

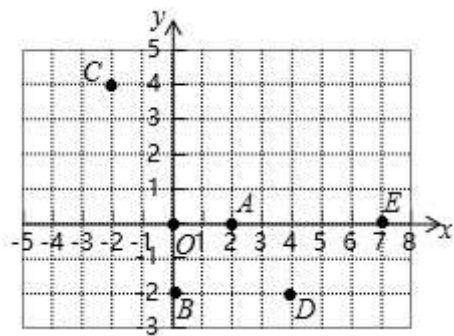


朝阳区和平街第一中学 2023-2024 学年九年级上学期期中数学试题

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

- 下列方程中是一元二次方程的是 ()
A. $xy+2=1$ B. $\frac{1}{x^2}-x=1$
C. $x(x-3)=0$ D. $x^3+2x=0$
- 用配方法解一元二次方程 $x^2-8x+2=0$, 此方程可化为 ()
A. $(x-4)^2=18$ B. $(x-4)^2=14$ C. $(x+4)^2=18$ D. $(x+4)^2=14$
- 二次函数 $y=-x^2-4$ 的图象经过的象限为 ()
A. 第一、二象限 B. 第二、四象限 C. 第三、四象限 D. 第一、三象限
- 对于 $y=3(x-1)^2+2$ 的性质, 下列叙述正确的是 ()
A. 顶点坐标为 $(-1,2)$ B. 当 $x>1$ 时, y 随 x 增大而减小
C. 当 $x=1$ 时, y 有最大值 2 D. 对称轴为直线 $x=1$
- 一元二次方程 $4x^2-1=-4x$ 的根的情况是 ()
A. 只有一个实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 有两个不相等的实数根 D. 没有实数根
- 已知 x_1 和 x_2 是方程 $x^2-x-1=0$ 的两个根, 则 $x_1^2+x_1x_2+x_2^2$ 的值是 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. -1
- 已知点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 是抛物线 $y=(x-1)^2-2$ 上两点, 若 $x_1 < x_2 < 0$, 则 y_1 与 y_2 的大小关系是 ()
A. $y_1 < y_2$ B. $y_1 > y_2$ C. $y_1 = y_2$ D. 以上都有可能
- 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 有五个点 A (2, 0), B (0, -2), C (-2, 4), D (4, -2), E (7, 0), 将二次函数 $y=a(x-2)^2+m(m \neq 0)$ 的图象记为 W. 下列的判断中



- ①点 A 一定不在 W 上；
- ②点 B, C, D 可以同时也在 W 上；
- ③点 C, E 不可能同时在 W 上.

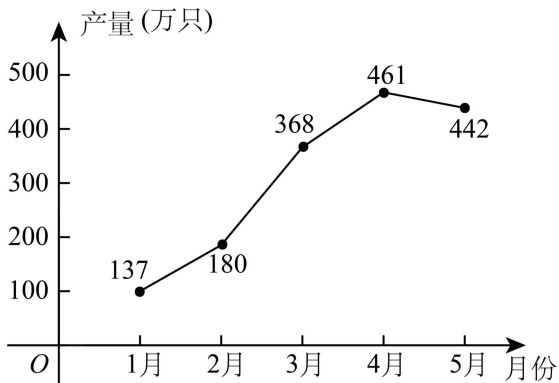
所有正确结论的序号是 ()

- A. ①②③
- B. ①②
- C. ①③
- D. ②③

二、填空题

9. 请写出一个开口向下, 对称轴为直线 $x=3$ 的抛物线的解析式_____.
10. 若关于 x 的一元二次方程 $(a+1)x^2 - a^2x - a = 0$ 有一个根是 $x=1$, 则 $a =$ _____.
11. 某厂家 2020 年 1~5 月份的口罩产量统计如图所示, 设从 1 月份到 3 月份, 该厂家口罩产量的月平均增长率为 x , 根据题意可得方程_____.

2020年1~5月份某厂家的口罩产量统计图



12. 正方形边长为 2, 若边长增加 x , 那么面积增加 y , 则 y 与 x 的函数关系式是_____.
13. 将抛物线 $y=3x^2$ 向右平移 1 个单位, 再向上平移 2 个单位后所得到的抛物线的解析式为_____.
14. a 是关于 x 的一元二次方程, $x^2 + 2x - 5 = 0$ 的根, 则 $2a^2 + 4a - 1$ 的值是_____.
15. 李伟同学在解关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 时, 误将 $-3x$ 看作 $+3x$, 结果解得 $x_1 = -1, x_2 = -2$, 则原方程的解为_____.



16. 一个 33 人的旅游团到一家酒店住宿，酒店的客房只剩下 4 间一人间和若干间三人间，住宿价格是一人间每晚 100 元，三人间每晚 130 元（说明：男士只能与男士同住，女士只能与女士同住，三人间客房可以不住满，但每间每晚仍需支付 130 元）。

- (1) 若该旅游团一晚的住宿费为 1530 元，则他们租住了_____间一人间；
(2) 若该旅游团租住了 3 间一人间，且共有 19 名男士，则租住一晚的住宿费最少为_____元。

三、解答题

17. (1) $2x^2 - 18 = 0$;

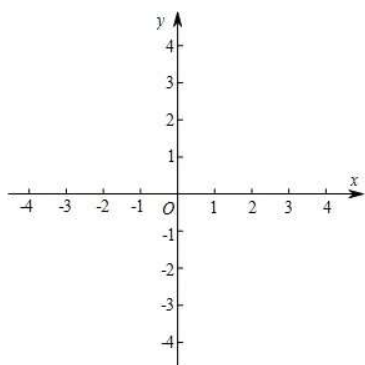
(2) $x^2 - 4x - 5 = 0$.

18. (1) $5x^2 + 3x = x + 1$;

(2) $x(2x - 5) = 4x - 10$.

19. 二次函数图像的顶点坐标是 $(-3, 2)$ ，并经过点 $(-1, 0)$ ，求这个二次函数的函数关系式。

20. 已知二次函数 $y = -(x+1)^2 + 4$.



- (1) 在平面直角坐标系 xOy 中画出该函数的图象；
(2) 当 $-3 \leq x \leq 0$ 时，结合函数图象，直接写出 y 的取值范围。

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 2m - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根。

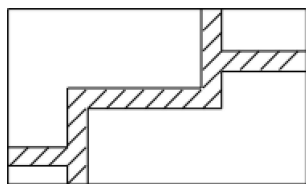
- (1) 求 m 的取值范围；
(2) 若 m 为正整数，且该方程的根都是整数，求 m 的值。

22. 已知等边三角形 ABC 的边 AB 、 AC 的长分别是关于 x 的方程 $x^2 - mx + 9 = 0$ 的两个实数根。

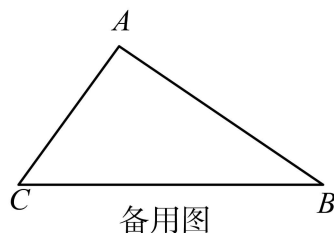
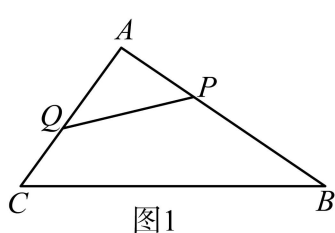
- (1) 求 m 的值。
(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积。



23. 今年朝阳区在老旧小区改造方面取得了巨大成就，人居环境得到了很大改善.某小区规划在如图宽为 20m，长为 32m 的矩形地面上修筑同样宽的道路（图中阴影部分），余下的部分种上草坪.要使草坪的面积为 540m^2 ，求道路的宽.



24. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = 8\text{cm}$ ， $AC = 6\text{cm}$ ，现有动点 P 从点 B 出发，沿射线 BA 方向运动，动点 Q 从点 C 出发，沿射线 CA 方向运动，已知点 P 的速度是 2cm/s ，点 Q 的速度是 1cm/s ，它们同时出发，设运动时间是 $t\text{s}$ ($t > 0$)



(1) 当 $t = 3\text{s}$ 时，求 $\triangle APQ$ 的面积.

(2) 经过多少秒时， $\triangle APQ$ 的面积是 8.

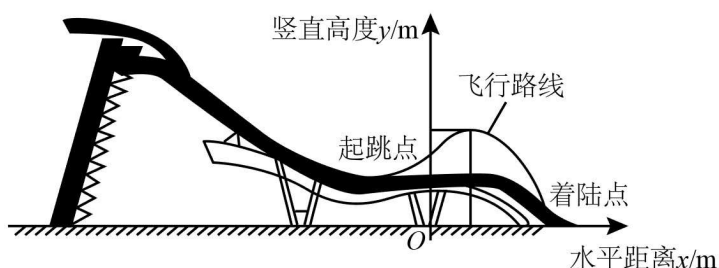
25. 已知关于 x 的方程 $x^2 - mx + \frac{m}{2} - \frac{1}{4} = 0$ 有两个实数根.

(1) 求证：无论 m 取何值，方程总有两个实数根.

(2) 若平行四边形 $ABCD$ 的两边 AB ， AD 的长是已知方程的两个实数根，当 m 为何值时，平行四边形 $ABCD$ 是菱形？求此菱形的边长

26. 单板滑雪大跳台是北京冬奥会比赛项目之一，举办场地为首钢滑雪大跳台，运动员起跳后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分，建立如图所示的平面直角坐标系，从起跳到着陆的过程中，运动员的竖直高度 y （单位：m）与水平距离 x （单位：m）近似满足函数关系 $y = a(x-h)^2 + k$ ($a < 0$).

示意图





某运动员进行了两次训练.

(1)第一次训练时, 该运动员的水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下:

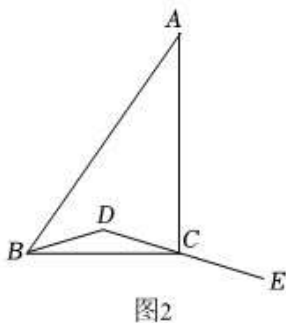
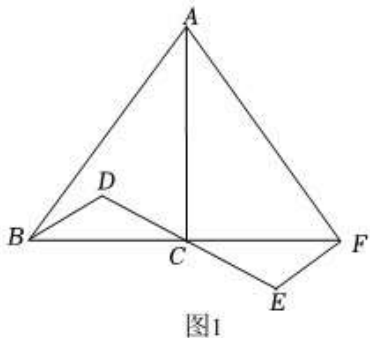
水平距离 x/m	0	2	5	8	11	14
竖直高度 y/m	20.00	21.40	22.75	23.20	22.75	21.40

根据上述数据, 直接写出该运动员竖直高度的最大值, 并求出满足的函数关系 $y = a(x-h)^2 + k (a < 0)$;

(2)第二次训练时, 该运动员的竖直高度 y 与水平距离 x 近似满足函数关系 $y = -0.04(x-9)^2 + 23.24$. 记该运动员

第一次训练的着陆点的水平距离为 d_1 , 第二次训练的着陆点的水平距离为 d_2 , 则 d_1 _____ d_2 (填“>”“=”或“<”).

27. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 为 $\triangle ABC$ 内一点, 连接 BD , DC , 延长 DC 到点 E , 使得 $CE = DC$.



(1)如图 1, 延长 BC 到点 F , 使得 $CF = BC$, 连接 AF , EF , 若 $AF \perp EF$, 求证: $BD \perp AF$;

(2)连接 AE , 交 BD 的延长线于点 H , 连接 CH , 依题意补全图 2, 若 $AB^2 = AE^2 + BD^2$, 用等式表示线段 CD 与 CH 的数量关系, 并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于已知的点 P, Q , 过点 P 分别作 x 轴和 y 轴的垂线 l_1, l_2 , 记点 Q 到直线 l_1 的距离为 d_1 , 点 Q 到直线 l_2 的距离为 d_2 , 若 $d_1 \geq d_2$, 则点 Q 到点 P 的“特征距离”为 d_1 , 若 $d_1 < d_2$, 则点 Q 到点 P 的“特征距离”为 d_2 .

(1) 已知点 $A(1,2)$

①点 $B(-2,3)$ 到点 A 的“特征距离”为_____;

②点 C 在函数 $y = x^2$ 的图象上, 若点 C 到点 A 的“特征距离”为 1, 则点 C 的坐标为_____;

(2) 已知点 $P(3,4)$, 点 $E(a,0)$, $F(0,b)$ 为平面内的动点, 其中 a, b 均为非负数, 且满足 $EF = 2$. 以 EF 为边作正方形 $EFGH$ (E, F, G, H 按顺时针方向排列), 记线段 GH 上动点 Q 到点 P 的“特征距离”为 t , 直接写出 t 的最大值和最小值, 以及相应的 H 点的坐标.