2018-2019学年北京师大附中八年级（上）期中数学试卷

一、单项选择题：（本题共30分，每小题3分）

1．下列各式中，从左到右的变形是因式分解的是（　　）

A．$(x+2y)(x-2y)=x^2-4y^2$　　B．$3(a+b)=3a+3b$

C．$ax-ay=a(x-y)$　　D．$2a^2-2a=2a^2(1-\frac{1}{a})$

2．月亮的平均亮度只有太阳的0.00000215倍，0.00000215用科学记数法可表示为（　　）

A．2.15×10^{-5}　B．2.15×10^{-6}　C．2.15×10^{-7}　D．21.5×10^{-6}

3．代数式$\frac{x}{x+1}$，$\frac{1}{3}x$，$\frac{x^2}{x}$，$\frac{a}{\pi}$中，分式的个数是（　　）

A．1　B．2　C．3　D．4

4．下列分式中，无论x取何值，分式总有意义的是（　　）

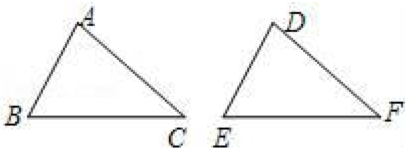
A．$\frac{1}{x^2+1}$　B．$\frac{x}{2x+1}$　C．$\frac{1}{x^3-1}$　D．$\frac{x-5}{x}$

5．下列约分正确的是（　　）

A．$\frac{m^6}{m^3}=m^2$　　B．$\frac{b+c}{a+c}=\frac{b}{a}$

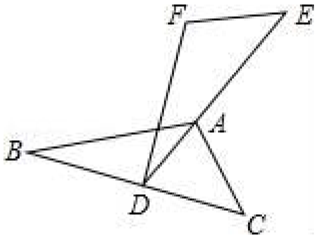
C．$\frac{x^2-y^2}{x-y}=x+y$　　D．$\frac{x+y}{x}=y$

6．如图，在△ABC和△DEF中，满足$AB=DE$，$\angle B=\angle E$，如果要判定这两个三角形全等，添加的条件不正确的是（　　）



A．$BC=EF$　B．$AC=DF$　C．$\angle A=\angle D$　D．$\angle C=\angle F$

7．如图，△ABC≌△FDE，$\angle C=40°$，$\angle F=110°$，则$\angle B$等于（　　）

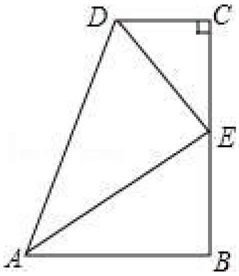


A．20°　B．30°　C．40°　D．150°

8．已知三角形的两边长分别为5和7，则第三边的中线长x的取值范围是（　　）

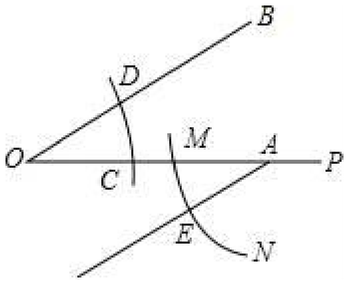
A．$2<x<12$　　B．$5<x<7$　　C．$1<x<6$　　D．无法确定

9．在数学活动课上，小明提出这样一个问题：如右图，$\angle B=\angle C=90^\circ$，$E$ 是 BC 的中点，DE 平分$\angle ADC$，$\angle CED=35^\circ$，则$\angle EAB$ 的度数是（　　）



A．65°　　B．55°　　C．45°　　D．35°

10．已知$\angle BOP$ 与 OP 上点 C，点 A（在点 C 的右边），李玲现进行如下操作：①以点 O 为圆心，OC 长为半径画弧，交 OB 于点 D，连接 CD；②以点 A 为圆心，OC 长为半径画弧 MN，交 OA 于点 M；③以点 M 为圆心，CD 长为半径画弧，交弧 MN 于点 E，连接 ME，操作结果如图所示，下列结论不能由上述操作结果得出的是（　　）



A．$CD\parallel ME$　　B．$OB\parallel AE$　　C．$\angle ODC=\angle AEM$　D．$\angle ACD=\angle EAP$

二、填空题：（本题共 18 分，第 11-16 题每小题 2 分，第 17、18 题每小题 2 分）

11．若分式$\frac{x^2-1}{x-1}$的值为 0，则 x 的值为_______．

12．因式分解：$3m^3-12m=$_______；$mn^2+6mn+9m=$_______．

13．分式$\frac{y}{y^2-2y}$，$\frac{y}{y^2-4}$，$\frac{-3}{2y^2-4y}$的最简公分母为_______．

14．如果方程$\frac{2}{b(x-1)}=3$的解为 $x=5$，则 $b=$_______．

15．在解分式方程$\frac{2}{x+1}-\frac{3}{x-1}=\frac{1}{x^2-1}$时，小兰的解法如下：

解：方程两边同乘（$x+1$）（$x-1$），得

$2(x-1)-3=1$．　①

$2x-1-3=1$．　②

解得 $x=\frac{5}{2}$.

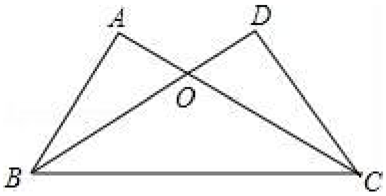
检验：$x=\frac{5}{2}$时，（$x+1$）（$x-1$）$\neq 0$，③

所以，原分式方程的解为 $x=\frac{5}{2}$.　④

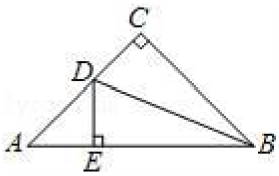
如果假设基于上一步骤正确的前提下，

你认为小兰在哪些步骤中出现了错误_______（只填序号）．

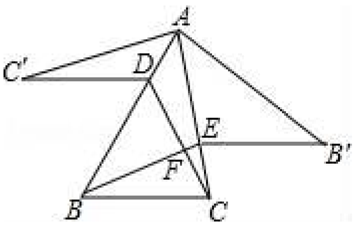
16．如图，$\triangle ABC \cong \triangle DCB$，$\angle DBC=40°$，则 $\angle AOB=$_______°．



17．如图，$\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，$\angle C=90°$，BD 平分 $\angle CBA$ 交 AC 于点 D，$DE \perp AB$ 于 E．若 $\triangle ADE$ 的周长为 $8cm$，则 $AB=$_______ cm．



18．如图，锐角 $\triangle ABC$ 中，D，E 分别是 AB，AC 边上的点，$\triangle ADC \cong \triangle ADC'$，$\triangle AEB \cong \triangle AEB'$，且 $C'D \parallel EB' \parallel BC$，记 BE，CD 交于点 F，若 $\angle BAC=x°$，则 $\angle BFC$ 的大小是_______°．（用含 x 的式子表示）



三、因式分解（本题共 11 分，第 19 题 5 分，第 20 题 6 分）

19．$a^2-2a-15$

20．（6 分）ax^2-ay^2+x-y

四、计算题（本题共 19 分，第 21 题 5 分，第 22 题 6 分，第 23 题 8 分）

21．计算 $(-\frac{pq}{2r})^2 \div \frac{pq}{2r^2}+\frac{1}{2q}$

22．化简求值：$\frac{x^2-1}{x+1}\div\frac{x^2-2x+1}{x^2-x}$，其中$x=\frac{1}{2}$.

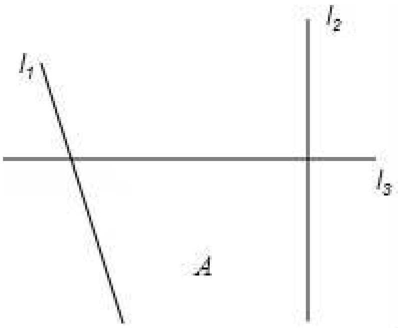
23．解下列分式方程

（1）$\frac{x}{x+1}=\frac{2x}{3x+3}+1$

（2）$\frac{x}{x-1}-1=\frac{3}{(x-1)(x+2)}$

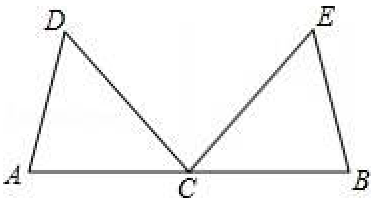
五、解答题（本题共 22 分，第 24 题 6 分，其余每小题 6 分）

24．如图所示，直线 l_1、l_2、l_3 为围绕区域 *A* 的三条公路，为便于公路维护，需在区域 *A* 内筹建一个公路养护处 *P*，要求 *P* 到三条公路的距离相等，请利用直尺和圆规确定符合条件的点 *P* 的位置（保留作图痕迹，不写作法）．



25．已知：如图，*C* 是线段 *AB* 的中点，∠*A*＝∠*B*，∠*ACE*＝∠*BCD*.

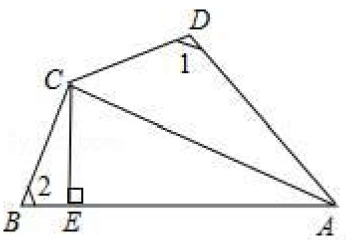
求证：*AD*＝*BE*.



26．如图，在四边形 *ABCD* 中，*AC* 平分∠*BAD*，*CE*⊥*AB* 于 *E*，且 $AE=\frac{1}{2}(AD+AB)$．请你猜想∠1 和∠2 有什么数量关系？并证明你的猜想.

解：猜想：________.

证明：________



一、填空题

27．我们知道：分式和分数有着很多的相似点．如类比分数的基本性质，我们得到了分式的基本性质；类比分数的运算法则，我们得到了分式的运算法则等等．小学里，把分子比分母小的分数叫做真分数．类似地，我们把分子整式的次数小于分母整式的次数的分式称为真分式；反之，称为假分式．对于任何一个假分式都可以化成整式与真分式的和的形式，

如：$\frac{x+1}{x-1}=\frac{x-1+2}{x-1}=\frac{x-1}{x-1}+\frac{2}{x-1}=1+\frac{2}{x-1}$；$\frac{2x-3}{x+1}=\frac{2x+2-5}{x+1}=\frac{2x+2}{x+1}+\frac{-5}{x+1}=2+(-\frac{5}{x+1})$．

（1）下列分式中，属于真分式的是：_______（填序号）

①$\frac{a-2}{a+1}$；　　②$\frac{x^2}{x+1}$；　　③$\frac{2b}{b^2+3}$；　④$\frac{a^2+3}{a^2-1}$．

（2）将假分式$\frac{4a+3}{2a-1}$化成整式与真分式的和的形式为：$\frac{4a+3}{2a-1}$＝_______+_______．

（3）将假分式$\frac{a^2+3}{a-1}$化成整式与真分式的和的形式：$\frac{a^2+3}{a-1}$＝_______+_______．

二、解答题（本题共 14 分，第 2 题 6 分，第 3 题 8 分）

28．阅读下列材料：

在学习“分式方程及其解法”过程中，老师提出一个问题：若关于 x 的分式方程$\frac{a}{x-4}=1$的解为正数，求 a 的取值范围？

经过独立思考与分析后，小明和小聪开始交流解题思路如下：

小明说：解这个关于 x 的分式方程，得到方程的解为 $x=a+4$．由题意可得 $a+4>0$，所以 $a>-4$，问题解决．

小聪说：你考虑的不全面．还必须保证 $a\neq0$ 才行．

请回答：_______的说法是正确的，并说明正确的理由是：_______．

完成下列问题：

（1）已知关于 x 的方程$\frac{m}{x-3}-\frac{x}{3-x}=2$ 的解为非负数，求 m 的取值范围；

（2）若关于 x 的分式方程$\frac{3-2x}{x-3}+\frac{nx-2}{x-3}=-1$ 无解．直接写出 n 的取值范围．

29．如图 1，点 A、D 在 y 轴正半轴上，点 B、C 分别在 x 轴上，CD 平分$\angle ACB$ 与 y 轴交于 D 点，$\angle CAO=90°-\angle BDO$．

（1）求证：$AC=BC$；

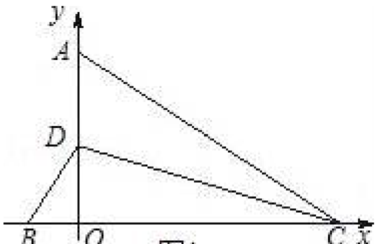


图1

（2）如图 2，点 C 的坐标为（4，0），点 E 为 AC 上一点，且$\angle DEA=\angle DBO$，求 $BC+EC$ 的长；

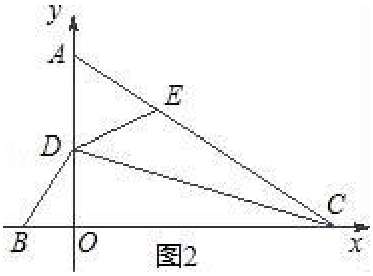


图2

（3）在（1）中，过 D 作 $DF\perp AC$ 于 F 点，点 H 为 FC 上一动点，点 G 为 OC 上一动点，（如图 3），当 H 在 FC 上移动、点 G 点在 OC 上移动时，始终满足$\angle GDH=\angle GDO+\angle FDH$，试判断 FH、GH、OG 这三者之间的数量关系，写出你的结论并加以证明.

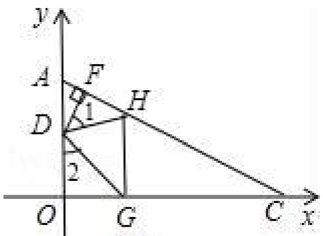


图3

2018-2019 学年北京师大附中八年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、单项选择题：（本题共 30 分，每小题 3 分）

1．下列各式中，从左到右的变形是因式分解的是（　　）

A．$(x+2y)(x-2y)=x^2-4y^2$　　B．$3(a+b)=3a+3b$

C．$ax-ay=a(x-y)$　　D．$2a^2-2a=2a^2(1-\frac{1}{a})$

【分析】直接利用因式分解的意义分析得出答案．

【解答】解：A、$(x+2y)(x-2y)=x^2-4y^2$，是整式的乘法运算，故此选项错误；

B、$3(a+b)=3a+3b$，是整式的乘法运算，故此选项错误；

C、$ax-ay=a(x-y)$，是因式分解，故此选项正确；

D、$2a^2-2a=2a(a-1)$，故此选项错误．

故选：C．

【点评】此题主要考查了因式分解，正确掌握因式分解的定义是解题关键．

2．月亮的平均亮度只有太阳的 0.00000215 倍，0.00000215 用科学记数法可表示为（　　）

A．2.15×10^{-5}　　B．2.15×10^{-6}　　C．2.15×10^{-7}　　D．21.5×10^{-6}

【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a\times10^{-n}$，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定．

【解答】解：$0.000\,00215=2.15\times10^{-6}$；

故选：B．

【点评】此题考查了用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a\times10^{-n}$，其中 $1\leq|a|<10$，n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定．

3．代数式$\frac{x}{x+1}$，$\frac{1}{3}x$，$\frac{x^2}{x}$，$\frac{a}{\pi}$中，分式的个数是（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【分析】根据分式的定义，形式如$\frac{A}{B}$的形式，其中 A 和 B 都是整式，且 B 中含有未知数．

【解答】解：分式有$\frac{x}{x+1}$，$\frac{x^2}{x}$共 2 个．

故选：B．

【点评】本题考查了分式的定义，注意 B 中含有未知数是关键．

4．下列分式中，无论 x 取何值，分式总有意义的是（　　）

A．$\frac{1}{x^2+1}$　　B．$\frac{x}{2x+1}$　　C．$\frac{1}{x^3-1}$　　D．$\frac{x-5}{x}$

【分析】分式有意义，分母不等于零．

【解答】解：A、无论 x 取何值，$x^2+1>0$，故该分式总有意义，故本选项正确；

B、当 $x=-\frac{1}{2}$时，该分式的分母等于 0，分式无意义，故本选项错误；

C、当 $x=1$ 时，该分式的分母等于 0，分式无意义，故本选项错误；

D、当 $x=$时，该分式的分母等于 0，分式无意义，故本选项错误；

故选：A．

【点评】本题考查了分式有意义的条件．从以下三个方面透彻理解分式的概念：

（1）分式无意义⇔分母为零；

（2）分式有意义⇔分母不为零；

（3）分式值为零⇔分子为零且分母不为零．

5．下列约分正确的是（　　）

A．$\frac{m^6}{m^3}=m^2$　　B．$\frac{b+c}{a+c}=\frac{b}{a}$

C．$\frac{x^2-y^2}{x-y}=x+y$　　D．$\frac{x+y}{x}=y$

【分析】找出分子分母的公因式进行约分即可．

【解答】解：A、$\frac{m^6}{m^3}=m^3$，错误；

B、$\frac{b+c}{a+c}=\frac{b+c}{a+c}$，错误；

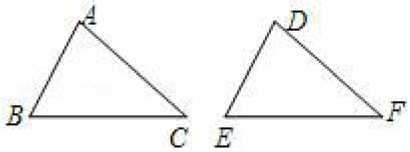
C、$\frac{x^2-y^2}{x-y}=x+y$，正确；

D、$\frac{x+y}{x}=1+\frac{y}{x}$，错误；

故选：C．

【点评】此题主要考查了约分，首先将分子、分母转化为乘积的形式，再找出分子、分母的最大公因式并约去，注意不要忽视数字系数的约分．

6．如图，在△*ABC* 和△*DEF* 中，满足 *AB*＝*DE*，∠*B*＝∠*E*，如果要判定这两个三角形全等，添加的条件不正确的是（　　）



A．*BC*＝*EF*　　B．*AC*＝*DF*　　C．∠*A*＝∠*D*　　D．∠*C*＝∠*F*

【分析】全等三角形的判定定理有 *SAS*，*ASA*，*AAS*，*SSS*，看看各个选项是否符合即可．

【解答】解：∵在△*ABC* 和△*DEF* 中，

$$\begin{cases}AB=DE\\ \angle B=\angle E,\\ BC=EF\end{cases}$$

∴△*ABC*≌△*DEF*（*SAS*），正确，故本选项错误；

B、根据 *AB*＝*DE*，∠*B*＝∠*E*，*AC*＝*DF* 不能推出△*ABC*≌△*DEF*，错误，故本选项正确；

C、∵在△*ABC* 和△*DEF* 中，

$$\begin{cases}\angle A=\angle D\\ AB=DE\quad,\\ \angle B=\angle C\end{cases}$$

∴△*ABC*≌△*DEF*（*ASA*），正确，故本选项错误；

D、∵在△*ABC* 和△*DEF* 中，

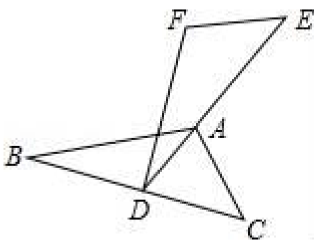
$$\begin{cases}\angle C=\angle F\\ \angle B=\angle E,\\ AB=DE\end{cases}$$

∴△*ABC*≌△*DEF*（*AAS*），正确，故本选项错误；

故选：*B*．

【点评】本题考查了全等三角形的判定定理，注意：全等三角形的判定定理有 *SAS*，*ASA*，*AAS*，*SSS*．

7．如图，△*ABC*≌△*FDE*，∠*C*＝40°，∠*F*＝110°，则∠*B* 等于（　　）



A．20°　　B．30°　　C．40°　　D．150°

【分析】根据全等三角形对应角相等可得$\angle BAC=\angle F$，然后根据三角形的内角和等于180°列式进行计算即可求解．

【解答】解：∵$\triangle ABC\cong\triangle FDE$，

∴$\angle BAC=\angle F$，

∵$\angle F=110°$，

∴$\angle BAC=110°$，

又∵$\angle C=40°$，

∴$\angle B=180°-110°-40°=30°$．

故选：B．

【点评】本题主要考查了全等三角形对应角相等的性质，三角形的内角和定理，准确确定对应角并求出$\angle BAC$的度数是解题的关键．

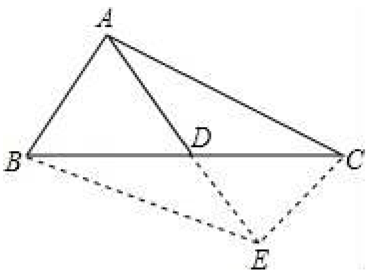
8．已知三角形的两边长分别为5和7，则第三边的中线长x的取值范围是（　　）

A．$2<x<12$　　B．$5<x<7$　　C．$1<x<6$　　D．无法确定

【分析】延长AD至E，使$AD=DE$，即可求证$\triangle BDE\cong\triangle CDA$，在$\triangle ABE$中，根据任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边，即可求解．

【解答】解：延长AD至E，使$AD=DE$，

如图所示，$AB=5$，$AC=7$，



设$BC=2a$，$AD=x$，

在$\triangle BDE$与$\triangle CDA$中，

$$\begin{cases}AD=DE\\ \angle ADC=\angle BDE,\\ BD=CD\end{cases}$$

∴$\triangle BDE\cong\triangle CDA$，（$SAS$）

∴$AE=2x$，$BE=AC=7$，

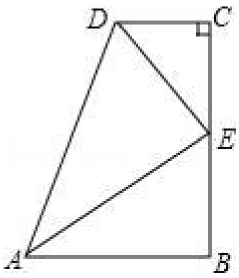
在$\triangle ABE$中，$BE-AB<AE<AB+BE$，即$7-5<2x<7+5$，

∴$1<x<6$．

故选：C.

【点评】本题考查了全等三角形的判定，考查了全等三角形对应边相等的性质，本题中求证$\triangle BDE\cong\triangle CDA$是解题的关键.

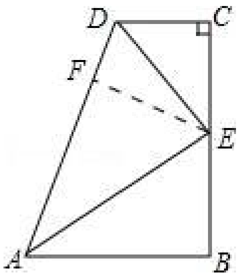
9．在数学活动课上，小明提出这样一个问题：如右图，$\angle B=\angle C=90^\circ$，$E$是$BC$的中点，$DE$平分$\angle ADC$，$\angle CED=35^\circ$，则$\angle EAB$的度数是（　　）



A．65°　　B．55°　　C．45°　　D．35°

【分析】过点E作$EF\perp AD$，垂足为F．由三角形的内角和定理求得$\angle CDE=55^\circ$，由角平分线的定义可知$\angle CDA=110^\circ$，由平行线的判定定理可知$AB\parallel CD$，由平行线的性质可求得$\angle DAB=70^\circ$，由角平分线的性质可知$EF=EC$，于是得到$EF=BE$，根据HL可证明$\mathrm{Rt}\triangle AEF\cong\mathrm{Rt}\triangle AEB$，从而得到$\angle EAB=\frac{1}{2}\angle DAB=35^\circ$．

【解答】解：过点E作$EF\perp AD$，垂足为F.



$\because\angle C=90^\circ$，$\angle CED=35^\circ$，

$\therefore\angle CDE=55^\circ$．

$\because DE$平分$\angle ADC$，

$\therefore\angle EDF=55^\circ$．

$\therefore\angle CDA=110^\circ$．

$\because\angle B=\angle C=90^\circ$，

$\therefore AB\parallel CD$.

$\therefore\angle CDA+\angle DAB=180^\circ$．

$\therefore\angle DAB=70^\circ$．

∵DE 平分∠CDA，$EF\perp AD$，$EC\perp DC$，

∴$EF=EC$.

∵E 是 BC 的中点，

∴$EF=BE$.

在 Rt△AEF 和 Rt△AEB 中，$\begin{cases}EF=BE\\AE=AE\end{cases}$，

∴Rt△AEF≌Rt△AEB.

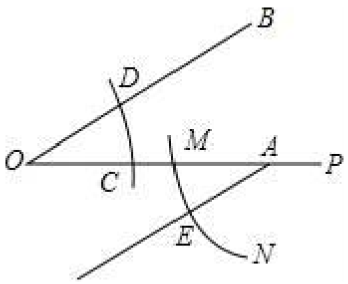
∴∠EAF=∠EAB.

∴∠$EAB=\frac{1}{2}\angle DAB=\frac{1}{2}\times70^\circ=35^\circ$.

故选：D.

【点评】本题主要考查的是角平分线的性质、全等三角形的性质和判定、平行线的性质和判定、三角形的内角和定理，由角平分线的性质证得 $EF=EC$ 是解题的关键.

10．已知∠BOP 与 OP 上点 C，点 A（在点 C 的右边），李玲现进行如下操作：①以点 O 为圆心，OC 长为半径画弧，交 OB 于点 D，连接 CD；②以点 A 为圆心，OC 长为半径画弧 MN，交 OA 于点 M；③以点 M 为圆心，CD 长为半径画弧，交弧 MN 于点 E，连接 ME，操作结果如图所示，下列结论不能由上述操作结果得出的是（　　）



A．$CD\parallel ME$　　B．$OB\parallel AE$　　C．∠ODC=∠AEM　D．∠ACD=∠EAP

【分析】证明△OCD≌△AME，根据平行线的判定定理即可得出结论.

【解答】解：在△OCD 和△AME 中，

$\begin{cases}OC=AM\\OD=AE,\\CD=ME\end{cases}$

∴△OCD≌△AME（SSS），

∴∠DCO=∠EMA，∠O=∠OAE，∠ODC=∠AEM.

∴$CD\parallel ME$，$OB\parallel AE$.

故 A、B、C 都可得到.

∵△OCD≌△AME，

∴∠DCO=∠AME，则∠ACD=∠EAP不一定得出．

故选：D．

【点评】本题考查了尺规作图，根据图形的作法得到相等的线段，证明△OCD≌△AME是关键．

二、填空题：（本题共 18 分，第 11-16 题每小题 2 分，第 17、18 题每小题 2 分）

11．若分式$\frac{x^2-1}{x-1}$的值为 0，则 x 的值为__ -1 __．

【分析】分式的值为 0 的条件是：（1）分子=0；（2）分母≠0．两个条件需同时具备，缺一不可．据此可以解答本题．

【解答】解：由题意可得 $x^2-1=0$ 且 $x-1\neq0$，

解得 $x=-1$．

故答案为 -1．

【点评】由于该类型的题易忽略分母不为 0 这个条件，所以常以这个知识点来命题．

12．因式分解：$3m^3-12m=$__ $3m(m+2)(m-2)$ __；$mn^2+6mn+9m=$__ $m(n+3)^2$ __．

【分析】直接利用提取公因式法提取公因式 $3m$ 以及 m，再利用公式法分解因式进而得出答案．

【解答】解：$3m^3-12m$

$=3m(m^2-4)$

$=3m(m+2)(m-2)$；

$mn^2+6mn+9m$

$=m(n^2+6n+9)$

$=m(n+3)^2$．

故答案为：$3m(m+2)(m-2)$；$m(n+3)^2$．

【点评】此题主要考查了提取公因式法以及公式法分解因式，正确运用公式是解题关键．

13．分式$\frac{y}{y^2-2y}$，$\frac{y}{y^2-4}$，$\frac{-3}{2y^2-4y}$的最简公分母为__ $2y^3-8y$ __．

【分析】确定最简公分母的方法是：

（1）取各分母系数的最小公倍数；

（2）凡单独出现的字母连同它的指数作为最简公分母的一个因式；

（3）同底数幂取次数最高的，得到的因式的积就是最简公分母．

【解答】解：分式$\frac{y}{y^2-2y}$，$\frac{y}{y^2-4}$，$\frac{-3}{2y^2-4y}$的最简公分母为：$2y^3-8y$；

故答案为：$2y^3-8y$．

【点评】本题考查了最简公分母的定义及求法．通常取各分母系数的最小公倍数与字母因式的最高次幂的积作公分母，这样的公分母叫做最简公分母．一般方法：①如果各分母都是单项式，那么最简公分母就是各系数的最小公倍数，相同字母的最高次幂，所有不同字母都写在积里．②如果各分母都是多项式，就可以将各个分母因式分解，取各分母数字系数的最小公倍数，凡出现的字母（或含字母的整式）为底数的幂的因式都要取最高次幂．

14．如果方程$\frac{2}{b(x-1)}=3$的解为$x=5$，则$b=$__$\frac{1}{6}$__．

【分析】把$x=5$代入方程$\frac{2}{b(x-1)}=3$，进一步求关于b的分式方程解决问题．

【解答】解：把$x=5$代入方程$\frac{2}{b(x-1)}=3$，

$\frac{2}{4b}=3$，

解得，$b=\frac{1}{6}$．

故答案为：$\frac{1}{6}$．

【点评】此题主要考查解分式方程的解法，注意分式方程的无根情况．

15．在解分式方程$\frac{2}{x+1}-\frac{3}{x-1}=\frac{1}{x^2-1}$时，小兰的解法如下：

解：方程两边同乘（$x+1$）（$x-1$），得

$2(x-1)-3=1$．　①

$2x-1-3=1$．　②

解得$x=\frac{5}{2}$．

检验：$x=\frac{5}{2}$时，（$x+1$）（$x-1$）$\neq 0$，③

所以，原分式方程的解为$x=\frac{5}{2}$．　④

如果假设基于上一步骤正确的前提下，

你认为小兰在哪些步骤中出现了错误__①②__（只填序号）．

【分析】第①②出错，去分母与去括号时有误，写出正确的解法即可．

【解答】解：第①、②步出错，

正确解法为：去分母得：2（x－1）－3（x+1）＝1，

去括号得：$2x-2-3x-3=1$，

移项合并得：$-x=6$，

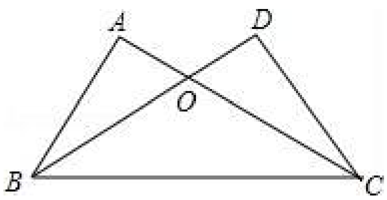
解得：$x=-6$，

经检验 $x=-6$ 是分式方程的解．

故答案为：①②．

【点评】此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解．解分式方程一定注意要验根．

16．如图，$\triangle ABC\cong\triangle DCB$，$\angle DBC=40°$，则$\angle AOB=$__80__°．



【分析】根据全等三角形对应角相等可得$\angle ACB=\angle DBC$，再利用三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和列式计算即可得解．

【解答】解：∵$\triangle ABC\cong\triangle DCB$，$\angle DBC=40°$，

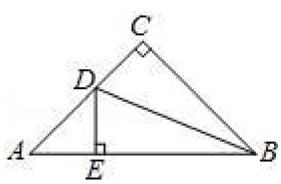
∴$\angle ACB=\angle DBC=40°$，

∴$\angle AOB=\angle ACB+\angle DBC=40°+40°=80°$．

故答案为：80．

【点评】本题考查了全等三角形对应角相等的性质，三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和，熟记性质是解题的关键．

17．如图，$\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，$\angle C=90°$，BD 平分$\angle CBA$ 交 AC 于点 D，$DE\perp AB$ 于 E．若$\triangle ADE$ 的周长为 8cm，则 $AB=$__8__ cm．



【分析】根据角平分线性质求出 $CD=DE$，根据全等求出 $BC=BE=AC$，根据$\triangle ADE$ 的周长求出 $AD+DE+AE=AB$，求出即可．

【解答】解：∵BD 平分$\angle CBA$，$DE\perp AB$，$\angle C=90^{\circ}$，

∴$CD=DE$，$\angle C=\angle DEB=90^{\circ}$，$\angle CBD=\angle EBD$，

在$\triangle DCB$ 和$\triangle DEB$ 中

$$\begin{cases}\angle CBD=\angle EBD\\ \angle C=\angle DEB\\ BD=BD\end{cases}$$

∴$\triangle DCB\cong\triangle DEB$（$AAS$），

∴$BE=BC=AC$，

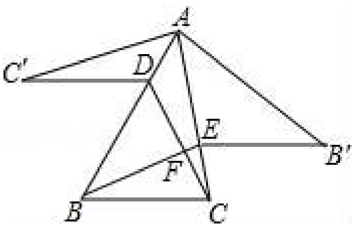
∵$\triangle ADE$ 的周长为 $8cm$，

∴$AD+DE+AE=AD+CD+AE=AC+AE=BE+AE=AB=8cm$，

故答案为：8．

【点评】本题考查了角平分线性质，全等三角形的性质和判定的应用，注意：角平分线上的点到角的两边的距离相等．

18．如图，锐角$\triangle ABC$ 中，D，E 分别是 AB，AC 边上的点，$\triangle ADC\cong\triangle ADC'$，$\triangle AEB\cong\triangle AEB'$，且 $C'D\parallel EB'\parallel BC$，记 BE，CD 交于点 F，若$\angle BAC=x^{\circ}$，则$\angle BFC$ 的大小是　（$180-2x$）　°．（用含 x 的式子表示）



【分析】延长 $C'D$ 交 AC 于 M，如图，根据全等的性质得$\angle C'=\angle ACD$，$\angle C'AD=\angle CAD=\angle B'AE=x$，再利用三角形外角性质得$\angle C'MC=\angle C'+\angle C'AM=\angle C'+2x$，接着利用 $C'D\parallel B'E$ 得到$\angle AEB=\angle C'MC$，而根据三角形内角和得到$\angle AEB'=180^{\circ}-\angle B'-x$，则$\angle C'+2x=180^{\circ}-\angle B'-x$，所以$\angle C'+\angle B'=180^{\circ}-3x$，利用三角形外角性质和等角代换得到$\angle BFC=\angle C=x+\angle C'+\angle B'$，所以$\angle BFC=180^{\circ}-2x$．

【解答】解：延长 $C'D$ 交 AC 于 M，如图，

∵$\triangle ADC\cong\triangle ADC'$，$\triangle AEB\cong\triangle AEB'$，

∴$\angle C'=\angle ACD$，$\angle C'AD=\angle CAD=\angle B'AE=x$，

∴$\angle C'MC=\angle C'+\angle C'AM=\angle C'+2x$，

∵$C'D\parallel B'E$，

$\therefore \angle AEB = \angle C'MC$，

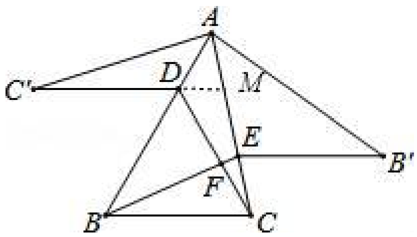
$\because \angle AEB' = 180° - \angle B' - \angle B'AE = 180° - \angle B' - x$，

$\therefore \angle C' + 2x = 180° - \angle B' - x$，

$\therefore \angle C' + \angle B' = 180° - 3x$，

$\because \angle BFC = \angle BDF + \angle DBF = \angle DAC + \angle B' = x + \angle ACD + \angle B' = x + \angle C' + \angle B' = x + 180° - 3x = 180° - 2x$.

故答案为：（$180 - 2x$）．



【点评】本题考查了全等三角形的性质：全等三角形的对应边相等；全等三角形的对应角相等．也考查了平行线的性质．

三、因式分解（本题共 11 分，第 19 题 5 分，第 20 题 6 分）

19．$a^2 - 2a - 15$

【分析】根据 $x^2 + (p+q)x + pq$ 型的式子的因式分解．这类二次三项式的特点是：二次项的系数是 1；常数项是两个数的积；可以直接将某些二次项的系数是 1 的二次三项式因式分解：$x^2 + (p+q)x + pq = (x+p)(x+q)$，即可得出答案．

【解答】解：$a^2 - 2a - 15 = (a - 5)(a+3)$．

【点评】此题主要考查了十字相乘法分解因式，正确分解常数项是解题关键．

20．$ax^2 - ay^2 + x - y$

【分析】直接将原式前两项和后两项分组，进而提取前两项的公因式 a，再利用平方差公式以及提取公因式法分解因式即可．

【解答】解：$ax^2 - ay^2 + x - y$

$= a(x^2 - y^2) + x - y$

$= a(x+y)(x - y) + x - y$

$= (x - y)(ax + ay + 1)$．

【点评】此题主要考查了分组分解法分解因式，正确分组是解题关键．

四、计算题（本题共 19 分，第 21 题 5 分，第 22 题 6 分，第 23 题 8 分）

21．计算 $(-\frac{pq}{2r})^2\div\frac{pq}{2r^2}+\frac{1}{2q}$

【分析】根据分式的混合运算顺序和运算法则计算可得．

【解答】解：原式＝$\frac{p^2q^2}{4r^2}\cdot\frac{2r^2}{pq}+\frac{1}{2q}$

$=\frac{pq}{2}+\frac{1}{2q}$

$=\frac{pq^2}{2q}+\frac{1}{2q}$

$=\frac{pq^2+1}{2q}$．

【点评】本题主要考查分式的混合运算，解题的关键是掌握分式的混合运算顺序和运算法则．

22．化简求值：$\frac{x^2-1}{x+1}\div\frac{x^2-2x+1}{x^2-x}$，其中 $x=\frac{1}{2}$．

【分析】先根据分式的混合运算顺序和运算法则化简原式，再将 x 的值代入计算可得．

【解答】解：原式＝$\frac{(x+1)(x-1)}{x+1}\div\frac{(x-1)^2}{x(x-1)}$

＝（x－1）$\cdot\frac{x}{x-1}$

＝x，

当 $x=\frac{1}{2}$时，原式＝$\frac{1}{2}$．

【点评】本题主要考查分式的化简求值，解题的关键是掌握分式的混合运算顺序和运算法则．

23．解下列分式方程

（1）$\frac{x}{x+1}=\frac{2x}{3x+3}+1$

（2）$\frac{x}{x-1}-1=\frac{3}{(x-1)(x+2)}$

【分析】按解分式方程的一般步骤求解即可．

【解答】解：（1）$\frac{x}{x+1}=\frac{2x}{3(x+1)}+1$

去分母，得 $3x=2x+3（x+1）$

去括号，得 $3x=2x+3x+3$

移项，得 $3x-2x-3x=3$

合并，得 $-2x=3$

系数化为 1，得 $x=-\frac{3}{2}$.

经检验，$x=-\frac{3}{2}$是原分式方程的解.

所以原分式方程的解为：$x=-\frac{3}{2}$；

（2）去分母，得 $x(x+2)-(x-1)(x+2)=3$

去括号，得 $x^2+2x-x^2-x+2=3$

移项，得 $x^2+2x-x^2-x=3-2$

合并，得 $x=1$

当 $x=1$ 时，最简公分母 $(x-1)(x+2)=0$，

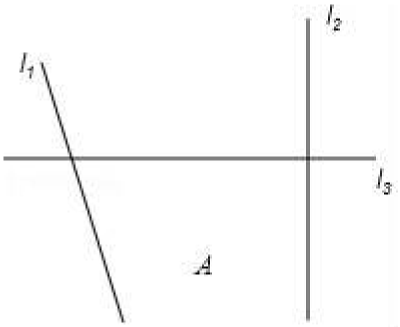
所以 $x=1$ 不是原分式方程的解.

所以原分式方程无解.

【点评】本题考查了分式方程的解法．解分式方程的一般步骤：去分母，去括号，移项，合并同类项，系数化为 1．注意分式方程必须验根.

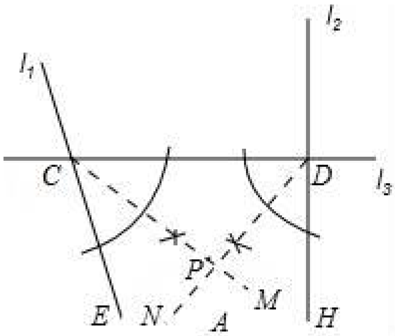
五、解答题（本题共 22 分，第 24 题 6 分，其余每小题 6 分）

24．如图所示，直线 l_1、l_2、l_3 为围绕区域 A 的三条公路，为便于公路维护，需在区域 A 内筹建一个公路养护处 P，要求 P 到三条公路的距离相等，请利用直尺和圆规确定符合条件的点 P 的位置（保留作图痕迹，不写作法）.



【分析】如图作∠ECD 的角平分线 CM，作∠CDH 的角平分线 DN 交 CM 于点 P，点 P 即为所求；

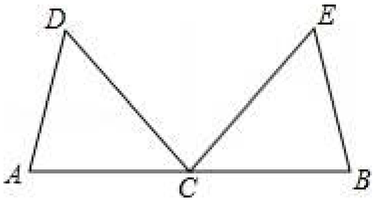
【解答】解：作∠ECD 的角平分线 CM，作∠CDH 的角平分线 DN 交 CM 于点 P，点 P 即为所求；



【点评】本题考查作图－应用与设计，角平分线的性质等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型．

25．已知：如图，C 是线段 AB 的中点，$\angle A=\angle B$，$\angle ACE=\angle BCD$．

求证：$AD=BE$．



【分析】根据题意得出$\angle ACD=\angle BCE$，$AC=BC$，进而得出$\triangle ADC\cong\triangle BEC$即可得出答案．

【解答】证明：$\because C$ 是线段 AB 的中点，

$\therefore AC=BC$．

$\because \angle ACE=\angle BCD$，

$\therefore \angle ACD=\angle BCE$，

在$\triangle ADC$和$\triangle BEC$中，

$$\begin{cases}\angle A=\angle B\\ AC=BC\\ \angle ACD=\angle BCE\end{cases},$$

$\therefore \triangle ADC\cong\triangle BEC$（$ASA$）．

$\therefore AD=BE$．

【点评】本题考查三角形全等的性质和判定方法以及等边三角形的性质．判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、SSA、HL．判定两个三角形全等，先根据已知条件或求证的结论确定三角形，然后再根据三角形全等的判定方法，看缺什么条件，再去证什么条件．

26．如图，在四边形 $ABCD$ 中，AC 平分$\angle BAD$，$CE\perp AB$ 于 E，且 $AE=\frac{1}{2}(AD+AB)$．请你猜想$\angle 1$ 和$\angle 2$ 有什么数量关系？并证明你的猜想．

解：猜想：$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补．

证明：作 $CF \perp AD$ 延长线于 F（如图），

$\because \angle 3 = \angle 4$，$CE \perp AM$，

$\therefore CF = CE$，$\angle CFA = \angle CEA = 90^{\circ}$，

$Rt\triangle ACF \cong Rt\triangle ACE$，

$\therefore AF = AE$．

$\because AE = \frac{1}{2}(AD + AB) = \frac{1}{2}(AF - DF + AE + EB) = AE + \frac{1}{2}(BE - DF)$，

$\therefore BE - DF = 0$，

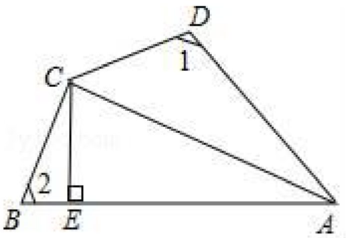
$\therefore BE = DF$，

$\therefore \triangle DFC \cong \triangle BEC$（$SAS$），

$\therefore \angle 5 = \angle 2$，

$\because \angle 1 + \angle 5 = 180^{\circ}$，

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^{\circ}$，即 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补．



【分析】通过作辅助线，由三角形全等得到 $AF = AE$ 或 $AF = AD$，由已知条件从而证得．

【解答】解：猜想 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补．

理由如下：作 $CF \perp AD$ 延长线于 F（如图），

$\because \angle 3 = \angle 4$，$CE \perp AM$，

$\therefore CF = CE$，$\angle CFA = \angle CEA = 90^{\circ}$，

$Rt\triangle ACF \cong Rt\triangle ACE$，

$\therefore AF = AE$．

$\because AE = \frac{1}{2}(AD + AB) = \frac{1}{2}(AF - DF + AE + EB) = AE + \frac{1}{2}(BE - DF)$，

$\therefore BE - DF = 0$，

$\therefore BE = DF$，

$\therefore \triangle DFC \cong \triangle BEC$（$SAS$），

$\therefore \angle 5 = \angle 2$，

∵∠1+∠5＝180°，

∴∠1+∠2＝180°．

故答案是：∠1 与∠2 互补；

作 $CF\perp AD$ 延长线于 F（如图），

∵∠3＝∠4，$CE\perp AM$，

∴$CF=CE$，$\angle CFA=\angle CEA=90°$，

Rt△ACF≌Rt△ACE，

∴$AF=AE$．

∵$AE=\frac{1}{2}(AD+AB)=\frac{1}{2}(AF-DF+AE+EB)=AE+\frac{1}{2}(BE-DF)$，

∴$BE-DF=0$，

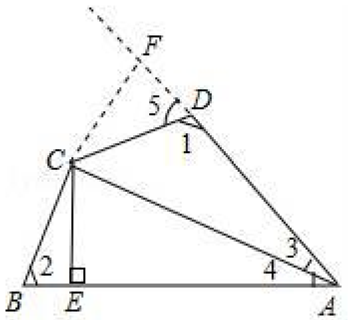
∴$BE=DF$，

∴△DFC≌△BEC（SAS），

∴∠5＝∠2，

∵∠1+∠5＝180°，

∴∠1+∠2＝180°，即∠1 与∠2 互补．



【点评】本题利用角平分线性质，作辅助线得到三角形全等，并利用已知条件来求得．

一、填空题

27．我们知道：分式和分数有着很多的相似点．如类比分数的基本性质，我们得到了分式的基本性质；类比分数的运算法则，我们得到了分式的运算法则等等．小学里，把分子比分母小的分数叫做真分数．类似地，我们把分子整式的次数小于分母整式的次数的分式称为真分式；反之，称为假分式．对于任何一个假分式都可以化成整式与真分式的和的形式，

如：$\frac{x+1}{x-1}=\frac{x-1+2}{x-1}=\frac{x-1}{x-1}+\frac{2}{x-1}=1+\frac{2}{x-1}$；$\frac{2x-3}{x+1}=\frac{2x+2-5}{x+1}=\frac{2x+2}{x+1}+\frac{-5}{x+1}=2+(-\frac{5}{x+1})$．

（1）下列分式中，属于真分式的是：__③__（填序号）

①$\frac{a-2}{a+1}$；　②$\frac{x^2}{x+1}$；　③$\frac{2b}{b^2+3}$；　④$\frac{a^2+3}{a^2-1}$.

（2）将假分式$\frac{4a+3}{2a-1}$化成整式与真分式的和的形式为：$\frac{4a+3}{2a-1}$＝__2__＋__$\frac{5}{2a-1}$__.

（3）将假分式$\frac{a^2+3}{a-1}$化成整式与真分式的和的形式：$\frac{a^2+3}{a-1}$＝__$a+1$__＋__$\frac{4}{a-1}$__.

【分析】（1）根据题意可以判断题目中的式子哪些是真分式，哪些是假分式；

（2）根据题意可以将题目中的式子写出整式与真分式的和的形式；

（3）根据题意可以将题目中的式子化简变为整式与真分式的和的形式.

【解答】解：（1）①$\frac{a-2}{a+1}=\frac{a+1-3}{a+1}=1-\frac{3}{a+1}$，是假分式；

②$\frac{x^2}{x+1}=\frac{x^2-1+1}{x+1}=\frac{(x+1)(x-1)}{x+1}+\frac{1}{x+1}=x-1+\frac{1}{x+1}$；

③$\frac{2b}{b^2+3}$是真分式；

④$\frac{a^2+3}{a^2-1}=\frac{a^2-1+4}{a^2-1}=\frac{a^2-1}{a^2-1}+\frac{4}{a^2-1}=1+\frac{4}{a^2-1}$，是假分式；

故答案为：③.

（2）$\frac{4a+3}{2a-1}=\frac{4a-2+5}{2a-1}=\frac{2(2a-1)+5}{2a-1}=\frac{2(2a-1)}{2a-1}+\frac{5}{2a-1}=2+\frac{5}{2a-1}$，

故答案为：2，$\frac{5}{2a-1}$；

（3）$\frac{a^2+3}{a-1}=\frac{a^2-1+4}{a-1}=\frac{a^2-1}{a-1}+\frac{4}{a-1}=a+1+\frac{4}{a-1}$，

故答案为：$a+1$，$\frac{4}{a-1}$.

【点评】本题考查分式的混合运算，解答本题的关键是明确题意，利用题目中的新规定解答问题.

二、解答题（本题共 14 分，第 2 题 6 分，第 3 题 8 分）

28．阅读下列材料：

在学习“分式方程及其解法”过程中，老师提出一个问题：若关于 x 的分式方程$\frac{a}{x-4}=1$的解为正数，求 a 的取值范围？

经过独立思考与分析后，小明和小聪开始交流解题思路如下：

小明说：解这个关于 x 的分式方程，得到方程的解为 $x=a+4$．由题意可得 $a+4>0$，所以 $a>-4$，问题解决．

小聪说：你考虑的不全面．还必须保证 $a\neq 0$ 才行．

请回答：<u>　小聪　</u>的说法是正确的，并说明正确的理由是：<u>　分式的分母不为 0，故 $x\neq 4$，从而 $a\neq 0$　</u>．

完成下列问题：

（1）已知关于 x 的方程 $\frac{m}{x-3}-\frac{x}{3-x}=2$ 的解为非负数，求 m 的取值范围；

（2）若关于 x 的分式方程 $\frac{3-2x}{x-3}+\frac{nx-2}{x-3}=-1$ 无解．直接写出 n 的取值范围．

【分析】根据分式方程解为正数，且分母不为 0 判断即可；

（1）分式方程去分母转化为整式方程，由分式方程的解为非负数确定出 m 的范围即可；

（2）分式方程去分母转化为整式方程，根据分式方程无解，得到有增根或整式方程无解，确定出 n 的范围即可．

【解答】解：小聪的说法是正确的，正确的理由是分式的分母不为 0；

故答案为：小聪；分式的分母不为 0，故 $x\neq 4$，从而 $a\neq 0$；

（1）去分母得：$m+x=2x-6$，

解得：$x=m+6$，

由分式方程的解为非负数，得到 $m+6\geqslant 0$，且 $m+6\neq 3$，

解得：$m\geqslant -6$ 且 $m\neq -3$．

（2）分式方程去分母得：$3-2x+nx-2=-x+3$，即（$n-1$）$x=2$，

由分式方程无解，得到 $x-3=0$，即 $x=3$，

代入整式方程得：$n=\frac{5}{3}$；

当 $n-1=0$ 时，整式方程无解，此时 $n=1$，

综上，$n=1$ 或 $n=\frac{5}{3}$．

【点评】此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验．

29．如图 1，点 A、D 在 y 轴正半轴上，点 B、C 分别在 x 轴上，CD 平分 $\angle ACB$ 与 y 轴交于 D 点，$\angle CAO=90^{\circ}-\angle BDO$．

（1）求证：$AC=BC$；

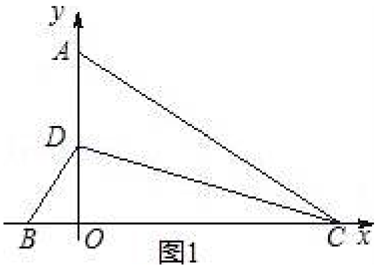


图1

（2）如图 2，点 C 的坐标为（4，0），点 E 为 AC 上一点，且 $\angle DEA=\angle DBO$，求 $BC+EC$ 的长；

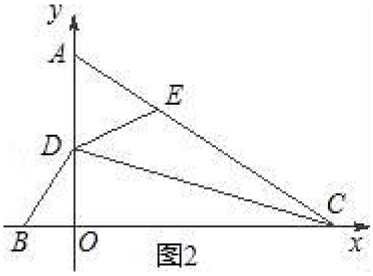


图2

（3）在（1）中，过 D 作 $DF\perp AC$ 于 F 点，点 H 为 FC 上一动点，点 G 为 OC 上一动点，（如图 3），当 H 在 FC 上移动、点 G 点在 OC 上移动时，始终满足 $\angle GDH=\angle GDO+\angle FDH$，试判断 FH、GH、OG 这三者之间的数量关系，写出你的结论并加以证明．

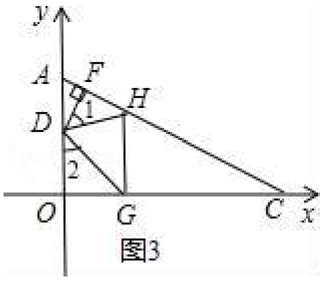


图3

【分析】（1）由题意 $\angle CAO=90°-\angle BDO$，可知 $\angle CAO=\angle CBD$，CD 平分 $\angle ACB$ 与 y 轴交于 D 点，所以可由 AAS 定理证明 $\triangle ACD\cong\triangle BCD$，由全等三角形的性质可得 $AC=BC$；

（2）过 D 作 $DN\perp AC$ 于 N 点，可证明 $Rt\triangle BDO\cong Rt\triangle EDN$、$\triangle DOC\cong\triangle DNC$，因此，$BO=EN$、$OC=NC$，所以，$BC+EC=BO+OC+NC-NE=2OC$，即可得 $BC+EC$ 的长；

（3）在 x 轴的负半轴上取 $OM=FH$，可证明 $\triangle DFH\cong\triangle DOM$、$\triangle HDG\cong\triangle MDG$，因此，$MG=GH$，所以，$GH=OM+OG=FH+OG$，即可证明所得结论．

【解答】（1）证明：∵ $\angle CAO=90°-\angle BDO$，

∴ $\angle CAO=\angle CBD$．

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCD$ 中

$\begin{cases}\angle ACD=\angle BCD\\ \angle CAO=\angle CBD,\\ CD=CD\end{cases}$

∴△*ACD*≌△*BCD*（*AAS*）.

∴*AC*＝*BC*.

（2）解：由（1）知∠*CAD*＝∠*DEA*＝∠*DBO*，

∴*BD*＝*AD*＝*DE*，过 *D* 作 *DN*⊥*AC* 于 *N* 点，如右图所示：

∵∠*ACD*＝∠*BCD*，

∴*DO*＝*DN*，

在 Rt△*BDO* 和 Rt△*EDN* 中

$\begin{cases}BD=DE\\ DO=DN\end{cases}$,

∴Rt△*BDO*≌Rt△*EDN*（*HL*），

∴*BO*＝*EN*.

在△*DOC* 和△*DNC* 中，

$\begin{cases}\angle DOC=\angle DNC=90^\circ\\ \angle OCD=\angle NCD\\ DC=DC\end{cases}$

∴△*DOC*≌△*DNC*（*AAS*），

可知：*OC*＝*NC*；

∴*BC*+*EC*＝*BO*+*OC*+*NC*－*NE*＝2*OC*＝8.

（3）*GH*＝*FH*+*OG*.

证明：由（1）知：*DF*＝*DO*，

在 *x* 轴的负半轴上取 *OM*＝*FH*，连接 *DM*，如右图所示：

在△*DFH* 和△*DOM* 中

$\begin{cases}DF=DO\\ \angle DFH=\angle DOM=90^\circ\\ OM=FH\end{cases}$，

∴△*DFH*≌△*DOM*（*SAS*）.

∴*DH*＝*DM*，∠1＝∠*ODM*.

∴∠*GDH*＝∠1+∠2＝∠*ODM*+∠2＝∠*GDM*.

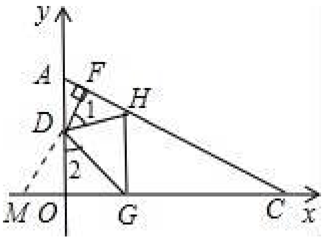
在△*HDG* 和△*MDG* 中

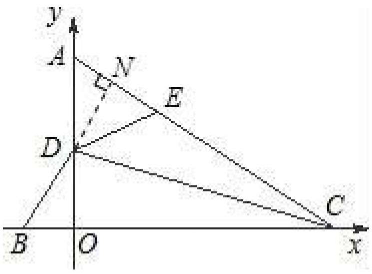
$$\begin{cases} DH=DM \\ \angle GDH=\angle GDM, \\ DG=DG \end{cases}$$

∴△*HDG*≌△*MDG*（*SAS*）.

∴*MG*＝*GH*，

∴*GH*＝*OM*+*OG*＝*FH*+*OG*.





【点评】本题主要考查了全等三角形的判定及其性质，做题时添加了辅助线，正确作出辅助线是解决问题的关键.