逆时针排列，则称点 P，点 Q 为点 M 的一对"逆关联点"．

已知 $A(1,0)$．

（1）在 $O(0,0)$，$B(0,1)$，$C(2,0)$，$D(\frac{3}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$ 中，点 A 的一对关联点是________，它们为点 A 的一对________关联点（填"顺"或"逆"）；

（2）以原点 O 为圆心作半径为 1 的圆，已知直线 l：$y=\sqrt{3}x+b$．

①若点 P 在⊙O 上，点 Q 在直线 l 上，点 P，点 Q 为点 A 的一对关联点，求 b 的值；

②若在⊙O 上存在点 R，在直线 l 上存在两点 $T(x_1,y_1)$ 和 $S(x_2,y_2)$，其中 $x_1>x_2$，且点 T，点 S 为点 R 的一对顺关联点，求 b 的取值范围．