2023 北京海淀初三(上)期中

数　　学

2023.11

学校_______姓名_________准考证号

注	1.本试卷共 7 页，共两部分，28 道题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
意	2.在试卷和答题纸上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
事	3.试题答案一律填涂或书写在答题纸上，在试卷上作答无效。
项	4.在答题纸上，选择题用 2B 铅笔作答，其他题用黑色字迹签字笔作答。

第一部分 选择题

一、选择题(共 16 分，每题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1.一元二次方程 $x^2+3x-1=0$ 的二次项系数、一次项系数和常数项分别是

(A)1，3，1　　(B)1，3，-1　　(C)0，-3，1　　(D)0，-3，-1

2.下列图形中，是中心对称图形的是

(A)　　(B)　　(C)　　(D)

3.已知点 $A(-1,y_1)$， $B(2,y_2)$ 在抛物线 $y=3x^2$ 上，则 y_1， y_2 的大小关系正确的是

(A $y_1<y_2$　　(B) $y_1=y_2$　　(C) $y_1>y_2$　　(D)不能确定

4.一元二次方程; $x^2-4x+3=0$ 经过配方变形为 $(x-2)^2=k$ ，则 k 的值是

(A)-3　　(B)-7　　(C)1　　(D)7

5.将抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 向下平移，关于平移前后的抛物线，下列说法正确的是

(A)开口方向改变　　(B)开口大小改变　　(C)对称轴不变　　(D)顶点位置不变

6.陀螺是一款常见跑玩具.图 1 为通过折纸制作的一种陀螺，图 2 为这种陀螺的示意图.若将图 2 中的图案绕点 O 旋转 $x°$ 可以与自身重合，则 x 的值可以是

(A)30　　(B)45

(C)60　　(D)105

图 1

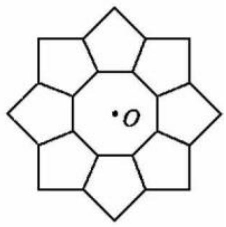
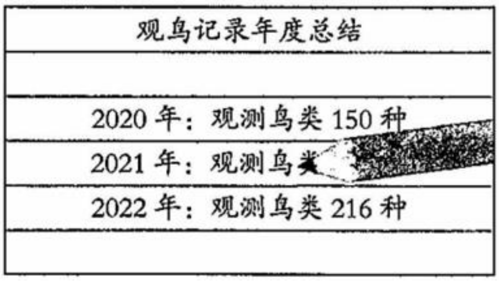


图 2

7.小明热爱研究鸟类，每年定期去北京各个湿地公园观鸟.从他的观鸟记录年度总结中摘取部分



观鸟记录年度总结

2020 年：观测鸟类 150 种

2021 年：观测鸟类

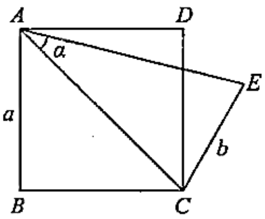
2022 年：观测鸟类 216 种

设小明从 2020 年到 2022 年观测鸟类种类数量的年平均增长率为 x，则下列方程正确的是

(A) $2\times150x=216$　　　　(B) $150x^2=216$

(C) $150+150x^2=216$　　　　(D) $150(1+x)^2=216$

8.如图，在正方形 $ABCD$ 中，AC 为对角线，将 AC 绕点 A 逆时针旋转 $\alpha(0°<\alpha\le90°)$，得到线段 AE，连接 CE.设 $AB=a$，$CE=b$，下列说法正确的是



(A)若 $\alpha=30°$，则 $b=\dfrac{1}{2}a$

(B)若 $\alpha=45°$，则 $b=\sqrt{2}a$

(C)若 $\alpha=60°$，则 $b=a$

(D)若 $\alpha=90°$，则 $b=2a$

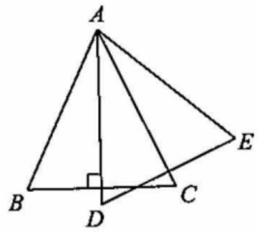
第二部分 非选择题

二、填空题(共 16 分，每题 2 分)

9.方程 $x^2-4=0$ 的解为____________.

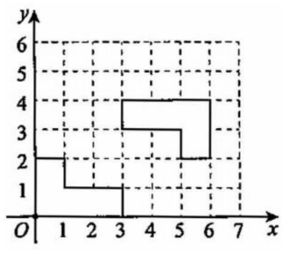
10.在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(3,4)$ 与点 B 关于原点对称，则点 B 的坐标是____________.

11.写出一个顶点在坐标原点，开口向下的抛物线的表达式____________.



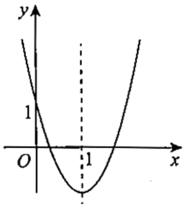
12.若关于 x 的一元二次方程 $x^2-2x+m=0$ 有两个相等的实数根，则实数 m 的值为____________.

13.如图，在△ABC 中，$AB=AC$，$\angle BAC=50°$，将△ABC 绕点 A 逆时针旋转到△ADE.若 $AD\perp BC$，则旋转角的度数是____________.

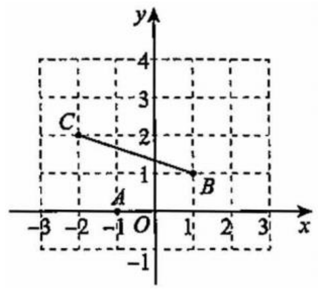


14.如图，在平面直角坐标系 xOy 中，以某点为中心，将右上方图形“”旋转到图中左下方的阴影位置，则旋转中心的坐标是____________.

15.如图，二次函数 $y=2(x-1)^2+k$ 的图象与 y 轴的交点坐标为(0，1)，若函数值 $y<1$，则自变量 x 的取值范围是______.



16.在平面直角坐标系 xOy 中，点 P 的坐标为$(m，n)$，称关于 x 的方程 $x^2+mx+n=0$ 为点 P 的对应方程.如图，点 $A(-1，0)$，点 $B(1，1)$，点 $C(-2，2)$.



给出下面三个结论：

①点 A 的对应方程有两个相等的实数根；

②在图示网格中，若点 $P(m,n)$(m,n 均为整数)的对应方程有两个相等的实数根，则满足条件的点 P 有 3 个；

③线段 BC 上任意点的对应方程都没有实数根.

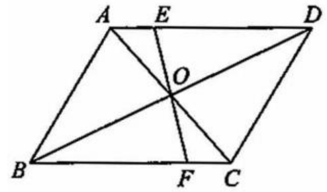
上述结论中，所有正确结论的序号是______.

三、解答题(共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.解方程：$x^2-6x+2=0$.

18.如图，▱$ABCD$ 的对角线 AC，BD 交于点 O，EF 过点 O 且分别与应 AD，BC 交于点 E，F.



(1)求证：$\Delta AOE\cong\Delta COF$；

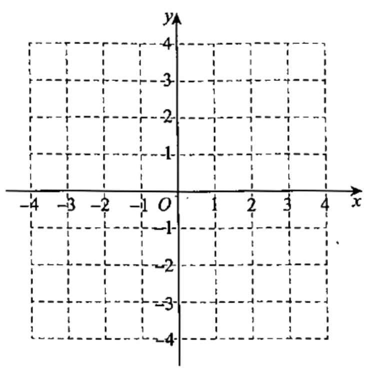
(2)记四边形 $ABFE$ 的面积为 S_1，▱$ABCD$ 的面积为 S_2，用等式表示 S_1 和 S_2 的关系.

19.已知 m 是方程 $x^2-x-2=0$ 的根，求代数式 $m(m-1)+5$ 的值.

20.已知二次函数 $y=x^2-2x$.

(1)在下图所示的平面直角坐标系中画出该二次函数的图象；

(2)点 $P(-2，7)$__________该函数的图象上(填“在”或“不在”).



21.已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+(m-1)x+m-2=0$.

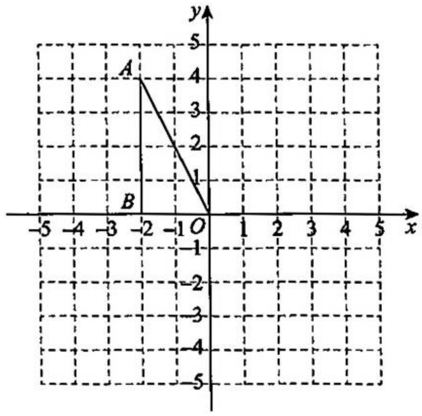
(1)求证：该方程总有两个实数根；

(2)若该方程有一个根是正数，求 m 的取值范围.

22.如图，在平面直角坐标系 xOy 中，$A(-2，4)$，$B(-2，0)$，将 ΔOAB 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\Delta OA'B'$(A'，B' 分别是 A，B 的对应点).

(1)在图中画出 $\Delta OA'B'$，点 A' 的坐标为____________;

(2)若点 $M(m，2)$ 位于 ΔOAB 内(不含边界)，点 M' 为点 M 绕原点 O 顺时针旋转 90° 的对应点，直接写出 M' 的纵坐标 n 的取值范围.



23.阅读下面的材料并完成解答.

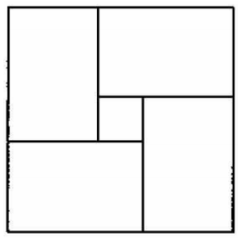
《田亩比类乘除捷法》是我国南宋数学家杨辉的著作，其中记载了这样一个数学问题：“直田积八百六十四步，只云长阔共六十步，欲先求阔步，得几何？”意思是：一块矩形田地的面积为 864 平方步，只知道它的长与宽之和为 60 步，问它的宽是多少步？书中记载了这个问题的几何解法：

①将四个完全相同的面积为 864 平方步的矩形，按如图所示的方式拼成一个大正方形，则大正方形的边长为____________步;

②中间小正方形的面积为______平方步;

③若设矩形田地的宽为 x 步，则小正方形的面积可用含 x 的代数式表示为_____;

④由②③可得关于 x 的方程________，进而解得矩形田地的宽为 24 步.



24.在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象经过点(1，0)，(3，0).

(1)求该二次函数的解析式;

(2)当 $x>3$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=x+n$ 的值小于二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的值，直接写出 n 的取值范围.

25.在投掷实心球时，球以一定的速度斜向上抛出，不计空气阻力，在空中划过的运动路线可以看作是抛物线的一部分.如图，建立平面直角坐标系 xOy，实心球从出手到落地的过程中，它的竖直高度 y(单位：m)与水平距离 x(单位：m)近似满足二次函数关系，记出手点与着陆点的水平距离为投掷距离.

(1)小刚第一次投掷时水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下:

水平距离 x/m	0	1	2	3	4
竖直高度 y/m	1.6	2.1	2.4	2.5	2.4

①根据上述数据，实心球运行的竖直高度的最大值为____m;

②求小刚第一次的投掷距离；

(2)已知第二次投掷出手点竖直高度与第一次相同，且实心球达到最高点时水平距离与第一次也相同.若小刚第二次投掷距离比第一次远，则实心球第二次运行过程中竖直高度的最大值比第一次_____(填“大”或“小”).

26.已知二次函数 $y=\frac{1}{2}x^2+bx+1$.

(1)若 $b=-1$，求该二次函数图象的对称轴及最小值；

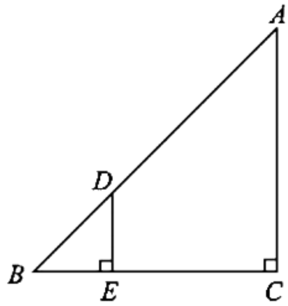
(2)若对于任意的 $0\le x\le 2$，都有 $y\ge -1$，求 b 的取值范围.

27.如图，在 ΔABC 中，$AC=BC$，$\angle ACB=90°$，点 D 在 AB 上($BD<AD$)，过点 D 作 $DE\perp BC$ 于点 E，连接 AE，将线段 EA 绕点 E 顺时针旋转 90°，得到线段 EF，连接 DF.

(1)依题意补全图形；

(2)求证：$FD=AB$；

(3)DF 交 BC 于点 G，用等式表示线段 CE 和 FG 的数量关系，并证明.



28.在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 M 不与原点重合.对于点 P 给出如下定义：点 P 关于点 M 的对称点为 P'，点 P 关于直线 OM 的对称点为 Q，称点 Q 是点 P 关于点 M 的“转称点”.

(1)如图，已知点 $M(t,0)$，$P(t+1,1)$，点 Q 是点 P 关于点 M 的“转称点”.

①当 $t=2$ 时，在图中画出点 Q 的位置，并直接写出点 Q 的坐标；

②PQ 的长度是否与 t 有关？若无关，求 PQ 的长；若有关，说明理由；

(2)已知点 A(3，4)，ΔABC 是边长为 2 的等边三角形(点 A，B，C 按逆时针方向排列)，点 N 是点 B 关于点 C 的“转称点”，在 ΔABC 绕点 A 旋转的过程中，当 BN 最大时，直接写出此时 OB 的长.

海淀区九年级第一学期期中练习

数学试卷答案

第一部分 选择题

一、选择题 （共 16 分，每题 2 分）

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8
答 案	B	D	A	C	C	B	D	D

第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．$x_1=-2,\ x_2=2$

10．$(-3,-4)$

11．$y=-x^2$ （答案不唯一）

12．1

13．$25°$

14．$(3, 2)$

15．$0<x<2$

16．②③ （错选不得分，少选给 1 分）

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22-23 题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．解：移项，得

$$x^2-6x=-2.$$

配方，得

$$(x-3)^2=7.$$

由此可得

$$x-3=\pm\sqrt{7}.$$

方程的解为

$$x_1=\sqrt{7}+3, x_2=-\sqrt{7}+3.$$

18．（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

∴ $AD \parallel BC$， $AO = CO$．

∴ $\angle EAO = \angle FCO$．

在△ AOE 和△ COF 中

$$\begin{cases} \angle EAO = \angle FCO, \\ AO = CO, \\ \angle AOE = \angle COF, \end{cases}$$

∴△ $AOE \cong$ △ COF ．

（2）$S_1 = \dfrac{1}{2} S_2$．

19．解：∵ m 是方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 的根，

∴ $m^2 - m - 2 = 0$，即 $m^2 - m = 2$．

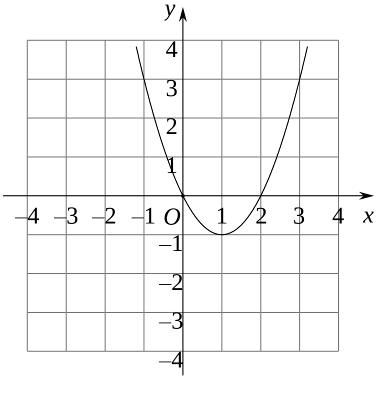
∴原式 $= m^2 - m + 5$

$= 2 + 5 = 7$．

20．（1）列表：

x	…	-1	0	1	2	3	…
y	…	3	0	-1	0	3	…

描点画图：



（2）不在．

21. 方法一：（1）证明：∵ $\Delta=(m-1)^2-4(m-2)$

$=(m-3)^2\geq 0$.

∴方程总有两个实数根.

（2）解：由求根公式，解得 $x_1=-1, x_2=-m+2$.

∵方程总有一个根是正数，

∴ $-m+2>0$.

∴ $m<2$.

方法二：（1）证明：由题意，方程可化为 $(x+m-2)(x+1)=0$，

解得 $x_1=-1, x_2=-m+2$.

∴方程总有两个实数根.

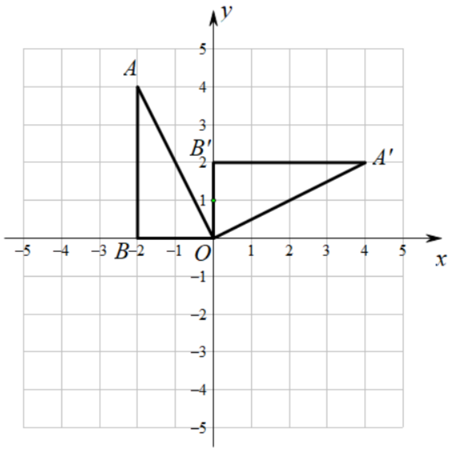
（2）解：由（1）得，方程的根为 $x_1=-1, x_2=-m+2$.

∵方程总有一个根是正数，

∴ $-m+2>0$.

∴ $m<2$.

22.（1）$\triangle OA'B'$ 如图所示.



点 A' 的坐标为 $(4, 2)$.

（2）$1<n<2$.

23． 60；

144；

$(60-2x)^2$；

$(60-2x)^2=144$．

24．（1）解：把 $(1,0)$，$(3,0)$ 代入二次函数解析式得：

$$\begin{cases}1+b+c=0,\\9+3b+c=0.\end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases}b=-4,\\c=3.\end{cases}$$

∴二次函数的解析式为 $y=x^2-4x+3$．

（2）$n\le -3$．

25．（1） ① 2.5；

② 解：由题意可知，抛物线的顶点为 $(3,2.5)$．

∴ 设抛物线为 $y=a(x-3)^2+2.5\ (a\ne 0)$．

∵ 当 x＝0 时，y＝1.6，

∴ $1.6=a(0-3)^2+2.5$，解得 $a=-0.1$．

∴ 抛物线为 $y=-0.1(x-3)^2+2.5$．

令 $y=0$ 得 $0=-0.1(x-3)^2+2.5$，

解得 $x_1=-2$（舍），$x_2=8$．

故小刚第一次投掷的距离为 8m.

（2）小.

26. （1）解：当$b=-1$时，

∵ $a=\frac{1}{2}$，

∴ $-\frac{b}{2a}=-\frac{-1}{1}=1$．

∴对称轴为直线$x=1$．

当$x=1$时，$y=\frac{1}{2}-1+1=\frac{1}{2}$，

∴函数的最小值为$\frac{1}{2}$．

（2）解：二次函数图象的对称轴为直线$x=-\frac{b}{2a}=-b$，

当$x\le -b$时，y随x增大而减小，

当$x\ge -b$时，y随x增大而增大.

① 当$-b>2$即$b<-2$时，

当$x=2$时，$y=3+2b<-1$,

不合题意；

② 当$0\le -b\le 2$即$-2\le b\le 0$时，

当$x=-b$时，函数值y取得最小值，此时$y=1-\frac{b^2}{2}$，

∵ $-2\le b\le 0$，

∴ $0\le b^2\le 4$．

∴ $1-\frac{b^2}{2}\ge -1$．

∴ $y\ge -1$．

∴当$-2\le b\le 0$时，符合题意.

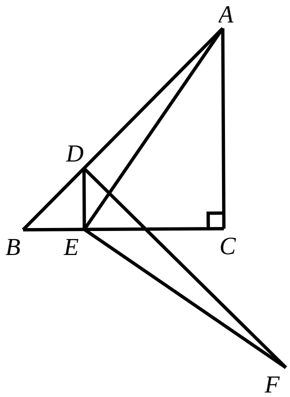
③ 当$-b<0$即$b>0$时，

当$x=0$时，函数值y取得最小值，此时$y=1$；

$1\ge -1$，显然成立;

综上，b的取值范围是$b\ge -2$．

27.（1）解：补全图形如下：



（2）证明：∵ $\angle ACB = 90^\circ$， $AC = BC$，

∴ $\angle B = 45^\circ$.

∵ $DE \perp BC$，

∴ $\angle DEB = \angle DEC = 90^\circ$.

∴ $\angle BDE = 45^\circ$.

∴ $DE = BE$.

∵ EA 绕点 E 顺时针旋转 90°，得到线段 EF，

∴ $EA = EF$， $\angle AEF = 90^\circ$.

∴ $\angle AEB = \angle BED + \angle AED = \angle AEF + \angle AED = \angle FED$.

在△ BAE 和△ DFE 中，

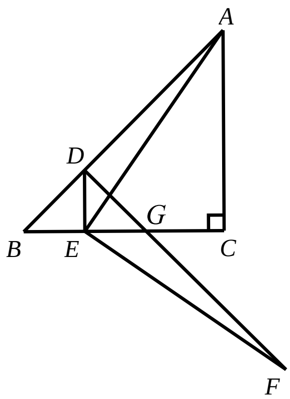
$$\begin{cases} BE = DE, \\ \angle AEB = \angle FED, \\ EA = EF, \end{cases}$$

∴△ BAE ≌△ DFE.

∴ $FD = AB$.

（3） $FG = \sqrt{2}CE$.

证明：∵△ BAE ≌△ DFE，



∴ $\angle EDF = \angle B = 45^\circ$.

∴ $\angle EGD = 45^\circ$.

∴ $\angle EGD = \angle B$.

∴ $BD = DG$.

∵ $AB = FD$，

∴ $AB - BD = FD - DG$.

即 $AD = FG$.

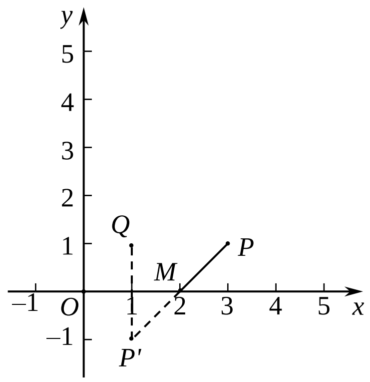
在等腰直角△ ABC 中， $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{2}BC$，

同理，在等腰直角△ BDE 中， $BD = \sqrt{2}BE$，

∴ $AD = AB - BD = \sqrt{2}BC - \sqrt{2}BE = \sqrt{2}(BC - BE)$.

即 $FG = \sqrt{2}CE$.

28. （1）① 点 Q 的位置如图所示：

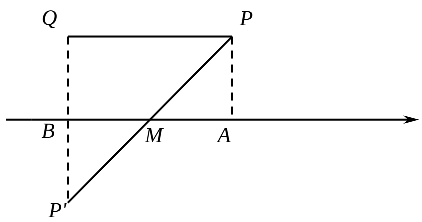


点 $Q(1,1)$.

② PQ 的长度与 t 无关.

如图所示，作出点 P' ， Q ，

过点 P 和点 P' 向 x 轴作垂线，垂足分别为 A ， B ，连接 PQ .



由题意， $PM=P'M$.

易证△ PMA≌△ $P'MB$.

∴ $PA=P'B=1$， $AM=BM=1$.

方法一：可得 P' 的坐标为 $P'(t-1,-1)$ ，

∵点 Q 与点 P' 关于 x 轴对称，

∴ $Q(t-1,1)$.

∴ $PQ=(t+1)-(t-1)=2$.

方法二：∵点 Q 与点 P' 关于 x 轴对称，

∴ $QB=P'B$.

又∵ $PM=P'M$ ，

∴ BM 是△ $P'QP$ 的中位线.

∴ $PQ=2BM=2$.

（2） $\sqrt{22}-1$ 或 $\sqrt{22}+1$.