北京交大附中 2023－2024 学年第一学期期中练习

初 二 数 学

命题人：初二数学组　　　　审题人：初二数学组　　　　2023.10

说明：本试卷共 6 页，共 100 分，考试时长 90 分钟.

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）每题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1．在以下绿色食品、回收、节能、节水四个标志中，是轴对称图形的是（　　）


A.


B.

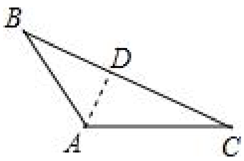

C.


D.

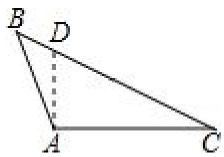
2．下列运算结果不是 m^4 的是（　　）

A．$\left(-m^2\right)^2$　　B．$m \cdot m^3$　　C．m^2+m^2　　D．$m^6 \div m^2$

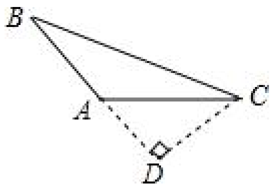
3．画△*ABC* 中 *AC* 边上的高，下列四个画法中正确的是（　　）



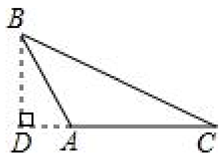
A.



B.

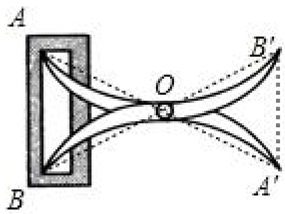


C.



D.

4．如图，将两根钢条 *AA*'、*BB*'的中点 *O* 连在一起，使 *AA*'、*BB*'可以绕着点 *O* 自由旋转，就做成了一个测量工件，则 *A*'*B*'的长等于内槽宽 *AB*，那么判定△*OAB*≌△*OA*'*B*'的理由是（　　）



A．*SSS*　　B．*SAS*　　C．*AAS*　　D．*ASA*

5．下列因式分解正确的是（　　）

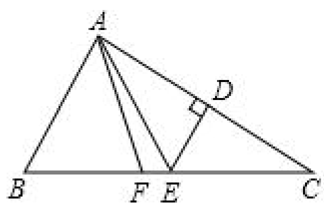
A．$4x^2-4xy+1=(2x+1)^2$　　B．$x^2-25y^2=(x-25y)(x+25y)$

C．$x^2-2xy=x(x-2y)$　　D．$x^2+x-2=x(x+1)-2$

6．已知等腰三角形的两条边长分别为 2 和 5，则它的周长为（　　）

A．9　　B．12　　C．9 或 12　　D．5

7．如图，在△*ABC* 中，*AF* 平分∠*BAC*，*AC* 的垂直平分线 *DE* 交 *BC* 于点 *E*，交 *AC* 于点 *D*，∠*B*＝70°，∠*C*＝30°，则∠*FAE* 的度数为（　　）



A．10°　　B．15°　　C．20°　　D．30°

8．已知一个等腰三角形一内角的度数为$80°$，则这个等腰三角形底角的度数为（　　）

A．100°　　B．80°　　C．20°或80°　　D．50°或80°

9．要使多项式$(x-m)(x-n)$不含x的一次项，则（　　）

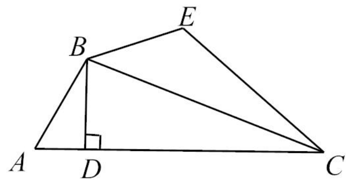
A．$m=n$　　B．$m+n=0$　　C．$mn=1$　　D．$m-n=0$

10．如图，$AB=BE$，$\angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABE$，$BD\perp AC$，下列结论正确的有（　　）

①BC平分$\angle DCE$；　②$\angle ABE+\angle ECD=180°$；

③$AC=2BE+CE$；　④$AC=2CD-CE$.

A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

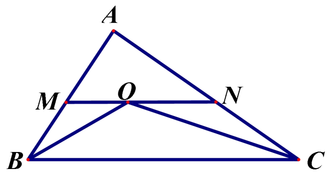


二、填空题（本题共18分，每小题3分）

11．$(\pi-3)^0=$________.

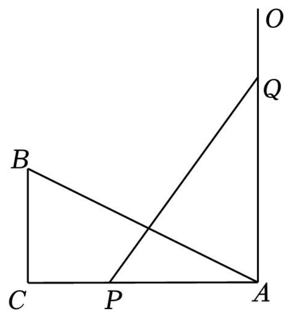
12．已知$a^m=3$，$a^n=2$，则$a^{m+3n}=$________.

13．如图，在△ABC中，AB=4，AC=6，∠ABC和∠ACB的平分线交于O点，过点O作BC的平行线交AB于M点，交AC于N点，则△AMN的周长为________________.



14．如果$x^2+kxy+16y^2$是一个完全平方式，那么k的值是_________.

15．如图，在Rt△ABC中，∠C=90°，AC=16cm，BC=8cm，线段PQ=AB，P，Q两点分别在AC和过点A且垂直于AC的射线AO上运动，点P从点A运动到点C，点P的运动速度为每秒钟2cm，当运动时间为__________秒时，△ABC和△PQA全等.



16．数学活动课上，老师准备了若干个如图1的三种纸片，A种纸片是边长为a的正方形，B种纸片是边长为b的正方形，C种纸片是长为a、宽为b的长方形，并用A种纸片一张，B种纸片一张，C种纸片两张拼成如图2的大正方形.

（1）观察图2的面积关系，写出正确的等式：______________________________；

（2）两个正方形$ABCD$，$AEFG$如图3摆放，边长分别为x，y．若$x^2+y^2=34$，BE=2，则图中阴影部分面积和为____________.

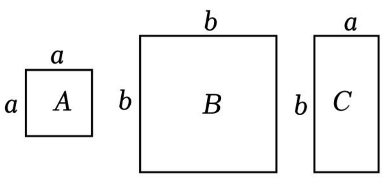


图1

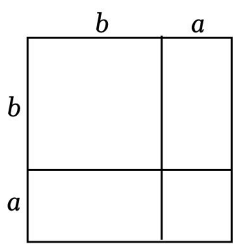


图2

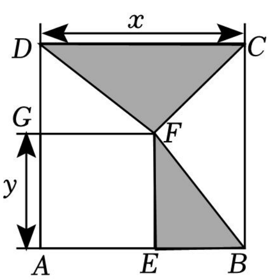


图3

三、解答题（本大题共 52 分，第 17 题每小题 3 分共 6 分，第 18 题（1）2 分，第 18 题（2）4 分，19-21 每题 4 分，22 题 5 分，23 题 4 分，第 24-25 每题 6 分，第 27 题 7 分）

17．因式分解：（1）x^2y-y；　　　　（2）$2ax^2-12ax+18a$．

18．计算：（1）$\left(-4a^2+12a^3b\right)\div\left(-4a^2\right)$；　　　　（2）$(x-2y)^2-(x+y)(x-y)$．

19．已知 $x^2-5x+3=0$，求 $(x-4)(3x+1)-x(x-1)+1$ 的值．

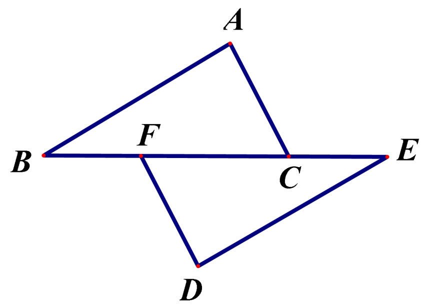
20．如图，点 B、F、C、E 在一条直线上，$BF=CE$，$AC=DF$．请你在下列条件：

①$\angle B=\angle E$；②$\angle ACB=\angle DFE$；③$AB=DE$；④$AC\,//\,DF$ 中，

选择一个条件证明：$\angle A=\angle D$．

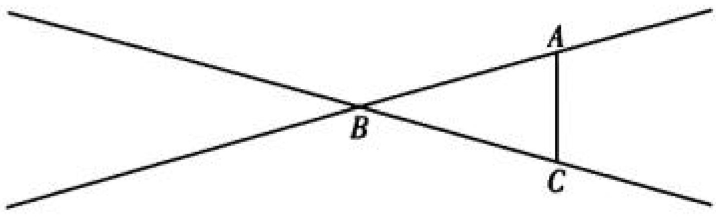
你选的条件的序号是________________．

证明：



21．《淮南子•天文训》中记载了一种确定东西方向的方法，大意是：日出时，在地面上点 A 处立一根杆，在地面上沿着杆的影子的方向取一点 B，使 B，A 两点间的距离为 10 步（步是古代的一种长度单位），在点 B 处立一根杆；日落时，在地面上沿着点 B 处的杆的影子的方向取一点 C，使 C，B 两点间的距离为 10 步，在点 C 处立一根杆．取 CA 的中点 D，那么直线 DB 表示的方向为东西方向．

（1）上述方法中，杆在地面上的影子所在直线及点 A，B，C 的位置如图所示．使用直尺和圆规，在图中作 CA 的中点 D（保留作图痕迹）；



（2）在如图中，确定了直线 DB 表示的方向为东西方向．根据南北方向与东西方向互相垂直，可以判断直线 CA 表示的方向为南北方向，完成如下证明．

证明：在△ABC 中，$BA=$______，D 是 CA 的中点，

∴$CA\perp DB$（______________________）（填推理的依据）．

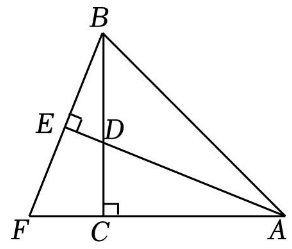
∵直线 DB 表示的方向为东西方向，

∴直线 CA 表示的方向为南北方向．

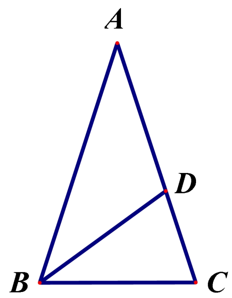
22．如图所示，BC、AE 是锐角△ABF 的高，相交于点 D，若 AD＝BF，

（1）求证：△ABC 为等腰直角三角形；

（2）若 AF＝7，CF＝2，求 BD 的长．



23．如图，在△ABC 中，若 $AB=AC$，点 D 在 AC 上，且 $BD=BC=AD$，求∠A 的度数．



24．配方法是数学中重要的一种思想方法．它是指将一个式子的某一部分通过恒等变形化为完全平方式或几个完全平方式的和的方法．这种方法常被用到代数式的变形中，并结合非负数的意义来解决一些问题．

例如，把二次三项式 x^2-2x+3 进行配方．

解：$x^2-2x+3=x^2-2x+1+2=\left(x^2-2x+1\right)+2=\left(x-1\right)^2+2$

我们定义：一个整数能表示成 a^2+b^2（a，b 是整数）的形式，则称这个数为“完美数”．例如，5 是“完美数”．理由：因为 $5=2^2+1^2$.再如，$M=x^2+2xy+2y^2=\left(x+y\right)^2+y^2$（$x$，$y$ 是整数），所以 M 也是“完美数”.

解决问题：

（1）请你再写一个小于 16 的“完美数”______；并判断 40 是否为“完美数”______；

（2）若二次三项式 x^2-4x+5（x 是整数）是“完美数”，可配方成 $\left(x-m\right)^2+n$（m，n 为常数），则 mn 的值为 _______；

探究问题：

已知 $S=x^2+4y^2+4x-12y+k$（x，y 是整数，k 是常数），要使 S 为“完美数”，则符合条件的 k 值为_______；

拓展结论：已知实数 x，y 满足 $-x^2+3x+y-5=0$，求 $x+y$ 的最小值．

25．在等腰△ABC 中，$AB=AC$，点 D 是 BC 边上的一个动点（点 D 不与点 B，C 重合），连接 AD，作等腰△ADE，使 $AD=AE$，$\angle DAE=\angle BAC$，点 D，E 在直线 AC 两旁，连接 CE.

（1）如图 1，当$\angle BAC=90°$ 时，判断 BC 与 CE 的位置关系，并证明你的结论；

（2）如图 2，当 $0°<\angle BAC<90°$ 时，过点 A 作 $AF\perp CE$ 于点 F，请你在图 2 中补全图形，用等式表示线段 BD，CD，$2EF$ 之间的数量关系，不用证明.

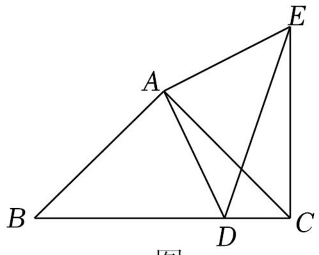


图1

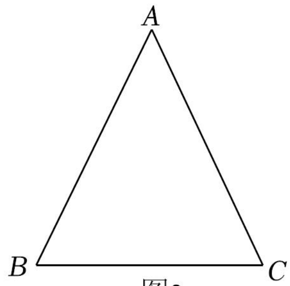
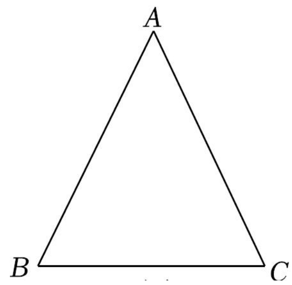
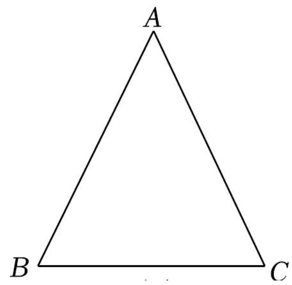


图2



备用图



备用图

26．在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 为过点 $M(m,0)$ 且与 x 轴垂直的直线．对某图形上的点 $P(a,b)$ 作如下变换：当 $b\ge|m|$ 时，作出点 P 关于直线 l 的对称点 P_1，称为 $\mathrm{I}(m)$ 变换；当 $b<|m|$ 时，作出点 P 关于 x 轴的对称点 P_2，称为 $\mathrm{II}(m)$ 变换．若某个图形上既有点作了 $\mathrm{I}(m)$ 变换，又有点作了 $\mathrm{II}(m)$ 变换，我们就称该图形为 m- 双变换图形．

例如，已知 $A(1,3)$，$B(2,-1)$，如图 1 所示，当 $m=2$ 时，点 A 应作 $\mathrm{I}(2)$ 变换，变换后 A_1 的坐标是 $(3,3)$；点 B 作 $\mathrm{II}(2)$ 变换，变换后 B_1 的坐标是 $(2,1)$．

请解决下面的问题：

（1）当 $m=0$ 时，

①已知点 P 的坐标是 $(-1,1)$，则点 P 作相应变换后的点的坐标是________；

②若点 $P(a,b)$ 作相应变换后的点的坐标为 $(-1,2)$，求点 P 的坐标；

（2）已知点 $C(-1,5)$，$D(-4,2)$，

①若线段 CD 是 m- 双变换图形，则 m 的取值范围是________________；

②已知点 $E(m,m)$ 在第一象限，若 $\triangle CDE$ 及其内部（点 E 除外）组成的图形是 m- 双变换图形，且变换后所得图形记为 G，直接写出所有图形 G 所覆盖的区域的面积．

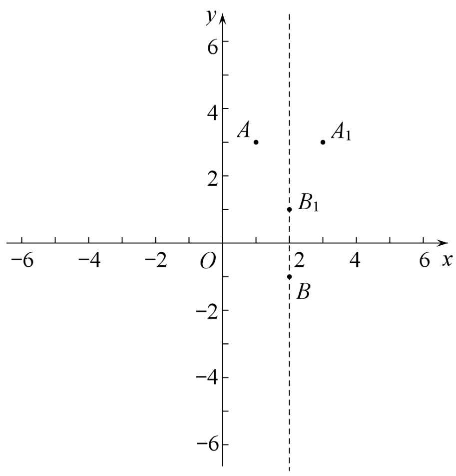
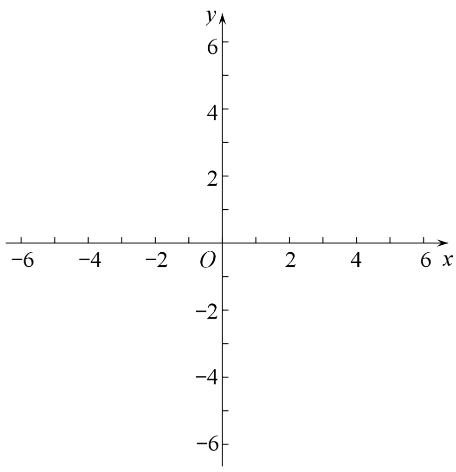


图 1



备用图

交大附中 2023－2024 学年第一学期期中练习

初 二 数 学 答 案

命题人：初二数学组　　　　　　　　　　　　　　　　2023.10

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）每题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1．A　2．C　3．D　4．B　5．C　6．B　7．A　8．D　9．B　10．C

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11．1　12．24　13．10　14．±8（只有一个答案且正确给 2 分，有错误答案不给分）

15．4 或 8（只有一个答案且正确给 2 分，有错误答案不给分）

16．$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$；8.（第 1 个空 2 分，第 2 个空 1 分）

三、解答题（本大题共 52 分，第 17 题每小题 3 分共 6 分，第 18 题（1）2 分，第 18 题（2）4 分，19-21 每题 4 分，22 题 5 分，23 题 4 分，第 24-25 每题 6 分，第 27 题 7 分）

17．解：（1）原式$=y(x^2-1)$……………………………………1 分

$=y(x+1)(x-1)$；……………………………………3 分

（2）原式$=2a(x^2-6x+9)$……………………………………1 分

$=2a(x-3)^2$. ……………………………………3 分

18．解：（1）$(-4a^2+12a^3b)\div(-4a^2)=1-3ab$. ……………………………………2 分

（2）$(x-2y)^2-(x+y)(x-y)$

$=x^2-4xy+4y^2-(x^2-y^2)$……………………………………2 分

$=x^2-4xy+4y^2-x^2+y^2$……………………………………3 分

$=-4xy+5y^2$……………………………………4 分

19．解：原式$=3x^2-11x-4-(x^2-x)+1$

$=3x^2-11x-4-x^2+x+1$……………………………………2 分

$=2x^2-10x-3$……………………………………3 分

$\because x^2-5x=-3$

$\therefore 2x^2-10x=-6$

∴原式= -6 -3= -9……………………………………4 分

20．（1）②③④均可……………………………………1 分

（2）答案不惟一． 如添加条件②$\angle ACB=\angle DFE$.

证明：∵$BF=EC$，

∴$BF+CF=EC+CF$.

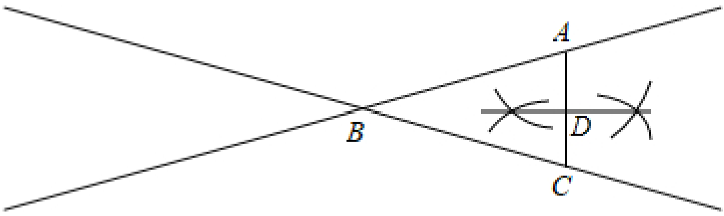
∴$BC=EF$． ……………………………………………………..2 分

∵$AC=DF$，$\angle ACB=\angle DFE$，

∴$\triangle ABC\cong\triangle DEF$………………………………………………..3 分

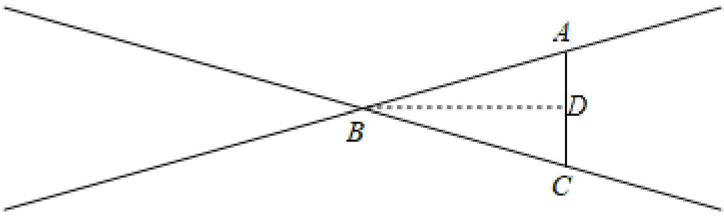
∴$\angle A=\angle D$. ……………………………………………..4 分

21．解：（1）如图，点 D 即为所求．



……………………………………..2 分

（2）如图，连接 BD．



在$\triangle ABC$ 中，$BA=BC$，D 是 CA 的中点，……………………………………..3 分

∴$CA\perp DB$（等腰三角形“三线合一”），……………………………………..4 分

∵直线 DB 表示的方向为东西方向，

∴直线 CA 表示的方向为南北方向．

22．解：（1）∵BC、AE 是锐角$\triangle ABF$ 的高，

∴$\angle BCF=\angle ACD=\angle AEF=90°$ ，

∴$\angle F+\angle CAD=\angle F+\angle CBF=90°$ ，

∴$\angle CBF=\angle CAD$，……………………………………..1 分

在$\triangle BCF$ 和$\triangle ACD$ 中，

$$\begin{cases}\angle BCF=\angle ACD\\ \angle CBF=\angle CAD\\ BF=AD\end{cases},$$

∴$\triangle BCF\cong\triangle ACD$（$AAS$），……………………………………..2 分

∴$BC=AC$

∴$\triangle ABC$ 为等腰直角三角形……………………………………..3 分

（2）∵$\triangle BCF\cong\triangle ACD$

∴$CD=CF=2$，$BC=AC=AF-CF=5$，……………………………………..4 分

$\therefore BD=BC-CD=5-2=3$. ……………………………………..5 分

23．解：设 $\angle A=\alpha$

$\because AD=BD$

$\therefore \angle A=\angle ABD=\alpha$ ……………………………………..1 分（推出等边对等角就给分，没有设参不扣分）

$\because BC=BD$

$\therefore \angle C=\angle BDC=2\alpha$ ……………………………………..2 分（推出等边对等角就给分，没有设参不扣分）

$\because AB=AC$

$\therefore \angle C=\angle ABC=2\alpha$ ……………………………………..3 分（推出等边对等角就给分，没有设参不扣分）

$\because \angle A+\angle ABC+\angle C=180°$

$\therefore 5\alpha=180°$

$\alpha=36°$

$\therefore \angle A=36°$ ……………………………………..4 分

24．解：解决问题：

（1）10（答案不唯一 ）……………..1 分　　是……………………………..2 分

（2）2；……………………………..3 分

探究问题：13；……………………………………..4 分

拓展结论：$\because -x^2+3x+y-5=0$，

$\therefore x+y=x^2-2x+5=(x-1)^2+4\geqslant 4$；……………………………………..5 分

$\therefore$ 当 $x=1$ 时，$x+y$ 最小，最小值为 4．……………………………………..6 分

25．解：（1）$BC\perp CE$．……………………………………..1 分

理由如下：

$\because AB=AC$，$\angle BAC=90°=\angle DAE$，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB=45°$，$\angle BAD=\angle CAE$，

在△ABD 和△ACE 中，

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAE, \\ AD=AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD\cong\triangle ACE$（$SAS$），……………………………………2 分

$\therefore \angle ABD=\angle ACE=45°$，

$\therefore \angle BCE=90°$，

$\therefore BC\perp CE$；……………………………………..3 分

（2）解：如图，（画出一幅图就给分）……………………………………..4 分

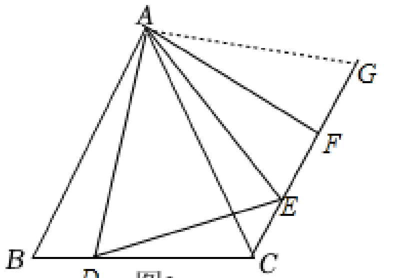
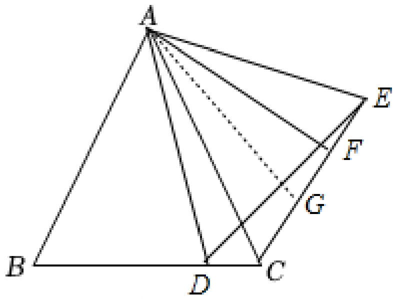


图2

当 BD≤CD 时，CD - BD＝2EF，……………………………………..5 分

当 BD＞CD 时，BD - CD＝2EF．……………………………………..6 分



26．（1）① $(1,1)$ ………………………1 分

② 解：$\because m=0$，

$\therefore$ 直线 l 为 y 轴.

若 $b\geq 0$，则 $P(a,b)$ 作 I(0) 变换，变换后的点为 $(-a,b)$，

$\therefore \begin{cases} -a=-1, \\ b=2. \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} a=1, \\ b=2. \end{cases}$ 且符合题意.

$\therefore P(1,2)$．　　（一种情况对，就给 2 分，第 2 种情况给 1 分）……………3 分

若 $b<0$，则 $P(a,b)$ 作 II(0) 变换，变换后的点为 $(a,-b)$，

$\therefore \begin{cases} a=-1, \\ -b=2. \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} a=-1, \\ b=-2. \end{cases}$ 且符合题意.

$\therefore P(-1,-2)$．………………………4 分

综上，$P(1,2)$ 或 $P(-1,-2)$．

（2）① $-5 \le m < -2$ 或 $2 < m \le 5$ ……………………….6 分

② 36 ……………………….7 分