2022 北京清华附中初二（下）期中

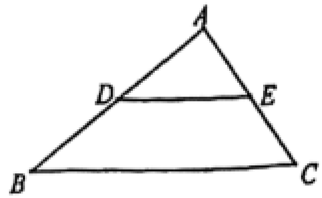
数　　学

一．选择题（每题 3 分，共 24 分）

1. 在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC、BD 相交于点 O，下列式子一定成立的是（ ）

A. $AC \perp BD$　　B. $AC = BD$　　C. $OA = OC$　　D. $OA = OD$

2. 如图，在$\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别是边 AB、AC 的中点，$BC = 10$，那么 DE 的长为（　）



A. 3　　*B.* 4　　*C.* 5　　*D.* 10

3. 用配方法解一元二次方程 $x^2 - 4x - 1 = 0$，方程变形正确的是（　）

A. $(x-2)^2 = -5$　　B. $(x-2)^2 = 5$

C. $(x-2)^2 = 3$　　D. $(x-2)^2 = -3$

4. 已知 $P_1(-1, y_1)$，$P_2(1, y_2)$ 是一次函数 $y = x + 1$ 图象上的两个点，则 y_1 与 y_2 的大小关系是（　）

A. $y_1 > y_2$　　B. $y_1 < y_2$　　C. $y_1 = y_2$　　D. 无法确定

5. 若菱形两条对角线的长分别为 6 和 8，则这个菱形的周长为(　)

A. 20　　B. 16　　C. 12　　D. 10

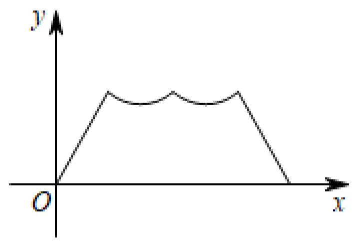
6. 在平面直角坐标系中，将直线 $y = -2x$ 向上平移 3 个单位，平移后的直线经过点 $(1, m)$，则 m 的值为（　）

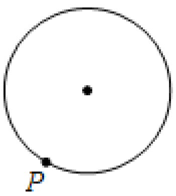
A. -5　　B. -1　　C. 1　　D. 5

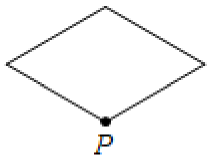
7. 关于 x 的一元二次方程 $kx^2 + 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是（　）

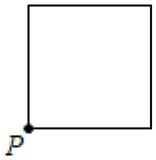
A. $k < -1$　　B. $k > 1$　　C. $k < 1$ 且 $k \neq 0$　　D. $k > -1$ 且 $k \neq 0$

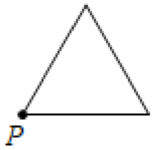
8. 已知点 P 为某个封闭图形边界上一定点，动点 M 从点 P 出发，沿其边界顺时针匀速运动一周，设点 M 的运动时间为 x，线段 PM 的长度为 y，表示 y 与 x 的函数关系的图象大致如图所示，则该封闭图形可能是（　）



A 

B. 

C. 

D. 

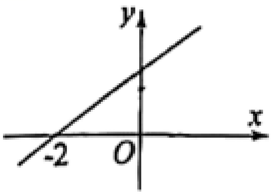
二．填空题（每题 3 分，共 24 分）

9. 函数 $y=\sqrt{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.

10. 关于 x 的一元二次方程 $x^2+ax-1=0$ 的根的情况为______.

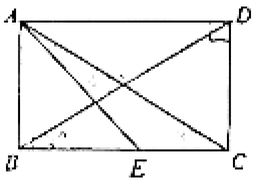
11. 请你写出一个一次函数，满足条件：①经过第一、二、三象限；②与 y 轴的交点坐标为 $(0,2)$，此一次函数的解析式可以是______.

12. 如图，一次函数 $y=kx+b$ 的图象与 x 轴交于点 $(-2,0)$，则不等式 $kx+b>0$ 的解集为______.



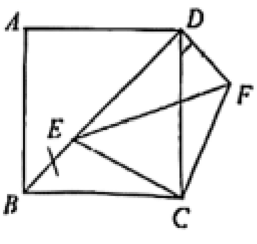
13. 直线 $y=-\frac{4}{3}x+4$ 与坐标轴分别交于 A， B 两点， P 是 AB 中点，则 OP 的长为______.

14. 如图，矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC， BD 交于点 O， $\angle BOC=120°$， $AB=EB$，则 $\angle CAE$ 的度数为______.



15. 若 $x=a$ 是一元二次方程 $x^2-6x-2021=0$ 的一个根，则 a^2-6a+1 的值是______.

16. 如图，正方形 $ABCD$， E 是对角线 BD 上一动点， $DF\perp BD$，且 $DF=BE$，连接 CE， CF， EF，若 $AB=2$，则 EF 长度的最小值为______.



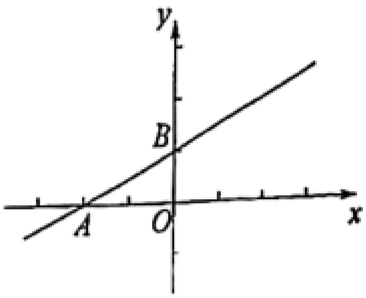
三．解答题（共 52 分）

17. 解方程：

（1） $x(x-2)=3$

（2） $x^2+x-1=0$

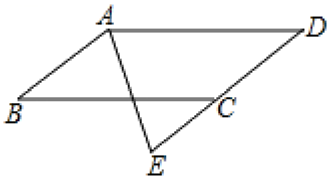
18. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(-2,0)$，点 $B(0,1)$.



（1）求直线 AB 的解析式；

（2）若点 C 在直线 AB 上，且点 C 到 x 轴的距离为 2，求点 C 的坐标．

19. 如图，四边形 ABCD 是平行四边形，AE 平分∠BAD，交 DC 的延长线于点 E．求证：DA=DE．

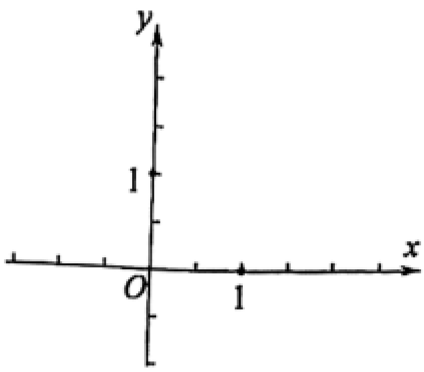


20. 关于 x 的一元二次方程 $x^2-2x+m-1=0$ 有两个不相等的实数根．

（1）求 m 的取值范围；

（2）当 m 为正整数时，求 m 的值及此时方程的根．

21. 据学习函数的经验，小明同学对函数 $y=|x-1|$ 的性质进行了探究，下面是小明同学的探究过程．

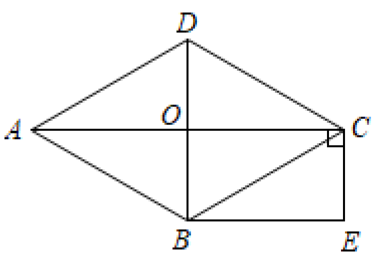


（1）化简函数解析式：当 $x\geq1$ 时，$y=$______；当 $x<1$ 时，$y=$______．

（2）请根据（1）中结果，在坐标系中画出函数 $y=|x-1|$ 的图象；

（3）结合函数图象，思考：若关于 x 的方程 $ax+\frac{1}{2}=|x-1|$ 只有一个实数根，请直接写出实数 a 的取值范围______．

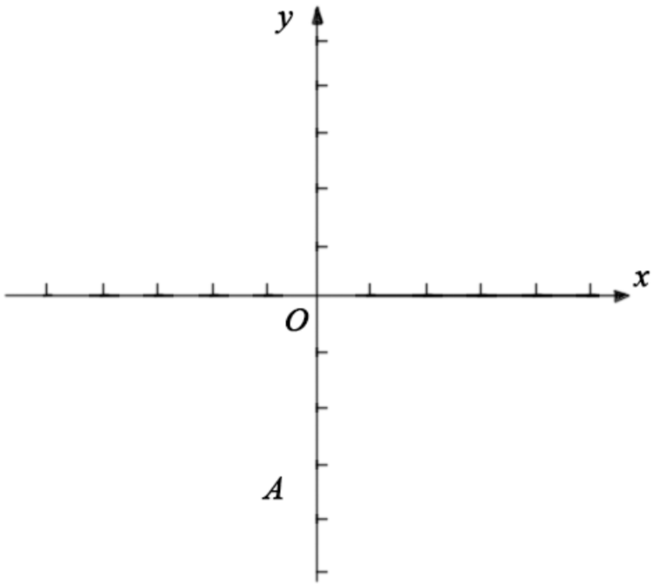
22. 如图，菱形 $ABCD$ 对角线交于 O 点，$BE\parallel AC$，$CE\parallel DB$．



（1）求证：四边形 $OBEC$ 是矩形；

（2）若 $AB=5$， $BD=6$，求四边形 $OBEC$ 面积.

23. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=kx$ 与直线 $y=mx-2$ 交于点 $A\left(-1,-3\right)$.



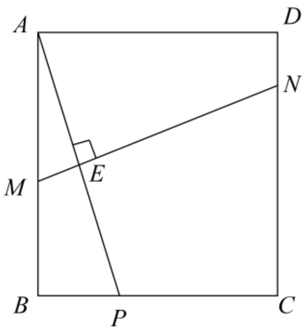
（1）求 k 、 m 的值；

（2）已知点 $P\left(n,n\right)$，过点 P 作平行于 x 轴的直线，分别交直线 $y=kx$ 于点 C，交直线 $y=mx-2$ 于点 D .

①当 $n=3$ 时，判断线段 PC 与 PD 数量关系，并说明理由；

②若 $PC=PD$，结合函数的图象，直接写出 n 的值.

24. 在正方形 $ABCD$ 中， P 是边 BC 上一动点（不与点 B 、C 重合）， E 是 AP 的中点，过点 E 作 $MN\perp AP$，分别交 AB 、CD 于点 M， N .



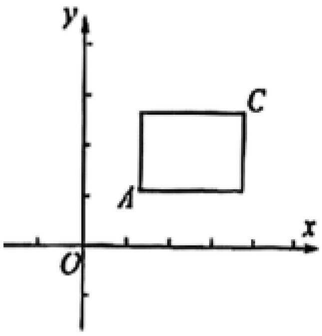
（1）判定 MN 与 AP 的数量关系，并证明；

（2）连接 BD 交 MN 于点 F .

①根据题意补全图形；

②用等式表示线段 ME， EF， FN 之间的数量关系，直接写出结论：______.

25. 对于平面直角坐标系 xOy 中的两点 A 和 C，给出如下定义：若 A， C 是某个矩形对角线的顶点，且该矩形的每条边均与 x 轴或 y 轴垂直，则称该矩形为点 A， C 的“对角矩形”，下图为“对角矩形”的示意图．已知点 A 的坐标为 $\left(1,1\right)$，点 C 的坐标为 $\left(t,-1\right)$.



（1）①当$t=4$时，点A，C的“对角矩形”的面积S的值为______；

②若点A，C的“对角矩形”的面积是8，则t的值为______；

（2）若点A，C的“对角矩形”是正方形，求直线AC的解析式.

附加题：（共20分，每题4分）

26. 一家游泳馆的游泳收费标准为30元/次，若购买会员年卡，可享受如下优惠：

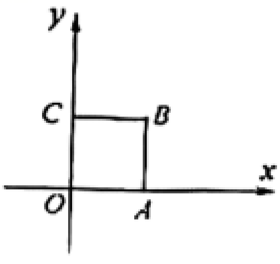
会员年卡类型	办卡费用（元）	每次游泳收费（元）
A类	50	25
B类	200	20
C类	400	15

例如，购买A类会员年卡，一年内游泳20次，消费$50+25\times20=550$元，若一年内在该游泳馆游泳的次数介于45~55次之间，则最省钱的方式为（　）

A. 购买A类会员年卡　　B. 购买B类会员年卡

C. 购买C类会员年卡　　D. 不购买会员年卡

27. 如图，在平面直角坐标系xOy中，正方形$OABC$的边长为1．写出一个函数$y=kx-2k\left(k\neq0\right)$，使它的图象与正方形$OABC$有公共点，这个函数的表达式可以为______.

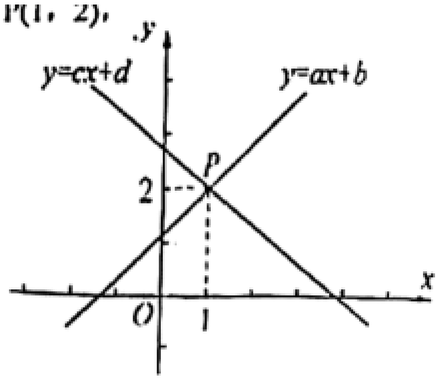


28. 若关于x的一元二次方程$x^2+2\left(m+1\right)x+c-1=0$有两个相等的实数根，则$c$的最小值是______，此时原方程的解是______.

29. 如图，一次函数$y=ax+b$与$y=cx+d$　图象交于点$P\left(1,2\right)$，下列结论中，所有正确结论的序号是：______.

①$b>0$；②$c<0$；③$a+b=c+d=2$；④当$x>1$时，$ax+b<cx+d$；⑤$a<d$.

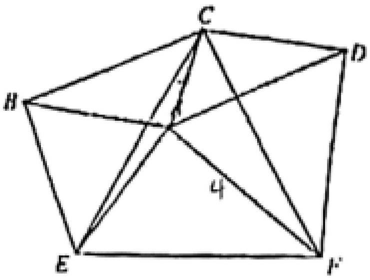
P(1，2)，



30. 如图，在$\triangle AEF$中，$AE=3$，$AF=4$，$EF=5$，$\triangle AEB$，$\triangle AFD$，$\triangle CEF$都是等边三角形.

（1）判断四边形$ABCD$的形状，四边形$ABCD$是______；

（2）线段BE与BC的位置关系是______，四边形$ABCD$的面积是______.



参考答案

一．选择题（每题 3 分，共 24 分）

1. 在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC、BD 相交于点 O，下列式子一定成立的是（ ）

A. $AC\perp BD$　　　　B. $AC=BD$　　　　C. $OA=OC$　　　　D. $OA=OD$

【答案】C

【解析】

【分析】根据平行四边形的性质（对角线性质）逐项判断即可得.

【详解】解：$\because$ 平行四边形的对角线互相平分，

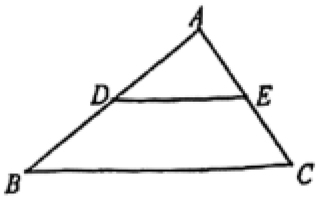
$\therefore OA=OC, OB=OD$，

则选项 C 一定成立，选项 A, B, D 不一定成立，

故选：C.

【点睛】本题考查了平行四边形的性质，熟练掌握平行四边形的性质是解题关键.

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别是边 AB 、 AC 的中点， $BC=10$，那么 DE 的长为（　）



A. 3　　　　B. 4　　　　C. 5　　　　D. 10

【答案】C

【解析】

【分析】由 D 、 E 分别是边 AB， AC 的中点，首先判定 DE 是三角形的中位线，然后根据三角形的中位线定理求得 DE 的值即可.

【详解】解:在 ΔABC 中，

$\because D$， E 分别是边 AB， AC 的中点，

$\therefore DE$ 是 ΔABC 的中位线，

故 $DE=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}\times 10=5$.

故选：C.

【点睛】本题主要考查三角形中位线定理，掌握中位线定理是解题的关键.

3. 用配方法解一元二次方程 $x^2-4x-1=0$，方程变形正确的是（　）

A. $(x-2)^2=-5$　　　　B. $(x-2)^2=5$

C. $(x-2)^2=3$　　　　D. $(x-2)^2=-3$

【答案】B

【解析】

【分析】先进行移项，变形为 $x^2-4x=1$，两边同时加上 4，则左边配成完全平方式，右边化为常数.

【详解】解：∵ $x^2-4x=1$

∴ $x^2-4x+4=1+4$

∴ $(x-2)^2=5$ 选项 B 符合题意，

故选 B

【点睛】本题考查了配方法解一元二次方程，配方法一般步骤：（1）把常数项移到等号右边，（2）二次项系化为1，（3）等式两边同时加上一次项系数一半的平方．牢固掌握配方法是解题的关键．

4. 已知 $P_1(-1,y_1)$，$P_2(1,y_2)$ 是一次函数 $y=x+1$ 图象上的两个点，则 y_1 与 y_2 的大小关系是（　）

A. $y_1>y_2$　　B. $y_1<y_2$　　C. $y_1=y_2$　　D. 无法确定

【答案】B

【解析】

【分析】利用函数的增减性解答.

详解】解：∵一次函数 $y=x+1$，k=1>0，

∴y 随着 x 的增大而增大，

∵ $P_1(-1,y_1)$，$P_2(1,y_2)$ 是一次函数 $y=x+1$ 图象上的两个点，-1<1，

∴ $y_1<y_2$，

故选：B．

【点睛】此题考查了一次函数的性质：当 k>0 时，图象过第一、三象限，y 随 x 的增大而增大；当 k<0 时，图象过二、四象限，y 随 x 的增大而减小.

5. 若菱形两条对角线的长分别为 6 和 8，则这个菱形的周长为(　)

A. 20　　B. 16　　C. 12　　D. 10

【答案】A

【解析】

【分析】根据菱形的对角线性质求边长后计算周长.

【详解】解：如图，在菱形 $ABCD$ 中，AC=8，BD=6.

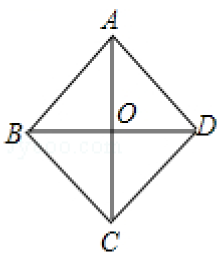
∵$ABCD$ 为菱形，

∴$AC\perp BD$，BO=3，AO=4.

∴AB=5.

∴周长= 4AB= 4×5=20.

故选 A.



【点睛】本题考察了菱形的性质，掌握菱形的性质是本题的关键.

6. 在平面直角坐标系中，将直线 $y=-2x$ 向上平移 3 个单位，平移后的直线经过点 $(1,m)$，则 m 的值为（　）

A. -5　　B. -1　　C. 1　　D. 5

【答案】C

【解析】

【分析】根据一次函数图象平移的规律得到直线解析式为 y=-2x+3，将点坐标代入即可求出 m.

【详解】解：将直线 $y=-2x$ 向上平移 3 个单位后得到的直线解析式为 y=-2x+3，

∵平移后的直线经过点 $(1,m)$，

∴m=-2+3=1，

故选：C.

【点睛】此题考查了一次函数图象平移的规律，正确理解一次函数图象平移的规律是解题的关键.

7. 关于 x 的一元二次方程 $kx^2+2x-1=0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是（　）

A. $k<-1$　　B. $k>1$　　C. $k<1$ 且 $k\neq 0$　　D. $k>-1$ 且 $k\neq 0$

【答案】D

【解析】

【分析】根据一元二次方程有两个不相等的实数根得到Δ>0，即 4+4k>0，且 $k\neq 0$，计算可得答案.

【详解】解：∵一元二次方程 $kx^2+2x-1=0$ 有两个不相等的实数根，

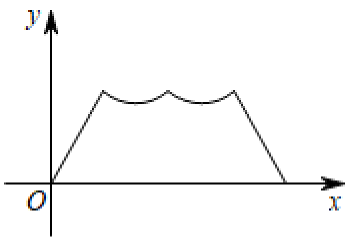
∴Δ>0，即 4+4k>0，且 $k\neq 0$，

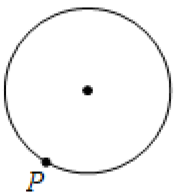
解得 $k>-1$ 且 $k\neq 0$，

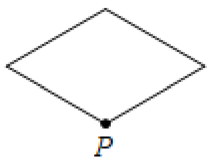
故选：D.

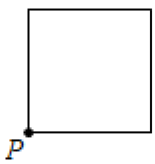
【点睛】此题考查了已知一元二次方程根的情况求参数，正确掌握一元二次方程根的三种情况是解题的关键.

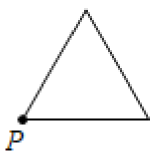
8. 已知点 P 为某个封闭图形边界上一定点，动点 M 从点 P 出发，沿其边界顺时针匀速运动一周，设点 M 的运动时间为 x，线段 PM 的长度为 y，表示 y 与 x 的函数关系的图象大致如图所示，则该封闭图形可能是（　）



A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】B

【分析】根据选项中图形的特点结合函数图象依次判断即可.

【详解】解：y 与 x 的函数图象分四个部分，而 D 选项中的封闭图形有 3 条线段，其图象要分三个部分，所以 D 错误；A 选项中的封闭图形为圆，y 随 x 的变化先增大后减小，所以 A 错误

B，C 选项为四边形，M 点在四边上运动对应四段图象，且存在三个时间段，PM 的长度相等，故 C 错误，

故选 B

【点睛】此题考查了函数图象，正确理解函数图象的特点及掌握各种图形的特征是解题的关键.

二．填空题（每题 3 分，共 24 分）

9. 函数 $y=\sqrt{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.

【答案】$x\geq 2$

【解析】

【分析】根据被开方式是非负数列式求解即可.

详解】解：依题意，得 $x-2\geq 0$，

解得：$x\geq 2$，

故答案为 $x\geq 2$.

【点睛】本题考查了函数自变量的取值范围，函数有意义时字母的取值范围一般从几个方面考虑：①当函数解析式是整式时，字母可取全体实数；②当函数解析式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；③当函数解析式是二次根式时，被开方数为非负数．④对于实际问题中的函数关系式，自变量的取值除必须使表达式有意义外，还要保证实际问题有意义.

10. 关于 x 的一元二次方程 $x^2+ax-1=0$ 的根的情况为______.

【答案】方程有两个不相等的实数根

【解析】

【分析】根据根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$ 的值的符号可以判断根的情况.

【详解】解：$\because a=1$，$b=a$，$c=-1$，

$\therefore \Delta=b^2-4ac=a^2+4>0$，

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根.

故答案为：方程有两个不相等的实数根.

【点睛】本题主要考查一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系：（1）$\Delta>0$，方程有两个不相等的实数根；（2）$\Delta=0$，方程有两个相等的实数根；（3）$\varDelta<0$，方程没有实数根，掌握一元二次方程根的判定方法是解题的关键.

11. 请你写出一个一次函数，满足条件：①经过第一、二、三象限；②与 y 轴的交点坐标为 $(0,2)$，此一次函数的解析式可以是______.

【答案】$y=x+2$

【解析】

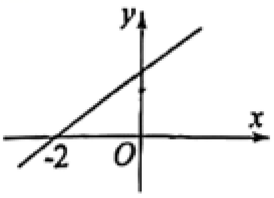
【分析】根据题意，写出一个比例系数为正，且经过$\left(0,2\right)$的一次函数即可.

【详解】解：根据图像经过第一、三、四象限可知，一次函数比例系数为正，与y轴交点在正半轴，可设比例系数为1，再把$\left(0,2\right)$代入，求得解析式为$y=x+2$.

故答案为：$y=x+2$(答案不唯一).

【点睛】本题考查了一次函数的性质，解题关键是由函数图像所经过的象限，判断比例系数和与y轴交点位置，写出符合题意的解析式.

12. 如图，一次函数$y=kx+b$的图象与x轴交于点$\left(-2,0\right)$，则不等式$kx+b>0$的解集为______.



【答案】x>-2

【解析】

【分析】$kx+b>0$即为x轴上方的图象，根据图象直接解答.

【详解】解：∵一次函数$y=kx+b$的图象与x轴交于点$\left(-2,0\right)$，

∴不等式$kx+b>0$的解集为x>-2,

故答案为：x>-2.

【点睛】此题考查了一次函数的图象与不等式的关系，正确理解函数图象是解题的关键.

13. 直线$y=-\frac{4}{3}x+4$与坐标轴分别交于A，B两点，P是AB中点，则OP的长为______.

【答案】$\frac{5}{2}$

【解析】

【分析】先求出点A、B的坐标，根据中点坐标公式求出点P的坐标，再利用勾股定理求出OP.

详解】解：令x=0，得y=4；令y=0，得$-\frac{4}{3}x+4=0$，解得x=3，

∴A（3，0），B（0，4），

∵P是AB的中点，

∴点P的横坐标为$\frac{3+0}{2}=\frac{3}{2}$，纵坐标为$\frac{4+0}{2}=2$，

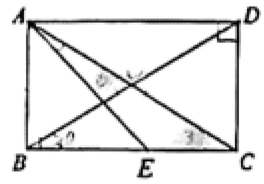
∴点P的坐标为（$\frac{3}{2}$，2），

∴OP=$\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+2^2}=\frac{5}{2}$，

故答案为：$\frac{5}{2}$.

【点睛】此题考查了一次函数与坐标轴的交点，中点坐标公式，勾股定理，熟记中点坐标公式得到点P的坐标是解题的关键.

14. 如图，矩形$ABCD$中，对角线AC，BD交于点O，$\angle BOC=120°$，$AB=EB$，则$\angle CAE$的度数为______.



【答案】15°

【解析】

【分析】根据矩形的性质得到$OA=OB=OC$，$\angle ABC=90°$，根据等边对等角求出$\angle AOB=60°$，$\angle BAE=45°$，即可求出$\angle CAE$.

【详解】解：∵四边形$ABCD$是矩形，

∴$OA=OB=OC$，$\angle ABC=90°$，

∵$\angle BOC=120°$，

∴$\angle AOB=60°$，

∴$\angle OAB=\angle OBA=60°$，

∵$AB=EB$，

∴$\angle BAE=45°$，

∴$\angle CAE=\angle CAB-\angle BAE=15°$，

故答案为：15°.

【点睛】此题考查了矩形的性质，等边对等角的性质，正确掌握矩形的性质是解题的关键.

15. 若$x=a$是一元二次方程$x^2-6x-2021=0$的一个根，则a^2-6a+1的值是______.

【答案】2022

【解析】

【分析】将解代入方程得到$a^2-6a=2021$，即可求出多项式的值.

【详解】解：将$x=a$代入方程，得$a^2-6a-2021=0$，

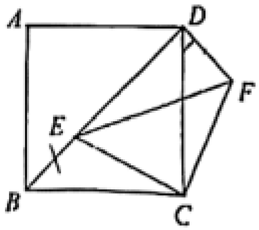
∴$a^2-6a=2021$，

∴$a^2-6a+1=2021+1=2022$，

故答案为：2022.

【点睛】此题考查了一元二次方程的解定义，已知式子的值求代数式的值，正确理解一元二次方程的解是解题的关键.

16. 如图，正方形$ABCD$，E是对角线BD上一动点，$DF\perp BD$，且$DF=BE$，连接CE，CF，EF，若$AB=2$，则EF长度的最小值为______.

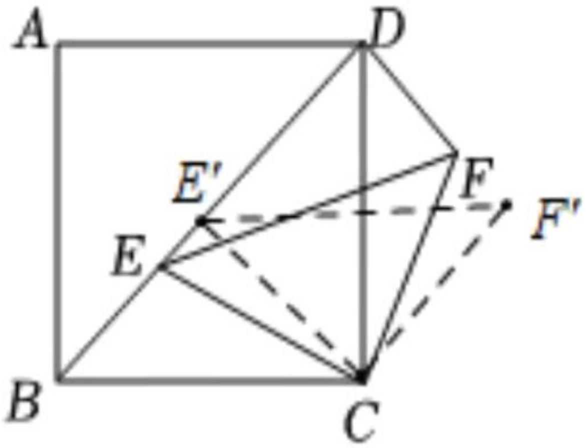


【答案】2

【解析】

【分析】过 C 作 $CE' \perp BD$ 于点 E'，根据正方形的性质易得 $\triangle EBC \cong \triangle FDC(SAS)$，进而得到 $CE = CF$，$\angle BCE = \angle DCF$，易得到 $\triangle ECF$ 是等腰直角三角形，进而求出 $EF = \sqrt{2}CE$，当 E 运动到 E' 时，CE 最小，最小值即为 CE 的长度，此时 EF 最小值为 $EF = \sqrt{2}CE'$，求出 CE' 即可求解.

【详解】解：过 C 作 $CE' \perp BD$ 于点 E'，如图：



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore CD = BC$，$\angle DBC = \angle BDC = 45°$.

$\because DF \perp BD$，

$\therefore \angle FDB = 90°$，

$\therefore \angle FDC = \angle FDB - \angle BDC = 90° - 45° = 45°$，

$\therefore \angle FDC = \angle EBC$.

在 $\triangle EBC$ 和 $\triangle FDC$ 中

$$\begin{cases} BE = DF \\ \angle EBC = \angle FDC \\ BC = CD \end{cases},$$

$\therefore \triangle EBC \cong \triangle FDC(SAS)$，

$\therefore CE = CF$，$\angle BCE = \angle DCF$.

$\because \angle BCF + \angle ECD = 90°$，

$\therefore \angle DCF + \angle ECD = 90°$，

即 $\angle ECF = 90°$，

$\therefore \triangle ECF$ 是等腰直角三角形，

$\therefore EF=\sqrt{2}CE$，

∴当 CE 最小时，EF 最小，

∴当 E 运动到 E' 时，CE 最小，最小值即为 CE 的长度，此时 EF 最小值为 $EF=\sqrt{2}CE'$．

$\because AB=2$，$CE\perp BD$，

$\therefore CE'=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times 2=\sqrt{2}$，

∴EF 最小值为 $\sqrt{2}CE'=\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$．

故答案为：2．

【点睛】本题主要考查了勾股定理，正方形的性质，全等三角形的判定和性质，等腰直角三角形的性质，求出 $EF=\sqrt{2}CE$ 是解答关键．

三．解答题（共 52 分）

17. 解方程：

（1）$x(x-2)=3$

（2）$x^2+x-1=0$

【答案】（1）$x_1=3$，$x_2=-1$；

（2）$x_1=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2},x_2=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$

【解析】

【分析】（1）先将方程化为一般形式，再利用因式分解法解方程；

（2）利用公式法解方程．

【小问 1 详解】

解：$x(x-2)=3$

$x^2-2x-3=0$

（x-3）（x+1）=0

∴$x_1=3$，$x_2=-1$；

【小问 2 详解】

∵$a=1$，$b=1$，$c=-1$，

∴$b^2-4ac=1^2-4\times1\times(-1)=5$，

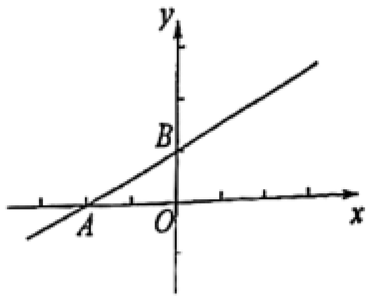
∴该方程有两个不相等的实数根，

$\therefore x=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2\times1}=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

$\therefore x_1=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2},x_2=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$．

【点睛】此题考查了解一元二次方程，正确掌握解一元二次方程的解法是解题的关键．

18. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(-2,0)$，点 $B(0,1)$．



（1）求直线 AB 的解析式；

（2）若点 C 在直线 AB 上，且点 C 到 x 轴的距离为 2，求点 C 的坐标.

【答案】（1） $y=\frac{1}{2}x+1$

（2）点 C 的坐标为（2，2）或（-6，-2）

【解析】

【分析】（1）利用待定系数法求解析式；

（2）根据点 C 到 x 轴的距离为 2 得到点 C 的纵坐标为 2 或-2，进而得到点 C 的坐标.

【小问 1 详解】

解：设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$，将点 A，B 的坐标代入，

得 $\begin{cases}-2k+b=0\\b=1\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=\frac{1}{2}\\b=1\end{cases}$，

∴直线 AB 的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+1$；

【小问 2 详解】

∵点 C 在直线 AB 上，且点 C 到 x 轴的距离为 2，

∴点 C 的纵坐标为 2 或-2，

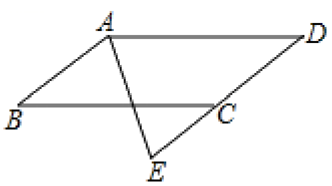
当 $y=2$ 时，$\frac{1}{2}x+1=2$，解得 $x=2$，∴C（2，2）；

当 $y=-2$ 时，$\frac{1}{2}x+1=-2$，解得 $x=-6$，∴C（-6，-2），

综上，点 C 的坐标为（2，2）或（-6，-2）.

【点睛】此题考查了待定系数法求一次函数的解析式，求一次函数上点的坐标，正确掌握待定系数法求解析式是解题的关键.

19. 如图，四边形 ABCD 是平行四边形，AE 平分∠BAD，交 DC 的延长线于点 E．求证：DA=DE．



【答案】证明见解析.

【解析】

【分析】由平行四边形的性质得出 AB∥CD，得出内错角相等∠E=∠BAE，再由角平分线证出∠E=∠DAE，即可得出结论．

【详解】证明：∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴AB∥CD，∴∠E=∠BAE，

∵AE 平分∠BAD，∴∠BAE=∠DAE，

∴∠E=∠DAE，

∴DA=DE．

20. 关于 x 的一元二次方程 $x^2-2x+m-1=0$ 有两个不相等的实数根．

（1）求 m 的取值范围；

（2）当 m 为正整数时，求 m 的值及此时方程的根．

【答案】（1）$m<2$；

（2）$m=1$，方程的根为 $x_1=0$，$x_2=2$

【解析】

【分析】（1）根据方程有两个不相等的实数根得到 $4-4(m-1)>0$，计算即可；

（2）根据 m 的取值范围可得 $m=1$，代入方程利用因式分解法解方程．

【小问 1 详解】

解：∵一元二次方程 $x^2-2x+m-1=0$ 有两个不相等的实数根，

∴Δ>0，即 $4-4(m-1)>0$，

解得 $m<2$；

小问 2 详解】

∵ m 为正整数，且 $m<2$，

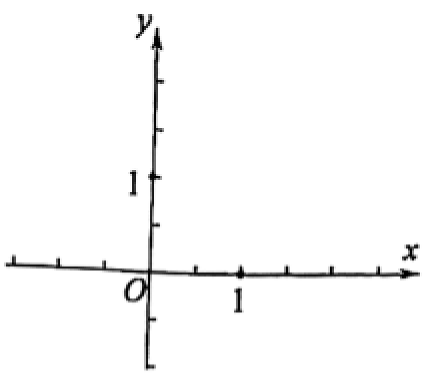
∴$m=1$，

此时一元二次方程为 $x^2-2x=0$，

解得 $x_1=0$，$x_2=2$．

【点睛】此题考查了一元二次方程的根的情况求参数，解一元二次方程，正确理解并掌握一元二次方程的根的三种情况是解题的关键．

21. 据学习函数的经验，小明同学对函数 $y=|x-1|$ 的性质进行了探究，下面是小明同学的探究过程．



（1）化简函数解析式：当 $x\geq1$ 时，$y=$______；当 $x<1$ 时，$y=$______．

（2）请根据（1）中结果，在坐标系中画出函数 $y=|x-1|$ 的图象；

（3）结合函数图象，思考：若关于 x 的方程 $ax+\frac{1}{2}=|x-1|$ 只有一个实数根，请直接写出实数 a 的取值范围______.

【答案】（1）x-1，1-x；

（2）见解析　（3）当 $a=-\frac{1}{2}$ 或 a<-1 或 a≥1 时，方程 $ax+\frac{1}{2}=|x-1|$ 只有一个实数根

【解析】

【分析】（1）根据绝对值的性质化简即可；

（2）利用描点法画函数图象；

（3）分三种情况：①当直线 $y=ax+\frac{1}{2}$ 过点(1,0)时，②当直线 $y=ax+\frac{1}{2}$ 平行于直线 $y=|x-1|$（x<1）时，③当直线 $y=ax+\frac{1}{2}$ 平行于直线 $y=|x-1|$（$x\geq 1$）时，分别求出 a 的值或取值范围即可.

【小问 1 详解】

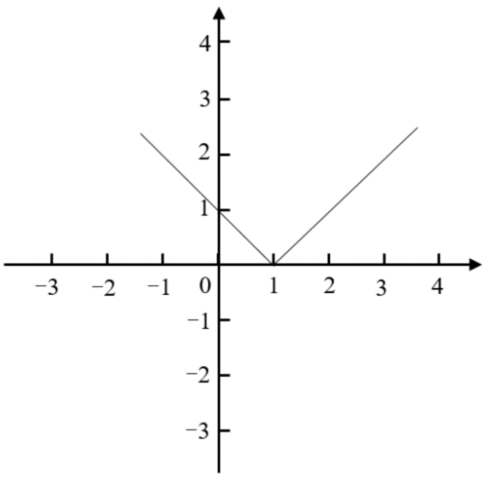
解：当 $x\geq 1$ 时，$y=x$-1；当 $x<1$ 时，y=1-x；

故答案为：x-1，1-x；

【小问 2 详解】

x	…	0	1	2	…
y	…	1	0	1	…

函数图象为：



【小问 3 详解】

①当直线 $y=ax+\frac{1}{2}$ 过点(1,0)时，得 $a+\frac{1}{2}=0$，

解得 $a=-\frac{1}{2}$，此时方程 $ax+\frac{1}{2}=|x-1|$ 只有一个实数根；

②当直线 $y=ax+\frac{1}{2}$ 平行于直线 $y=|x-1|$（$x<1$）时，a=-1，

∴当 a<-1 时，方程 $ax+\frac{1}{2}=|x-1|$ 只有一个实数根；

③当直线 $y=ax+\frac{1}{2}$ 平行于直线 $y=|x-1|$（$x\geq 1$）时，a=1，

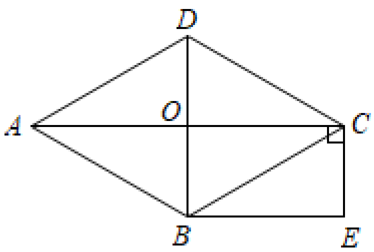
∴当 a≥1 时，方程 $ax+\frac{1}{2}=|x-1|$ 只有一个实数根；

综上，当 $a=-\frac{1}{2}$ 或 a<-1 或 a≥1 时，方程 $ax+\frac{1}{2}=|x-1|$ 只有一个实数根，

故答案为：$a=-\frac{1}{2}$ 或 a<-1 或 a≥1.

【点睛】此题考查了化简绝对值，描点法画函数图象，两条直线交点，一次函数图像旋转的规律，熟记一次函数的综合知识是解题的关键.

22. 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线交于 O 点，$BE \parallel AC$，$CE \parallel DB$.



（1）求证：四边形 $OBEC$ 是矩形；

（2）若 $AB=5$，$BD=6$，求四边形 $OBEC$ 的面积.

【答案】（1）见解析　（2）12

【解析】

【分析】（1）根据菱形性质得到 $AC\perp BD$，利用 $BE \parallel AC$，$CE \parallel DB$ 证得四边形 $OBEC$ 是平行四边形，即可得到结论；

（2）根据勾股定理求出 OC，再利用矩形面积公式计算即可.

【小问 1 详解】

证明：∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$AC\perp BD$，

∵ $BE \parallel AC$，$CE \parallel DB$.

∴四边形 $OBEC$ 是平行四边形，

∵ $\angle BOC$=90°，

∴四边形 $OBEC$ 是矩形；

【小问 2 详解】

∵ $BD=6$，

∴OB=3，

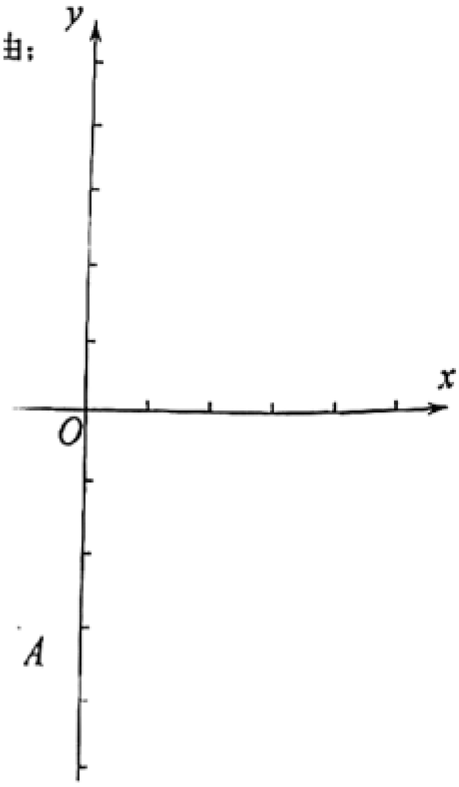
∵ $AB=5$，

∴$OC=OA=\sqrt{AB^2-OB^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$，

∴四边形$OBEC$的面积$=OB\cdot OC=3\times 4=12$.

【点睛】此题考查了菱形的性质，矩形的判定定理，勾股定理，熟练掌握菱形的性质是解题的关键.

23. 如图，在平面直角坐标系xOy中，直线$y=kx$与直线$y=mx-2$交于点$A\left(-1,-3\right)$.



（1）求k、m的值；

（2）已知点$P\left(n,n\right)$，过点P作平行于x轴的直线，分别交直线$y=kx$于点C，交直线$y=mx-2$于点D.

①当$n=3$时，判断线段PC与PD的数量关系，并说明理由；

②若$PC=PD$，结合函数的图象，直接写出n的值.

【答案】（1）k=3，m=1；

（2）①$PC=PD$，理由见解析；②n=3或n=-3

【解析】

【分析】（1）将点A的坐标分别代入解析式即可求出k，m；

（2）①$PC=PD$，当$n=3$时，P（3，3），令y=3得C（1，3），D（5，3），求出PC=3-1=2，PD=5-3=2，即可判断；

②分别求出C（$\frac{n}{3}$，n），D（n+2，n），由$PC=PD$，得到点P在点C与点D之间，列方程求出n.

【小问1详解】

解：将点A（-1,-3）代入$y=kx$，得-k=-3，

解得k=3；

将点 A（-1，-3）代入 $y=mx-2$，得-m-2=-3，

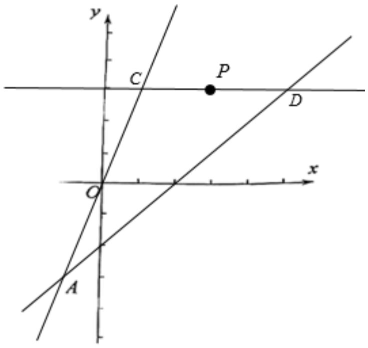
解得 m=1；

∴y=3x，y=x-2；

【小问 2 详解】

①PC=PD，利用如下：

当 $n=3$时，P（3，3），



令 y=3x 中 y=3 得 x=1，∴C（1，3），

令 y=x-2 中 y=3，得 x=5，∴D（5，3），

∴PC=3-1=2，PD=5-3=2，

∴PC=PD；

②∵过点 P 的直线 CD∥x 轴，

∴点 C、D 的纵坐标都为 n，

∴3x=n 得 x=$\frac{n}{3}$；x-2=n，解得 x=n+2，

∴C（$\frac{n}{3}$，n），D（n+2，n），

∵PC=PD，

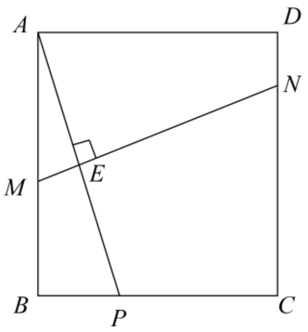
$\therefore PC=\left|n-\frac{n}{3}\right|=\left|\frac{2n}{3}\right|, PD=\left|n+2-n\right|=2$，

∴ $\frac{2n}{3}$=2，或-$\frac{2n}{3}$=2，

解得 n=3 或 n=-3．

【点睛】此题考查了待定系数法求一次函数解析式，直线上两点间的距离，解一元一次方程，正确理解平行于 x 轴直线上两点间的距离是解题的关键．

24. 在正方形 $ABCD$ 中，P 是边 BC 上一动点（不与点 B、C 重合），E 是 AP 的中点，过点 E 作 $MN\perp AP$，分别交 AB、CD 于点 M，N．



（1）判定 MN 与 AP 的数量关系，并证明；

（2）连接 BD 交 MN 于点 F .

①根据题意补全图形；

②用等式表示线段 ME ， EF ， FN 之间的数量关系，直接写出结论：______.

【答案】（1）$MN=AP$，见解析；

（2）①见解析；②$EF= ME+NF$

【解析】

【分析】（1）$MN=AP$，过 N 作 $NH\perp AB$ 于 H，证明$\triangle ABP\cong\triangle NHM$（AAS）即可得到 $AP=MN$；

（2）①根据语句补图即可；

②在 EF 上截取 $EG=EM$，连接 AG，PG，MP，过 D 作 $DQ\parallel MN$，证得四边形 $MNDQ$ 是平行四边形，得到 $QM=DN$，$MN=DQ$，证得$\triangle ADQ\cong\triangle BAP$，得到 $AQ=BP$，证明$\triangle AEM\cong\triangle AEG$，进而推出四边形 $AMPG$ 是菱形，得到 $AM=GP$，求出$\angle BRP=\angle BP=45°$，推出 $QM=GR=DN$，再证$\triangle GFR\cong\triangle NFD$，即可得到 $EF=EG+GF=ME+NF$.

【小问 1 详解】

$MN=AP$，理由如下：

过 N 作 $NH\perp AB$ 于 H，

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$\angle BAD=\angle B=\angle D=90°$，$AB=BC=AD$，

∴四边形 $ADNH$ 是矩形，

∴$\angle AHN=90°$，$NH=AD=AB$，

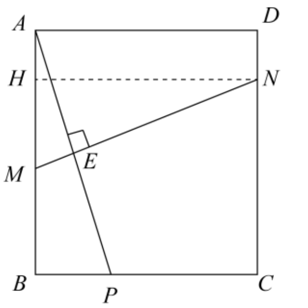
∵ $MN\perp AP$ ，

∴$\angle BAP+\angle APB=\angle BAP+\angle AMN=90°$，

∴$\angle APB=\angle HMN$，

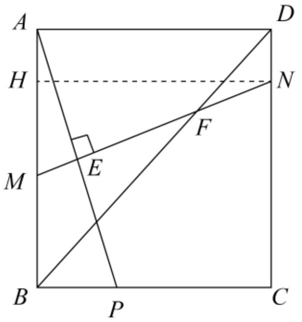
∴$\triangle ABP\cong\triangle NHM$（AAS），

∴$AP=MN$；

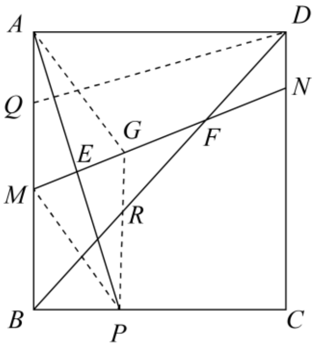


【小问 2 详解】

①如图：



②在 EF 上截取 $EG=EM$，连接 AG，PG，MP，过 D 作 $DQ\parallel MN$，如图，



∵$MQ\parallel DN$，$DQ\parallel NM$，

∴四边形 $MNDQ$ 是平行四边形，

∴$QM=DN$，$MN=DQ$，

∵$MN=AP$，

∴$DQ=AP$，

∵$AD=AB$，$\angle DAQ=\angle ABP=90°$，

∴$\triangle ADQ\cong\triangle BAP$，

∴$AQ=BP$，

∵点 E 是 AP 的中点，$MN\perp AP$，

∴$AE=EP$，$AM=MP$，$AG=GP$，

∵$ME=EG$，

∴$\triangle AEM\cong\triangle AEG$，

∴$AM=AG$，

∴$AM=AG=GP=MP$，

∴四边形 $AMPG$ 是菱形，

∴$AM=GP$，$GP//AB$，

∴$\angle BPR=90°$，

∵$\angle RBP=45°$，

∴$\angle BRP=\angle BP=45°$，

∴$RP=BP=AQ$，

∴$QM=GR=DN$，

∵$\angle GRF=\angle NDF$，$\angle GFR=\angle DFN$，

∴$\triangle GFR\cong\triangle NFD$，

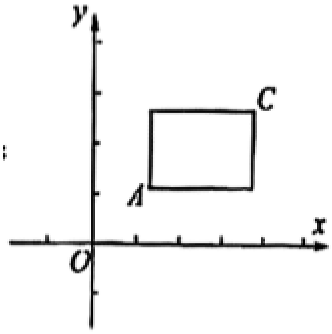
∴$GF=NF$，

∴$EF=EG+GF=ME+NF$，

故答案为：$EF= ME+NF$.

【点睛】此题考查了全等三角形的判定及性质，正方形的性质，菱形的判定及性质，平行四边形的判定及性质，熟练掌握各判定定理及性质定理是解题的关键.

25. 对于平面直角坐标系 xOy 中的两点 A 和 C，给出如下定义：若 A，C 是某个矩形对角线的顶点，且该矩形的每条边均与 x 轴或 y 轴垂直，则称该矩形为点 A，C 的"对角矩形"，下图为"对角矩形"的示意图．已知点 A 的坐标为 $(1,1)$，点 C 的坐标为 $(t,-1)$．



（1）①当 $t=4$ 时，点 A，C 的"对角矩形"的面积 S 的值为______；

②若点 A，C 的"对角矩形"的面积是 8，则 t 的值为______；

（2）若点 A，C 的"对角矩形"是正方形，求直线 AC 的解析式.

【答案】（1）①6；②5 或-3

（2）直线 AC 的解析式为 $y=-x+2$ 或 $y=x$

【解析】

【分析】（1）①求出 C（4，-1），根据"对角矩形"的定义得到 B（1，-1），求出 AB、BC，再根据公式计算面积；

②求出 $AB=1-(-1)=2$，$BC=|t-1|$，利用面积公式得到 $2|t-1|=8$，求出 t 即可；

（2）根据正方形的性质得到 $AB=BC$，列得方程 $|t-1|=2$，解得 $t=3$ 或 $t=-1$；利用待定系数法求出解析式.

【小问 1 详解】

解：①当 $t=4$ 时，C（4，-1），

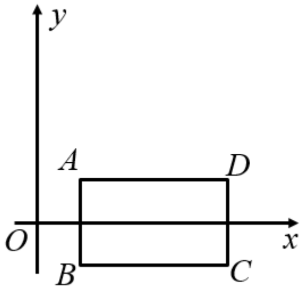
∵四边形 $ABCD$ 为“对角矩形”，A（1，1），

∴B（1，-1），

∴$AB=1+1=2$，$BC=4-1=3$，

∴“对角矩形”的面积 $S=2\times3=6$，

故答案为：6



②∵点 A 的坐标为 $(1,1)$，点 C 的坐标为 $(t,-1)$．

∴$AB=1-(-1)=2$，$BC=|t-1|$，

∵点 A，C 的“对角矩形”的面积是 8，

∴ $2|t-1|=8$，解得 $t=5$ 或 $t=-3$；

故答案为：5 或-3；

【小问 2 详解】

∵点 A，C 的“对角矩形”是正方形，

∴$AB=BC$，

∴ $|t-1|=2$，解得 $t=3$ 或 $t=-1$；

∴C（3，-1）或（-1，-1），

设直线 AC 的解析式为 $y=kx+b$，将 A（1，1），C（3，-1）代入得

$\begin{cases}k+b=1\\3k+b=-1\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=-1\\b=2\end{cases}$，

∴直线 AC 的解析式为 $y=-x+2$；

设直线 AC 的解析式为 $y=mx+n$，将 A（1，1），C（-1，-1）代入得

$\begin{cases}m+n=1\\-m+n=-1\end{cases}$，解得 $\begin{cases}m=1\\n=0\end{cases}$，

∴直线 AC 的解析式为 $y=x$；

综上，直线 AC 的解析式为 $y=-x+2$ 或 $y=x$．

【点睛】此题考查了矩形的性质，正方形的性质，待定系数法求函数解析式，解一元一次方程，正确理解矩形的性质及正方形的性质是解题的关键．

附加题：（共 20 分，每题 4 分）

26. 一家游冰馆的游泳收费标准为 30 元/次，若购买会员年卡，可享受如下优惠：

会员年卡类型	办卡费用（元）	每次游泳收费（元）
A类	50	25
B类	200	20
C类	400	15

例如，购买A类会员年卡，一年内游泳20次，消费$50+25\times 20=550$元，若一年内在该游泳馆游泳的次数介于45~55次之间，则最省钱的方式为（　）

A. 购买A类会员年卡　　　　B. 购买B类会员年卡

C. 购买C类会员年卡　　　　D. 不购买会员年卡

【答案】C

【解析】

【分析】设一年内在该游泳馆游泳的次数为x次，消费的钱数为y元，分别求出y与x的解析式，当$45\leq x\leq 55$时，求出$1175\leq y_A\leq 1425$；$1100\leq y_B\leq 1300$；$1075\leq y_C\leq 1225$；$1350\leq y_D\leq 1650$，比较可得答案．

【详解】解：设一年内在该游泳馆游泳的次数为x次，消费的钱数为y元，

∴$y_A=50+25x$，$y_B=200+20x$，$y_C=400+15x$，不办会员卡时$y_D=30x$，

当$45\leq x\leq 55$时，

$1175\leq y_A\leq 1425$；

$1100\leq y_B\leq 1300$；

$1075\leq y_C\leq 1225$；

$1350\leq y_D\leq 1650$，

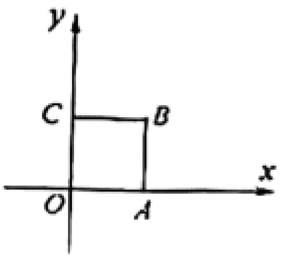
由此可见，C类会员卡消费最低，

∴最省钱的方式为购买C类会员卡，

故选：C．

【点睛】此题考查了一次函数的实际应用，正确理解题意列出对应的函数关系式是解题的关键．

27. 如图，在平面直角坐标系xOy中，正方形$OABC$的边长为1．写出一个函数$y=kx-2k\left(k\neq 0\right)$，使它的图象与正方形$OABC$有公共点，这个函数的表达式可以为______．



【答案】$y=-x+2$

【解析】

【分析】根据图象确定出点B的坐标，把它代入解析式求出k即可求解．

【详解】解：∵在平面直角坐标系xOy中，正方形$OABC$的边长为1，

$\therefore B(1,1)$，

把点 B 的坐标代入 $y=kx-2k(k\neq 0)$ 中得

$1=k-2k$，

$\therefore k=-1$，

∴图象过点 B 的解析式为 $y=-x+2$．

故答案为： $y=-x+2$．

【点睛】本题主要考查了函数解析式的求法，理解正方形的性质，确定出点 B 的坐标是解答关键．

28. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+2(m+1)x+c-1=0$ 有两个相等的实数根，则 c 的最小值是______，此时原方程的解是______．

【答案】1， $x_1=x_2=0$

【详解】$\because x^2+2(m+1)x+c-1=0$ 有两个相等的实数根

$\therefore \Delta=4(m+1)^2-4(c-1)=0$

$\therefore (m+1)^2=c-1$

$\because (m+1)^2\geq 0$

$\therefore c-1\geq 0$

$\therefore c\geq 1$

∴c 的最小值是 1

∴m+1=0

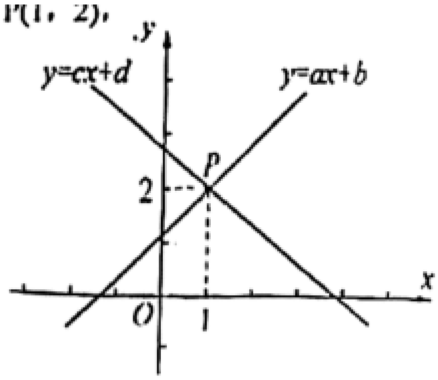
此时原方程为 $x_2=0$,方程的解为 $x_1=x_2=0$

【点睛】此题考查了一元二次方程的根的情况求参数，二次函数的最值，解一元二次方程，正确掌握一元二次方程的根的三种情况是解题的关键．

29. 如图，一次函数 $y=ax+b$ 与 $y=cx+d$ 的图象交于点 $P(1,2)$，下列结论中，所有正确结论的序号是：______．

①$b>0$；②$c<0$；③$a+b=c+d=2$；④当 $x>1$ 时，$ax+b<cx+d$；⑤$a<d$．

P(1，2)，



【答案】①②③⑤

【解析】

【分析】根据函数图象判断①正确；②正确；利用函数图象交点得 $y=a+b=c+d=2$，判断③正确；由函数图象判断④错误；由 $a+b=c+d$，得到 $a-d<0$，即 $a<d$，判断⑤正确．

【详解】解：由图象得 $a>0$，$b>0$，$c<0$，$d>0$，故①正确；②正确；

∵一次函数 $y=ax+b$ 与 $y=cx+d$ 的图象交于点 $P\left(1,2\right)$，

∴当 $x=1$ 时 $y=a+b=c+d=2$，故③正确；

当 $x>1$ 时，直线 $y=ax+b$ 在直线 $y=cx+d$ 的上方，即 $ax+b>cx+d$，故④错误；

∵$a+b=c+d$，

∴$a-d=c-b$，

∵$c<0$，$b>0$，

∴$c-b<0$，

∴$a-d<0$，即 $a<d$，故⑤正确；

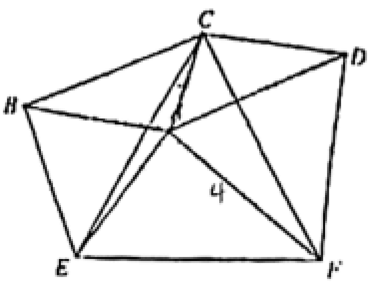
故答案为：①②③⑤．

【点睛】此题考查了一次函数的图象，一次函数图象的性质，利用函数图象判断式子的符号，正确理解一次函数的图象及其性质是解题的关键．

30. 如图，在$\triangle AEF$中，$AE=3$，$AF=4$，$EF=5$，$\triangle AEB$，$\triangle AFD$，$\triangle CEF$ 都是等边三角形．

（1）判断四边形 $ABCD$ 形状，四边形 $ABCD$ 是______；

（2）线段 BE 与 BC 的位置关系是______，四边形 $ABCD$ 的面积是______．



【答案】 ①. 平行四边形 ②. 垂直 ③. 6

【解析】

【分析】（1）通过证明三角形全等得到 $BC=AD$，$CD=BA$，对边相等，从而证明图形是平行四边形

（2）由于△AEF 为直角三角形且 $AE \perp AF$，即可得到 $BE \perp BC$；求四边形 $ABCD$ 的面积可转化成求△ABC 面积再乘以 2 即可，而△ABC 面积由 BC 乘以 BC 边上的高，最终求出面积.

【详解】（1）∵△AEB，△AFD，△CEF 都是等边三角形，

∴$\angle BEA=\angle CEF=\angle DFA=\angle CFE=60°$，$AB=BE=AE$，$CE=CF=EF$，$AD=DF=AF$，

∴$\angle BEC=\angle AEF$，$\angle DFC=\angle AFE$，

在△EBC 和△EAF 中

$$\because \begin{cases} BE = AE \\ \angle BEC = \angle AEF \\ EC = EF \end{cases}$$

∴△EBC≌△EAF（SAS），

同理可证△CDF≌△EAF（SAS），

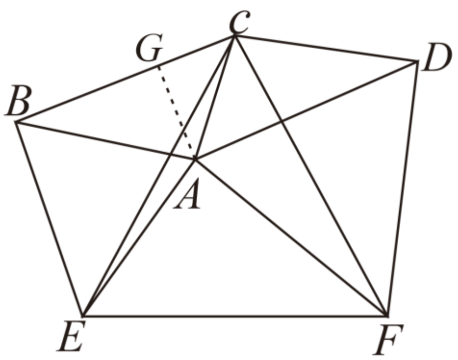
∴$BC=AF=AD$，$AB=AF=CD$，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形；

（2）∵△BEC≌△EAF，

∴$\angle EBC=\angle EAF=90°$，

∴$BE \perp BC$，



如图过 A 点作 BC 的垂线，垂足为点 G，

∵$\angle ABE=60°$，$\angle EBC=90°$，

∴$\angle ABC=90°-60°=30°$，

$$\therefore AG = \frac{1}{2}AB = 1.5,$$

$$\therefore S_{\square ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = 2 \times 4 \times 1.5 \times \frac{1}{2} = 6,$$

故答案为：$BE \perp BC$；6.

【点睛】本题考查了平行四边形的判定、等边三角形的性质、三角形全等的判定和性质、30°直角三角形性质等，掌握这些性质是解决本题的关键.