

2021 北师大附中初一（上）期中

数 学

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) -2 的相反数是()

- A. 2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. -2

2. (3 分) 北京大兴国际机场于 2019 年 9 月 25 日正式投入使用，新机场的运行将进一步满足北京地区的航空运输需求，增强国家民航竞争力，促进南北城区的均衡发展和京津冀协同发展。根据规划，2022 年大兴国际机场客流量将达到 4500 万人次。4500 用科学记数法表示为()

- A. 45×10^2 B. 4.5×10^3 C. 4.5×10^2 D. 4.5×10^4

3. (3 分) 若 $x=2$ 是关于 x 的方程 $2x+3m-1=0$ 的解，则 m 的值为()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. $\frac{1}{3}$

4. (3 分) 下列计算正确的是()

- A. $3x^2 - x^2 = 3$ B. $-3a^2 - 2a^2 = -a^2$
C. $3(a-1) = 3a-1$ D. $-2(x+1) = -2x-2$

5. (3 分) 点 A 在数轴上距离原点 3 个单位长度，且位于原点左侧，若将点 A 向右移动 5 个单位长度到点 B ，此时点 B 表示的数是()

- A. 2 B. -2 C. 8 D. -8

6. (3 分) 下列等式变形正确的是()

- A. 如果 $a=b$ ，那么 $a+3=b-3$ B. 如果 $3a-7=5a$ ，那么 $3a+5a=7$
C. 如果 $3x=-3$ ，那么 $6x=-6$ D. 如果 $2x=3$ ，那么 $x=\frac{2}{3}$

7. (3 分) 下列比较两个有理数的大小正确的是()

- A. $-3 > -1$ B. $\frac{1}{4} > \frac{1}{3}$ C. $-\frac{5}{6} < -\frac{10}{11}$ D. $-\frac{7}{9} > -\frac{6}{7}$

8. (3 分) 下列各式中，去括号正确的是()

- A. $x+2(y-1) = x+2y-1$ B. $x-2(y-1) = x+2y+2$
C. $x-2(y-1) = x-2y+2$ D. $x-2(y-1) = x-2y-2$

9. (3分) 把方程 $3x + \frac{2x-1}{3} = 3 - \frac{x+1}{2}$ 去分母正确的是()

A. $3x + 2(2x-1) = 3 - 3(x+1)$

B. $3x + (2x-1) = 3 - (x+1)$

C. $18x + (2x-1) = 18 - (x+1)$

D. $18x + 2(2x-1) = 18 - 3(x+1)$

10. (3分) 已知 k 为非负整数, 且关于 x 的方程 $3(x-3) = kx$ 的解为正整数, 则 k 的所有可能取值为()

A. 4, 6, 12

B. 4, 6

C. 2, 0

D. 2, 0, -6

二、填空题 (每空 2 分, 共 20 分)

11. (2分) 绝对值等于 2 的数是_____.

12. (2分) 在一次立定跳远测试中, 合格的标准是 $2.00m$, 小明跳出了 $2.12m$, 记为 $+0.12m$; 小敏跳出了 $1.96m$, 记为 _____ m .

13. (2分) 如果单项式 $\frac{1}{3}x^{2m}y$ 与 $2x^4y^{n+3}$ 是同类项, 那么 n^m 的值是_____.

14. (2分) 用四舍五入法将 3.886 精确到 0.01 , 所得到的近似数为_____.

15. (2分) 已知多项式 $(m-1)x^4 - x^n + 2x - 5$ 是三次三项式, 则 $(m+1)^n =$ _____.

16. (2分) 若 $(x+3)^2$ 与 $|y-2|$ 互为相反数, 则 x^y 的值为 _____.

17. (4分) 用“ Δ ”定义新运算: 对于任意有理数 a, b , 当 $a \leq b$ 时, 都有 $a \Delta b = a^2b$; 当 $a > b$ 时, 都有 $a \Delta b = ab^2$,

那么, $2 \Delta 6 =$ _____; $(-\frac{2}{3}) \Delta (-3) =$ _____.

18. (4分) 我们知道, $\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}, \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, \dots$

因此关于 x 的方程 $\frac{x}{1 \times 2} + \frac{x}{2 \times 3} + \frac{x}{3 \times 4} = 120$ 的解是 _____;

当于 x 的方程 $\frac{x}{1 \times 2} + \frac{x}{2 \times 3} + \dots + \frac{x}{n(n+1)} = 2021$ 的解是 _____ (用含 n 的式子表示).

三、计算题 (每小题 4 分, 共 16 分)

19. (4分) 计算: $(-7) + (+5) - (-19) - (+7)$.

20. (4分) 计算: $19\frac{1}{2} \times \frac{1}{9} + (-1.5) \div (-3)^2$.

21. (4分) 计算: $-18 \times (\frac{1}{2} - \frac{5}{6} + \frac{2}{3})$

22. (4分) $|-2\frac{1}{2}| - (-2.5) + 1 - |1 - 2\frac{1}{2}|$.

四、化简求值（每小题 4 分，共 12 分）

23. (4 分) 化简： $3a^2 - 2a + 3 - 4a^2 - 7a - 6$.

24. (4 分) 先化简，再求值：已知 $a^2 - 1 = 0$ ，求 $(5a^2 + 2a - 1) - 2(a + a^2)$ 的值.

25. (4 分) 已知 $x^2 - 2y - 5 = 0$ ，求 $3(x^2 - 2xy) - (x^2 - 6xy) - 4y$ 的值.

五、解方程（每小题 4 分，共 12 分）

26. (4 分) 解方程： $-\frac{2}{3}x - 1 = 5$.

27. (4 分) 解方程： $4(x - 1) - 3(20 - x) = 5(x - 2)$

28. (4 分) $\frac{x - 3}{2} - \frac{4x + 1}{5} = 1$.

六、探究题（每小题 5 分，共 10 分）

29. (5 分) 对于任意有理数 a, b ，定义运算： $a \odot b = a(a + b) - 1$ ，等式右边是通常的加法、减法、乘法运算，例如， $2 \odot 5 = 2 \times (2 + 5) - 1 = 13$ ； $(-3) \odot (-5) = -3 \times (-3 - 5) - 1 = 23$.

(1) 求 $(-2) \odot 3\frac{1}{2}$ 的值；

(2) 对于任意有理数 m, n ，请你重新定义一种运算“ \oplus ”，使得 $5 \oplus 3 = 20$ ，写出你定义的运算： $m \oplus n = \underline{\hspace{2cm}}$
(用含 m, n 的式子表示).

30. (5 分) 一般情况下，对于数 a 和 b ， $\frac{a}{2} + \frac{b}{4} \neq \frac{a+b}{2+4}$ ，但是对于某些特殊的数 a 和 b ， $\frac{a}{2} + \frac{b}{4} = \frac{a+b}{2+4}$. 我们把这些

特殊的数 a 和 b ，称为“理想数对”，记作 $\langle a, b \rangle$. 例如当 $a = 1, b = -4$ 时，有 $\frac{1}{2} + \frac{-4}{4} = \frac{1 + (-4)}{2 + 4}$ ，那么 $\langle 1, -4 \rangle$ 就是“理想数对”.

(1) $\langle 3, -12 \rangle$ 是不是“理想数对”? $\underline{\hspace{1cm}}$: (填“是”或“不是”)

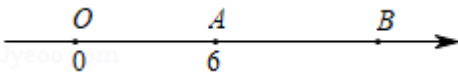
(2) 如果 $\langle 2, x \rangle$ 是“理想数对”，那么 $x = \underline{\hspace{1cm}}$;

(3) 若 $\langle m, n \rangle$ 是“理想数对”，求 $3[(9n - 4m) - 8(n - \frac{7}{6}m)] - 4m - 16$ 的值.

七、解答题：（本大题共 3 道小题，第 1 小题 6 分，第 2 小题 7 分，第 3 小题 7 分，共 20 分）

31.（6 分）如图，在数轴上有 A ， B 两点，且 $AB=8$ ，点 A 表示的数为 6；动点 P 从点 O 出发，以每秒 2 个单位长度的速度沿数轴正方向运动，点 Q 从点 A 出发，以每秒 1 个单位长度的速度沿数轴正方向运动，设运动时间为 t 秒.

- (1) 写出数轴上点 B 表示的数是_____；
- (2) 当 $t=2$ 时，线段 PQ 的长是_____；
- (3) 当 $0 < t < 3$ 时，则线段 $AP=$ _____；（用含 t 的式子表示）
- (4) 当 $PQ = \frac{1}{4}AB$ 时，求 t 的值.



32.（7 分）数学家欧拉最先把关于 x 的多项式用记号 $f(x)$ 来表示，例如 $f(x)=x^2+3x-5$ ，并把 $x=$ 常数 a 时多项式的值用 $f(a)$ 来表示，例如 $x=1$ 时多项式 x^2+3x-5 的值记为 $f(1)=1^2+3\times 1-5=1$.

- (1) 若规定 $f(x)=2x-3$.
 - ① $f(-1)$ 的值是 _____；
 - ② 若 $f(x)=7$ ， x 的值是 _____；
- (2) 若规定 $g(x)=|x-2|$ ， $h(x)=|x+3|$ ；
 - ① 有没有能使 $g(x)=h(x)$ 成立的 x 的值，若有，求出此时 x 的值，若没有，请说明理由.
 - ② 直接写出 $g(x)+h(x)$ 的最小值和此时 x 满足的条件.

33. (7 分) 小兵喜欢研究数学问题, 在学习一元一次方程后, 他给出一个新定义: 若 x_0 是关于 x 的一元一次方程 $ax+b=0(a \neq 0)$ 的解, y_0 是关于 y 的方程的所有解的其中一个解, 且 x_0, y_0 满足 $x_0 + y_0 = 100$, 则称关于 y 的方程为关于 x 的一元一次方程的“友好方程”. 例如: 一元一次方程 $3x - 2x - 99 = 0$ 的解是 $x_0 = 99$, 方程 $y^2 + 1 = 2$ 的所有解是 $y = 1$ 或 $y = -1$, 当 $y_0 = 1$ 时, $x_0 + y_0 = 100$, 所以 $y^2 + 1 = 2$ 为一元一次方程 $3x - 2x - 99 = 0$ 的“友好方程”.

(1) 已知关于 y 的方程: ① $2y - 2 = 4$, ② $|y| = 2$,

以上哪个方程是一元一次方程 $3x - 2x - 102 = 0$ 的“友好方程”?

请直接写出正确的序号是 ____.

(2) 若关于 y 的方程 $|2y - 2| + 3 = 5$ 是关于 x 的一元一次方程 $x - \frac{2x - 2a}{3} = a + 1$ 的“友好方程”, 请求出 a 的值.

(3) 如关于 y 的方程 $2m|y - 49| + \frac{m(y-1)}{45} = m + n$ 是关于 x 的一元一次方程 $mx + 45n = 54m$ 的“友好方程”, 请直

接写出 $\frac{m+n}{n}$ 的值.

2021 北京师大附中初一（上）期中数学

参考答案

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. **【分析】** 根据相反数的意义，相反数是只有符号不同的两个数，改变 -2 前面的符号，即可得 -2 的相反数，再与每个选项比较得出答案.

【解答】 解：由相反数的意义得， -2 的相反数是 2 ，

故选：A.

【点评】 本题考查了相反数的意义. 解题的关键是掌握相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“ $-$ ”号；一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数， 0 的相反数是 0 .

2. **【分析】** 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】 解：将 4500 用科学记数法表示为 4.5×10^3 ，

故选：B.

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. **【分析】** 根据方程的解的定义，把 $x = 2$ 代入方程 $2x + 3m - 1 = 0$ 即可求出 m 的值.

【解答】 解：∵ $x = 2$ 是关于 x 的方程 $2x + 3m - 1 = 0$ 的解，

$$\therefore 2 \times 2 + 3m - 1 = 0,$$

解得： $m = -1$.

故选：A.

【点评】 本题的关键是理解方程的解的定义，方程的解就是能够使方程左右两边相等的未知数的值.

4. **【分析】** 各式计算得到结果，即可作出判断.

【解答】 解：A、原式 $= 2x^2$ ，不符合题意；

B、原式 $= -5a^2$ ，不符合题意；

C、原式 $= 3a - 3$ ，不符合题意；

D 、原式 $=-2x-2$ ，符合题意，

故选： D 。

【点评】此题考查了整式的加减，熟练掌握运算法则是解本题的关键。

5. **【分析】**首先根据点 A 在数轴上距离原点 3 个单位长度，且位于原点左侧，可得点 A 表示的数是 -3 ；然后根据数轴上“右加左减”的规律，用点 A 表示的数加上 5，求出点 B 表示的数是多少即可。

【解答】解： \because 点 A 在数轴上距离原点 3 个单位长度，且位于原点左侧，

\therefore 点 A 表示的数是 -3

\therefore 将点 A 向右移动 5 个单位长度到点 B ，

\therefore 此时点 B 表示的数是：

$$-3+5=2.$$

故选： A 。

【点评】此题主要考查了数轴的特征和应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：在数轴上，向右为正，向左为负。

6. **【分析】**根据等式的性质和各个选项中的式子，可以判断是否正确，从而可以解答本题。

【解答】解：如果 $a=b$ ，那么 $a+3=b+3$ ，故选项 A 错误；

如果 $3a-7=5a$ ，那么 $3a-5a=7$ ，故选项 B 错误；

如果 $3x=-3$ ，那么 $6x=-6$ ，故选项 C 正确；

如果 $2x=3$ ，那么 $x=\frac{3}{2}$ ，故选项 D 错误；

故选： C 。

【点评】本题考查等式的性质，解答本题的关键是明确等式的性质，会用等式的性质解答问题。

7. **【分析】**根据负数的绝对值越大，这个数反而越小，可以对 A 、 C 、 D 进行判断；根据同分子分数大小比较的方法进行比较即可作出判断。

【解答】解： A 、 $-3 < -1$ ，所以 A 选项错误；

B 、 $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$ ，所以 B 选项错误；

C 、 $-\frac{5}{6} > -\frac{10}{11}$ ，所以 C 选项错误；

D 、 $-\frac{7}{9} > -\frac{6}{7}$ ，所以 D 选项正确。

故选： D 。

【点评】 本题考查了有理数的大小比较：正数大于零，负数小于零；负数的绝对值越大，这个数反而越小。

8. **【分析】** 根据去括号的方法，先去大括号，再去中括号，最后去小括号。

【解答】 解： A 、 $x+2(y-1)=x+2y-2$ 故 A 不符合题意；

B 、 $x-2(y-1)=x-2y+2$ ，故 B 不符合题意；

C 、 $x-2(y-1)=x-2y+2$ ，故 C 符合题意；

D 、 $x-2(y-1)=x-2y+2$ ，故 D 不符合题意；

故选： C 。

【点评】 本题考查去括号的方法：去括号时，运用乘法的分配律，先把括号前的数字与括号里各项相乘，再运用括号前是“+”，去括号后，括号里的各项都不改变符号；括号前是“-”，去括号后，括号里的各项都改变符号。顺序为先大后小。

9. **【分析】** 方程两边乘以 6 去分母得到结果，即可作出判断。

【解答】 解：把方程 $3x + \frac{2x-1}{3} = 3 - \frac{x+1}{2}$ 去分母得： $18x + 2(2x-1) = 18 - 3(x+1)$ ，

故选： D 。

【点评】 此题考查了解一元一次方程，解方程去分母时各项都要乘以各分母的最小公倍数。

10. **【分析】** 方程整理后，根据方程的解为正整数确定出 k 的值即可。

【解答】 解：方程去括号得： $3x - 9 = kx$ ，

移项合并得： $(3-k)x = 9$ ，

解得： $x = \frac{9}{3-k}$ ，

由 x 为正整数，得到 $k = 2, 0$ ，

故选： C 。

【点评】 此题考查了一元一次方程的解，方程的解即为能使方程左右两边相等的未知数的值。

二、填空题（每空 2 分，共 20 分）

11. **【分析】** 根据绝对值的意义求解。

【解答】 解： $\because |2| = 2$ ， $|-2| = 2$ ，

∴ 绝对值等于 2 的数为 ± 2 .

故答案为 ± 2 .

【点评】 本题考查了绝对值：若 $a > 0$ ，则 $|a| = a$ ；若 $a = 0$ ，则 $|a| = 0$ ；若 $a < 0$ ，则 $|a| = -a$.

12. **【分析】** 明确什么是一对具有相反意义的量. 在一对具有相反意义的量中，先规定其中超过标准的一个为正，则另一个不到标准的就用负表示，即可解决.

【解答】 解：“正”和“负”相对，所以小明跳出了 $2.12m$ ，比标准多 $0.12m$ ，记为 $+12m$ ，小敏跳出了 $1.96m$ ，比标准少 $0.04m$ ，应记作 $-0.04m$.

故答案为： -0.04 .

【点评】 考查了正数和负数. 解题关键是理解“正”和“负”的相对性，明确什么是一对具有相反意义的量. 概念：用正数表示其中一种意义的量，另一种量用负数表示；特别地，在用正负数表示向指定方向变化的量时，通常把向指定方向变化的量规定为正数，而把向指定方向的相反方向变化的量规定为负数.

13. **【分析】** 根据同类项的概念列式求出 m ， n ，根据乘方法则计算即可.

【解答】 解：由题意得， $2m = 4$ ， $n + 3 = 1$ ，

解得， $m = 2$ ， $n = -2$ ，

则 $n^m = (-2)^2 = 4$ ，

故答案为： 4.

【点评】 本题考查的是同类项的概念，有理数的乘方，所含字母相同，并且相同字母的指数也相同，这样的项叫做同类项.

14. **【分析】** 把千分位上的数字 6 进行四舍五入即可.

【解答】 解： $3.886 \approx 3.89$ （精确到 0.01）.

故答案为 3.89.

【点评】 本题考查了近似数和有效数字：近似数与精确数的接近程度，可以用精确度表示. 一般有，精确到哪一位，保留几个有效数字等说法；从一个数的左边第一个不是 0 的数字起到末位数字止，所有的数字都是这个数的有效数字.

15. **【分析】** 根据多项式中次数最高的项的次数叫做多项式的次数；多项式的组成元素的单项式，即多项式的每一项都是一个单项式，单项式的个数就是多项式的项数，如果一个多项式含有 a 个单项式，次数是 b ，那么这个多项式就叫 b 次 a 项式进行分析即可.

【解答】解：由题意得： $m=1$ ， $n=3$ ，

$$\text{则 } (m+1)^n = 8.$$

故答案为： 8

【点评】此题主要考查了多项式，关键是掌握多项式的相关定义.

16. **【分析】**根据互为相反数的两个数的和等于 0 列方程求出 x 、 y 的值，然后代入代数式进行计算即可得解.

【解答】解： $\because (x+3)^2$ 与 $|y-2|$ 互为相反数，

$$\therefore (x+3)^2 + |y-2| = 0,$$

$$\text{又 } \because (x+3)^2 \geq 0, |y-2| \geq 0,$$

$$\therefore x+3=0, y-2=0,$$

$$\text{解得 } x=-3, y=2,$$

$$\therefore x^y = (-3)^2 = 9.$$

故答案为： 9.

【点评】本题考查了非负数的性质：几个非负数的和为 0 时，这几个非负数都为 0.

17. **【分析】**根据当 $a \leq b$ 时，都有 $a \triangle b = a^2b$ ；当 $a > b$ 时，都有 $a \triangle b = ab^2$ ，可以计算出所求式子的值.

【解答】解： $\because 2 < 6$ ，

$$\therefore 2 \triangle 6$$

$$= 2^2 \times 6$$

$$= 4 \times 6$$

$$= 24,$$

$$\because -\frac{2}{3} > -3,$$

$$\therefore \left(-\frac{2}{3}\right) \triangle (-3)$$

$$= \left(-\frac{2}{3}\right) \times (-3)^2$$

$$= \left(-\frac{2}{3}\right) \times 9$$

$$= -6,$$

故答案为：24， -6 .

【点评】 本题考查有理数的混合运算、新定义，解答本题的关键是会运用新定义解决问题.

18. **【分析】** 先化简，再合并同类项，最后将 x 的系数化为 1，进而解决此题.

【解答】 解： $\because \frac{x}{1 \times 2} + \frac{x}{2 \times 3} + \frac{x}{3 \times 4} = 120,$

$$\therefore (1 - \frac{1}{2})x + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})x + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4})x = 120.$$

$$\therefore (1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4})x = 120.$$

$$\therefore \frac{3}{4}x = 120.$$

$$\therefore x = 160.$$

$$\because \frac{x}{1 \times 2} + \frac{x}{2 \times 3} + \dots + \frac{x}{n(n+1)} = 2021,$$

$$\therefore (1 - \frac{1}{2})x + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})x + \dots + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1})x = 2021.$$

$$\therefore (1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1})x = 2021.$$

$$\therefore \frac{n}{n+1}x = 2021.$$

$$\therefore x = \frac{2021(n+1)}{n}.$$

故答案为： $x = 160, x = \frac{2021(n+1)}{n}.$

【点评】 本题主要考查解一元一次方程，熟练掌握一元一次方程的解法是解决本题的关键.

三、计算题（每小题 4 分，共 16 分）

19. **【分析】** 先把算式化为省略加号的形式，再把正数、负数分别相加.

【解答】 解： 原式 $= -7 + 5 + 19 - 7$

$$= 5 + 19 - (7 + 7)$$

$$= 24 - 14$$

$$= 10.$$

【点评】 本题考查了有理数的加减，掌握加法、减法法则是解决本题的关键.

20. 【分析】原式先计算乘方运算，再计算乘除运算，最后算加减运算即可求出值.

【解答】解：原式 $= \frac{39}{18} - \frac{3}{2} \times \frac{1}{9} = \frac{13}{6} - \frac{1}{6} = 2$.

【点评】此题考查了有理数的混合运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

21. 【分析】根据乘法分配律和有理数的加减法可以解答本题.

【解答】解： $-18 \times (\frac{1}{2} - \frac{5}{6} + \frac{2}{3})$

$= -9 + 15 + (-12)$

$= -6$.

【点评】本题考查有理数的混合运算，解答本题的关键是明确有理数混合运算的计算方法.

22. 【分析】先去括号、绝对值后再从左向右进行计算.

【解答】解：原式 $= 2\frac{1}{2} + 2.5 + 1 - 1\frac{1}{2} = 6 - 1\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查了有理数的加减混合运算. 解题的关键是能灵活掌握去括号法则，并能求任何数的绝对值.

四、化简求值（每小题 4 分，共 12 分）

23. 【分析】先找出同类项，再合并同类项.

【解答】解：原式 $= 3a^2 - 4a^2 - 7a - 2a + 3 - 6$

$= -a^2 - 9a - 3$.

【点评】本题考查了合并同类项，掌握合并同类项法则是解决本题的关键.

24. 【分析】原式去括号整理后，将已知等式变形后代入计算即可求出值.

【解答】解： $(5a^2 + 2a - 1) - 2(a + a^2) = 5a^2 + 2a - 1 - 2a - 2a^2 = 3a^2 - 1$,

又 $\because a^2 - 1 = 0$,

$\therefore a^2 = 1$,

\therefore 原式 $= 3a^2 - 1 = 3 \times 1 - 1 = 2$.

【点评】此题考查了整式的加减—化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

25. 【分析】首先去括号，合并同类项，化简后，再根据条件可得 $x^2 - 2y = 5$ ，再代入求值即可.

【解答】解： $3(x^2 - 2xy) - (x^2 - 6xy) - 4y$,

$$= 3x^2 - 6xy - x^2 + 6xy - 4y,$$

$$= 2x^2 - 4y;$$

$$\because x^2 - 2y - 5 = 0,$$

$$\therefore x^2 - 2y = 5,$$

$$\text{原式} = 2(x^2 - 2y) = 2 \times 5 = 10.$$

【点评】此题主要考查了整式的化简求值，关键是正确把整式进行化简.

五、解方程（每小题 4 分，共 12 分）

26. **【分析】**通过去分母、移项、合并同类项、 x 的系数化为解决此题.

【解答】解： $\because -\frac{2}{3}x - 1 = 5,$

$$\therefore -2x - 3 = 15.$$

$$\therefore -2x = 18.$$

$$\therefore x = -9.$$

【点评】本题主要考查解一元一次方程，熟练掌握一元一次方程的解法是解决本题的关键.

27. **【分析】**这是一个带括号的方程，所以要先去括号，最后移项，化系数为 1，从而得到方程的解.

【解答】解：去括号得： $4x - 4 - 60 + 3x = 5x - 10,$

移项、合并同类项得： $2x = 54,$

系数化为 1 得： $x = 27.$

【点评】本题考查了解一元一次方程的步骤：去括号、移项、合并同类项和系数化为 1，在去括号时一定要注意：不要漏乘方程的每一项.

28. **【分析】**方程两边每一项都要乘各分母的最小公倍数 10，切勿漏乘不含有分母的项，另外分数线有两层意义，一方面它是除号，另一方面它又代表着括号，所以在去分母时，应该将分子用括号括上.

【解答】解：去分母得： $5(x - 3) - 2(4x + 1) = 10$

去括号得： $5x - 15 - 8x - 2 = 10$

合并得： $-3x = 27$

系数化为 1 得： $x = -9.$

【点评】注意在去分母时，应该将分子用括号括上，切勿漏乘不含有分母的项

六、探究题（每小题 5 分，共 10 分）

29. 【分析】（1）根据 $a \odot b = a(a+b) - 1$ ，可以求得题目中所求式子的值；

（2）根据题意只要写出一个符合要求的式子即可，这是一道开放性题目，答案不唯一.

【解答】解：（1） $\because a \odot b = a(a+b) - 1$,

$$\begin{aligned} &\therefore (-2) \odot 3\frac{1}{2} \\ &= (-2) \times [(-2) + 3\frac{1}{2}] - 1 \\ &= (-2) \times \frac{3}{2} - 1 \\ &= (-3) - 1 \\ &= -4; \end{aligned}$$

（2） $\because 5 \oplus 3 = 20$,

$$\therefore m \oplus n = 3m + 2 + n,$$

故答案为： $3m + 2 + n$.

【点评】本题考查有理数的混合运算，解答本题的关键是明确有理数混合运算的计算方法.

30. 【分析】（1）根据“理想数对”的运算法则进行计算判断；

（2）根据“理想数对”的运算法则列方程求解；

（3）先将原式进行去括号，合并同类项化简，然后利用“理想数对”的概念列式化简求得 m 与 n 的等量关系，从而利用整体思想代入求值.

【解答】解：（1）当 $a = 3$ ， $b = -12$ 时，

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} + \frac{-12}{4} &= \frac{6-12}{4} = -\frac{3}{2}, \\ \frac{3-12}{2+4} &= -\frac{3}{2}, \\ \therefore \frac{3}{2} + \frac{-12}{4} &= \frac{3-12}{2+4}, \end{aligned}$$

$\therefore \langle 3, -12 \rangle$ 是理想数对，

故答案为：是；

（2） $\because \langle 2, x \rangle$ 是“理想数对”，

$$\therefore \frac{2}{2} + \frac{x}{4} = \frac{2+x}{2+4},$$

解得： $x = -8$ ，

故答案为： -8 ；

$$\begin{aligned} (3) \text{ 原式} &= 3(9n - 4m - 8n + \frac{28}{3}m) - 4m - 16 \\ &= 27n - 12m - 24n + 28m - 4m - 16 \\ &= 12m + 3n - 16, \end{aligned}$$

$\therefore \langle m, n \rangle$ 是“理想数对”，

$$\therefore \frac{m}{2} + \frac{n}{4} = \frac{m+n}{2+4},$$

整理，得： $4m + n = 0$ ，

$$\begin{aligned} \therefore \text{原式} &= 3(4m + n) - 16 \\ &= 3 \times 0 - 16 \\ &= -16. \end{aligned}$$

【点评】 本题考查整式的加减——化简求值，理解新定义运算法则，掌握合并同类项（系数相加，字母及其指数不变）和去括号的运算法则（括号前面是“+”号，去掉“+”号和括号，括号里的各项不变号；括号前面是“-”号，去掉“-”号和括号，括号里的各项都变号）是解题关键。

七、解答题：（本大题共 3 道小题，第 1 小题 6 分，第 2 小题 7 分，第 3 小题 7 分，共 20 分）

31. **【分析】**（1）根据两点间的距离公式即可求出数轴上点 B 表示的数；

（2）先求出当 $t = 2$ 时， P 点对应的有理数为 $2 \times 2 = 4$ ， Q 点对应的有理数为 $6 + 1 \times 2 = 8$ ，再根据两点间的距离公式即可求出 PQ 的长；

（3）先求出当 $0 < t < 3$ 时， P 点对应的有理数为 $2t < 6$ ，再根据两点间的距离公式即可求出 AP 的长；

（4）由于 t 秒时， P 点对应的有理数为 $2t$ ， Q 点对应的有理数为 $6 + t$ ，根据两点间的距离公式得出 $PQ = |2t - (6 + t)| = |t - 6|$ ，根据 $PQ = \frac{1}{4}AB$ 列出方程，解方程即可求解。

【解答】解：（1） $6 + 8 = 14$ 。

故 数轴上点 B 表示的数是 14；

（2）当 $t = 2$ 时， P 点对应的有理数为 $2 \times 2 = 4$ ， Q 点对应的有理数为 $6 + 1 \times 2 = 8$ ，
 $8 - 4 = 4$ 。

故线段 PQ 的长是 4;

(3) 当 $0 < t < 3$ 时, P 点对应的有理数为 $2t < 6$,

故 $AP = 6 - 2t$;

(4) 根据题意可得:

$$|t - 6| = \frac{1}{4} \times 8,$$

解得: $t = 4$ 或 $t = 8$.

故 t 的值是 4 或 8.

故答案为: 14; 4; $6 - 2t$.

【点评】此题考查了一元一次方程的应用和数轴, 解题的关键是掌握点的移动与点所表示的数之间的关系, (4) 中解方程时要注意分两种情况进行讨论.

32. **【分析】**(1) ①将 x 的值代入求值.

②通过解一元一次方程解决此题.

(2) ①根据绝对值的性质解决此题.

②通过绝对值的意义解决此题.

【解答】解: (1) ①当 $x = -1$, $f(-1) = 2 \times (-1) - 3 = -5$.

故答案为: -5 .

②当 $f(x) = 7$, 则 $2x - 3 = 7$.

$\therefore x = 5$.

故答案为: 5.

(2) ①若 $g(x) = h(x)$, 则 $|x - 2| = |x + 3|$.

$\therefore x - 2 = x + 3$ 或 $x - 2 + x + 3 = 0$.

\therefore 当 $x - 2 = x + 3$, 此时 x 不存在;

当 $x - 2 + x + 3 = 0$, 此时 $x = -\frac{1}{2}$.

综上: 当 $x = -\frac{1}{2}$ 时, $g(x) = h(x)$.

② $\because g(x) = |x - 2|$, $h(x) = |x + 3|$,

$$\therefore g(x) + h(x) = |x - 2| + |x + 3|.$$

$\therefore |x - 2|$ 表示 x 在数轴上对应的点到 2 在数轴上对应的点的距离,

$|x + 3|$ 表示 x 在数轴上对应的点到 -3 在数轴上对应的点的距离,

\therefore 当 $-3 \leq x \leq 2$ 时, $g(x) + h(x) = |x - 2| + |x + 3|$ 取最小值 5.

【点评】 本题主要考查解一元一次方程、绝对值, 熟练掌握一元一次方程的解法、绝对值是解决本题的关键.

33. **【分析】** (1) 先求出一元一次方程 $3x - 2x - 102 = 0$ 的解, 再解出 $2y - 2 = 4$ 和 $|y| = 2$, 根据“友好方程”的定义判断即可;

(2) 解出 $|2y - 2| + 3 = 5$ 得解, 再解出 $x - \frac{2x - 2a}{3} = a + 1$ 的解是 $a + 3$, 分类讨论, 令 $x_0 + y_0 = 100$, 即可求出 a 的值;

(3) 先解出一元一次方程 $mx + 45n = 54m$ 的解, 再根据 $x_0 + y_0 = 100$ 表示出 y , 将 y 代入到方程 $2m|y - 49| + \frac{m(y - 1)}{45} = m + n$ 中化简即可.

【解答】 解: (1) $3x - 2x - 102 = 0$ 的解为 $x_0 = 102$,

方程 $2y - 2 = 4$ 的解是 $y = 3$, $x_0 + y_0 \neq 100$; 故不是“友好方程”;

方程 $|y| = 2$ 的解是 $y = 2$ 或 $y = -2$, 当 $y_0 = -2$ 时, $x_0 + y_0 = 100$, 故是“友好方程”,

故答案是: ②

(2) 方程 $|2y - 2| + 3 = 5$ 的解是 $y = 2$ 或 $y = 0$, 一元一次方程 $x - \frac{2x - 2a}{3} = a + 1$ 的解是 $x = a + 3$,

若 $y_0 = 0$, $x_0 + y_0 = 100$, 则 $a + 3 + 0 = 100$, 解得 $a = 97$;

若 $y_0 = 2$, $x_0 + y_0 = 100$, 则 $a + 3 + 2 = 100$, 解得 $a = 95$;

答: a 的值为 97 或 95.

(3) $mx + 45n = 54m$, 解得 $x = \frac{54m - 45n}{m} = 54 - \frac{45n}{m}$,

$\therefore x_0 + y_0 = 100$,

$\therefore y_0 = 100 - x = 100 - (54 - \frac{45n}{m}) = 46 + \frac{45n}{m}$;

$\therefore 2m|y - 49| + \frac{m(y - 1)}{45} = m + n$

$$\therefore 2m \left| 46 + \frac{45n}{m} - 49 \right| + \frac{45m + 45n}{45} = m + n ;$$

$$\therefore 2m \left| \frac{45n}{m} - 3 \right| + m + n = m + n ;$$

$$\text{即 } 2m \left| \frac{45n}{m} - 3 \right| = 0 .$$

\therefore 分母 m 不能为 0;

$$\therefore \frac{45n}{m} - 3 = 0, \text{ 即 } m = 15n ;$$

$$\therefore \frac{m+n}{n} = \frac{m}{n} + 1 = 16 ;$$

答: $\frac{m+n}{n}$ 的值为 16.

【点评】 本题考查解一元一次方程, 理解题目定义中的“友好方程”是解题的关键, 再通过解一元一次方程的方法求解.