



北京市西城区 2023—2024 学年度第一学期期末试卷

九年级数学

2024.1

学号
姓名
班级
学校
题
答
要
不
内
线
封
密

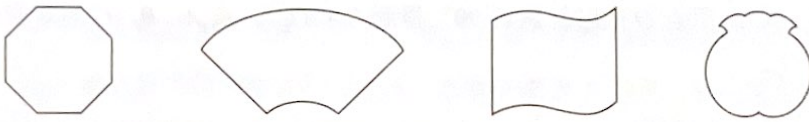

注意
事项

1. 本试卷共 7 页，共两部分，28 道题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和学号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将考试材料一并交回。

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 若抛物线 $y = x^2 + 3x + c$ 经过点 $(0, 2)$ ，则 c 的值为
(A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) -2
2. 北京城区的胡同中很多精美的砖雕美化了生活环境，砖雕形状的设计采用了丰富多彩的图案。下列砖雕图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是

(A) (B) (C) (D) 
3. 不透明的袋子中装有 2 个白球和 3 个黑球，除颜色外，这 5 个小球无其他差别。随机从袋子中摸出 3 个球，下列事件中是必然事件的是
(A) 3 个球都是白球 (B) 至少有 1 个黑球
(C) 3 个球都是黑球 (D) 有 1 个白球 2 个黑球
4. 下列关于函数 $y = x^2 - 1$ 的结论中，正确的是
(A) y 随 x 的增大而减小 (B) 当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大
(C) 当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而增大 (D) 当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而减小



5. 小云从正面观察三星堆青铜太阳轮（如图所示），发现它的正面图形可近似地看作是将圆五等分得到的．图中角 α 的度数为



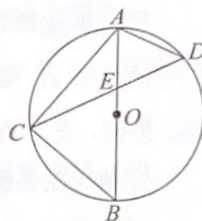
- (A) 60°
 (B) 70°
 (C) 72°
 (D) 75°

6. 某城区采取多项综合措施降低降尘量提升空气质量，降尘量由 2020 年的 5.2 吨/平方公里·月下降至 2022 年的 3.6 吨/平方公里·月．若设降尘量的年平均下降率为 x ，则可列出关于 x 的方程为

- (A) $3.6(1+2x) = 5.2$ (B) $5.2(1-2x) = 3.6$
 (C) $3.6(1+x)^2 = 5.2$ (D) $5.2(1-x)^2 = 3.6$

7. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径，弦 CD 交 AB 于点 E ， $BE=BC$ ．

若 $\angle CAB=40^\circ$ ，则 $\angle BAD$ 的大小为

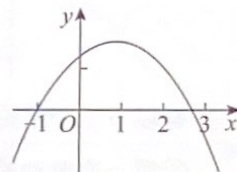


- (A) 45° (B) 50°
 (C) 55° (D) 65°

8. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过点 $(-1, 0)$ ．

下面有四个结论：

- ① $a > 0$ ；② $2a + b < 0$ ；③ $4a + 2b + c > 0$ ；
 ④ 关于 x 的不等式 $ax^2 + (b-c)x > 0$ 的解集为 $-1 < x < 0$ ．



其中所有正确结论的序号是

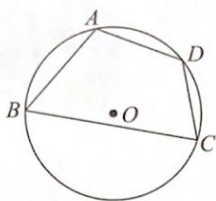
- (A) ①② (B) ②③
 (C) ③④ (D) ②③④

第二部分 非选择题

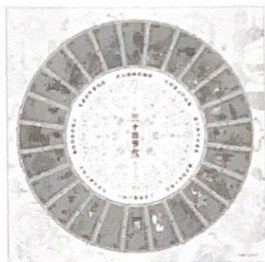
二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $(2, -3)$ 关于原点 O 的对称点的坐标为_____．
10. 一元二次方程 $x^2 - 25 = 0$ 的解是_____．
11. 已知 $\odot O$ 的半径为 6，若点 P 在 $\odot O$ 外，则 OP _____ 6（填“>”“=”或“<”）．
12. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + c = 0$ 有两个相等的实数根，则 c 的值为_____．
13. 写出一个开口向上，且过原点的抛物线的表达式：_____．

14. 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, $\angle A = 110^\circ$, 则 $\angle C =$ _____ $^\circ$, 依据是_____.



第 14 题图

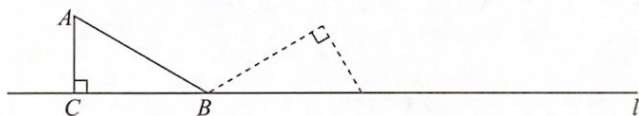


第 15 题图 1



第 15 题图 2

15. 中国邮政集团公司曾发行《二十四节气》特殊版式小全张(图 1), 其中的 24 枚邮票大小相同, 上面绘制了代表二十四节气风貌的图案, 这 24 枚邮票组成了一个圆环, 传达了四季周而复始、气韵流动的理念和中国传统文化中圆满、圆融的概念. 以“大雪”节气单枚邮票为例(图 2), 该邮票的“上圆弧”的长为 l , “直边长”为 d , “下圆弧”的长为 x , 则 $x =$ _____ (用含 l, d 的式子表示).
16. 如图, 在三角尺 ABC 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, $AC = 1$. 把 CB 边放在直尺 l 上, 让三角尺在桌面上沿直尺 l 按顺时针方向无滑动地滚动, 直到 CB 边再一次落到直尺 l 上时停止滚动. 三角尺的第一次滚动可看成将三角尺绕点 B 顺时针旋转了 150° , 记为 $(B, 150^\circ)$.



有以下三个结论:

- ①第一次滚动的过程中, 点 C 运动的路径长为 2π ;
- ②第二次滚动可记为 $(A, 120^\circ)$;
- ③点 A , 点 B , 点 C 在滚动全程中, 运动路径最长的是点 B .

上述结论中, 所有正确结论的序号是_____.

三、解答题(共 68 分, 第 17-18 题, 每题 5 分, 第 19 题 6 分, 第 20-23 题, 每题 5 分, 第 24-26 题, 每题 6 分, 第 27-28 题, 每题 7 分)

17. 解方程: $x^2 - 6x + 3 = 0$.

18. 已知二次函数 $y = 2x^2 - 4x + 5$.

(1) 将 $y = 2x^2 - 4x + 5$ 化成 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式;

(2) 抛物线 $y = 2x^2 - 4x + 5$ 可以由抛物线 $y = 2x^2$ 经过平移得到, 请写出一种平移方式.



19. 两个质地均匀的正方体 M 和 N，正方体 M 的六个面分别标有数字“0”“1”“2”“3”“4”“5”；正方体 N 的六个面分别标有数字“0”“1”“2”“6”“7”“8”。掷小正方体后，观察朝上一面的数字。

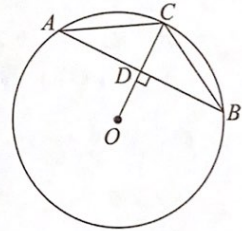
- (1) 掷一次正方体 M 时，出现奇数的概率是多少；
- (2) 如果先掷一次正方体 M，再掷一次正方体 N 得到两个数字，如先后掷到“0”和“1”记为 01，可表示某月的 01 日；先后掷到“5”和“8”记为 58，不能表示某月的日期。求先后各掷一次正方体 M 和正方体 N，得到的两个数字能组成一月的一个日期的概率。

20. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = x^2 - 2x + c$ 与 x 轴的一个交点为 $A(-1, 0)$ 。

- (1) $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 画出函数 $y = x^2 - 2x + c$ 的图象；
- (3) 当 $-2 < x \leq 2$ 时，结合函数图象直接写出 y 的取值范围。

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m+2)x + m+1 = 0$ 。

- (1) 求证：此方程总有两个实数根；
- (2) 若此方程的一根是另一根的 2 倍，求 m 的值。

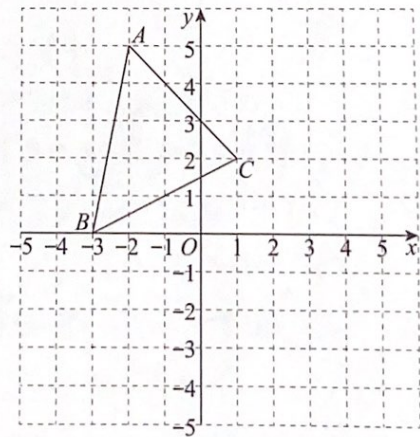


22. 如图， AB 是 $\odot O$ 的弦，半径 $OC \perp AB$ ，垂足为 D 。

$\angle ACB = 120^\circ$ ， $AB = 6$ ，求 $\odot O$ 的半径。

23. 在平面直角坐标系 xOy 中， $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-2, 5)$ ， $B(-3, 0)$ ， $C(1, 2)$ 。将 $\triangle ABC$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C'$ ，点 A ， B ， C 的对应点分别为 A' ， B' ， C' 。

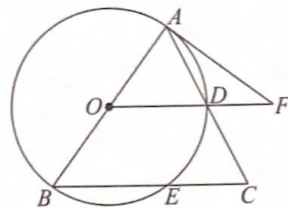
- (1) 画出旋转后的 $\triangle A'B'C'$ ；
- (2) 直接写出点 C' 的坐标；
- (3) 记线段 $B'C'$ 与线段 BC 的交点为 G ，直接写出 $\angle BGC'$ 的大小。



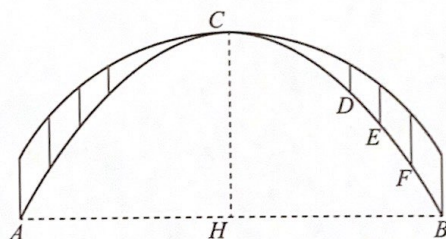
24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB=BC$, AC 交 $\odot O$

于点 D , 点 F 在 OD 的延长线上且 $\angle FAD = \frac{1}{2} \angle ABC$.

- (1) 求证: AF 是 $\odot O$ 的切线;
 (2) 若 $AF=8$, $DF=4$, 求 AC 的长.



25. 如图, 小云在生活中观察到一个拱门, 拱门的上方拱线 M 和下方拱线 N 的最高点均为点 C , 拱门的跨径间对称分布有 8 根立柱. 他搜集到两条拱线的相关数据, 拱线 N 的跨径 AB 长为 14m, 高 HC 为 6.125m. HC 右侧的四根立柱在拱线 N 上的端点 D, E, F, B 的相关数据如下表所示.



	点 D	点 E	点 F	点 B
距 HC 的水平距离 (m)	4	5	6	7
距 AB 的竖直距离 (m)	4.125	3.000	1.625	0

所查阅的资料显示: 拱线 M 为某个圆的一部分, 拱线 N 为某条抛物线的一部分.

根据以上信息, 解答下列问题:

- (1) 选取拱线 M 上的任意三点, 通过尺规作图作出拱线 M 所在的圆;
 (2) 建立适当的平面直角坐标系, 选取拱线 N 上的点, 求出拱线 N 所在的抛物线对应的函数解析式, 并验证拱线 N 上的其他已知点都在抛物线上, 写出验证过程 (不添加新的字母).

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, $A(t, y_1)$, $B(t+1, y_2)$, $C(t+3, y_3)$ 三点都在抛物线 $y = ax^2 - 2ax + 4$ ($a > 0$) 上.



- (1) 这个抛物线的对称轴为直线_____;
- (2) 若 $y_1 > y_3 \geq y_2$, 求 t 的取值范围;
- (3) 若无论 t 取任何实数, 点 A, B, C 中都至少有两个点在 x 轴的上方, 直接写出 a 的取值范围.

27. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, $CM \perp AB$ 于点 M . 点 P 在射线 CM 上, 连接 AP , 作 $CD \perp AP$ 于点 D . 连接 MD , 作 $CE \perp MD$ 于点 E , 作 $DF \parallel AB$ 交直线 CE 于点 F , 连接 MF .

- (1) 当点 P 在线段 CM 上时, 在图 1 中补全图形, 并直接写出 $\angle ADM$ 的度数;
- (2) 当点 P 在线段 CM 的延长线上时, 利用图 2 探究线段 DF 与 AM 之间的数量关系, 并证明;
- (3) 取线段 MF 的中点 K , 连接 BK , 若 $AC = 8$, 直接写出线段 BK 的长的最小值.

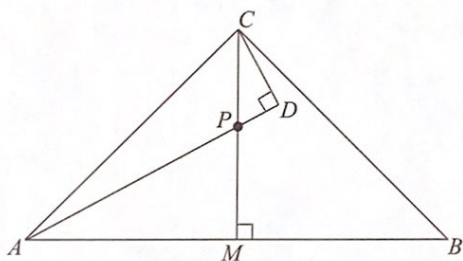


图 1

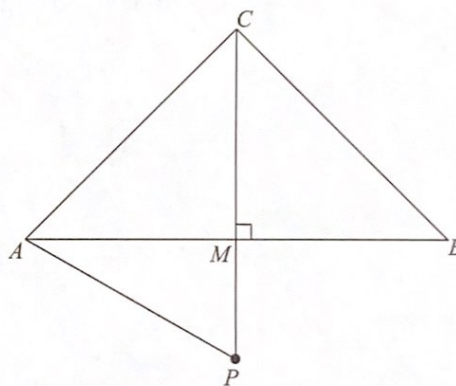
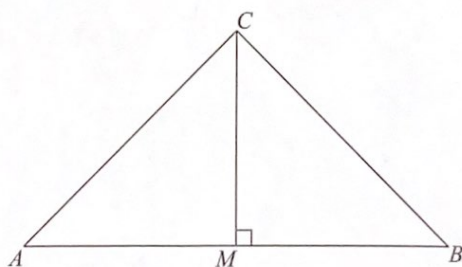


图 2



备用图

28. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $S(-1,0)$, $T(1,0)$. 对于一个角 α ($0^\circ < \alpha \leq 180^\circ$), 将一个图形先绕点 S 顺时针旋转 α , 再绕点 T 逆时针旋转 α , 称为一次“ α 对称旋转”.

(1) 点 R 在线段 ST 上, 则在点 $A(1,-1)$, $B(3,-2)$, $C(2,-2)$, $D(0,-2)$ 中, 有可能是

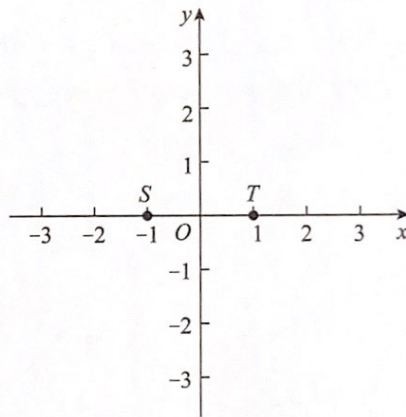
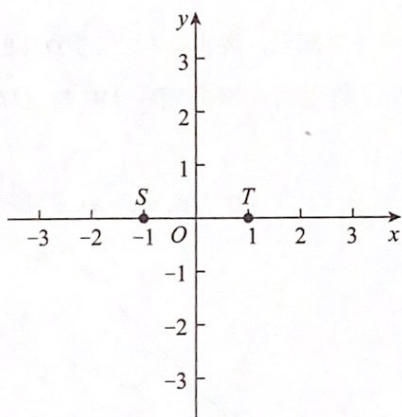
由点 R 经过一次“ 90° 对称旋转”后得到的点是_____;

(2) x 轴上的一点 P 经过一次“ α 对称旋转”得到点 Q .

①当 $\alpha=60^\circ$ 时, $PQ=$ _____;

②当 $\alpha=30^\circ$ 时, 若 $QT \perp x$ 轴, 求点 P 的坐标;

(3) 以点 O 为圆心作半径为 1 的圆. 若在 $\odot O$ 上存在点 M , 使得点 M 经过一次“ α 对称旋转”后得到的点在 x 轴上, 直接写出 α 的取值范围.



备用图