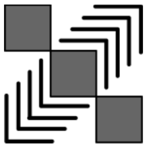
2023 北京东直门中学初三（上）第一次月考

数　　学

（考试时长：120 分钟）

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1 ~ 8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

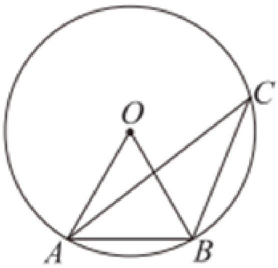
1. 下列图形中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）

A. 　　B. 　　C. 　　D. 

2. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2-3x+a=0$ 的一个根为 1，则 a 的值为（　　）

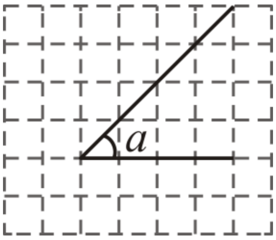
A. 2　　B. 3　　C. -2　　D. -1

3. 如图，点 A，B，C 在 $\odot O$ 上，$\triangle OAB$ 是等边三角形，则 $\angle ACB$ 的大小为（　）



A. 60°　　B. 40°　　C. 30°　　D. 20°

4. 如图所示的正方形网格中有 $\angle\alpha$，则 $\sin\alpha$ 的值是（　　）

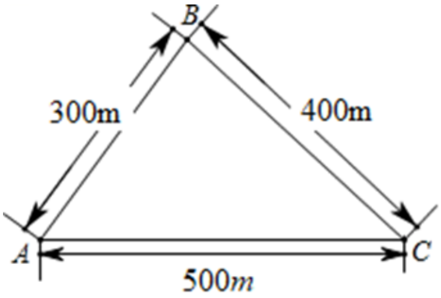


A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. 1

5. 将一元二次方程 $x^2-8x+10=0$ 通过配方转化为 $\left(x+a\right)^2=b$ 的形式，下列结果中正确的是（　）

A. $\left(x-4\right)^2=6$　　B. $\left(x-8\right)^2=6$　　C. $\left(x-4\right)^2=-6$　　D. $\left(x-8\right)^2=54$

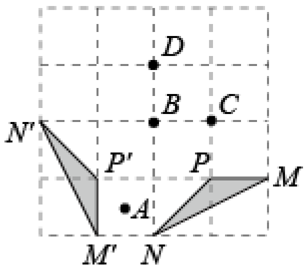
6. 如图，A，B，C 是某社区的三栋楼，若在 AC 中点 D 处建一个 $5G$ 基站，其覆盖半径为 300m，则这三栋楼中在该 $5G$ 基站覆盖范围内的是（ ）



A. A，B，C都不在　　B. 只有B

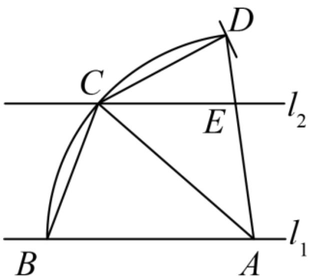
C. 只有A，C　　D. A，B，C

7. 如图，在正方形网格中，$\triangle MPN$绕某一点旋转某一角度得到$\triangle M'P'N'$，则旋转中心可能是（　）



A. 点A　　B. 点B　　C. 点C　　D. 点D

8. 如图，直线$l_1 \parallel l_2$，点A在直线l_1上，以点A为圆心，适当长度为半径画弧，分别交直线l_1，l_2于B，C两点，以点C为圆心，CB长为半径画弧，与前弧交于点D（不与点B重合），连接AC，AD，BC，CD，其中AD交l_2于点E．若$\angle ECA=40^\circ$，则下列结论：①$\angle ABC=70^\circ$；②$\angle BAD=80^\circ$；③$CE=CD$；④$CE=AE$，正确的是（　）



A. ①②　　B. ②③④　　C. ①②④　　D. ①②③④

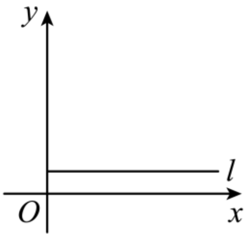
二、填空题（本题共16分，每小题2分）

9. 点（－1，－3）关于原点的对称点的坐标为_____．

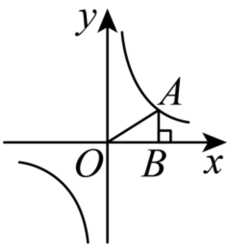
10. 反比例函数$y=\dfrac{2}{x}$的图象经过$(2,y_1)$，$(3,y_2)$两点，则y_1______y_2．（填“>”“=”或“<”）

11. “两免一补”政策让某地区2011年投入经费2500万元，预计2013年投入3600万元．设这两年投入经费年平均增长百分率为x，可列方程_____．

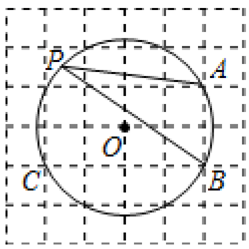
12. 如图，在平面直角坐标系xOy中，射线l的端点为$(0,1)$，$l \parallel x$轴，请写出一个图象与射线l有公共点的反比例函数的表达式：_______．



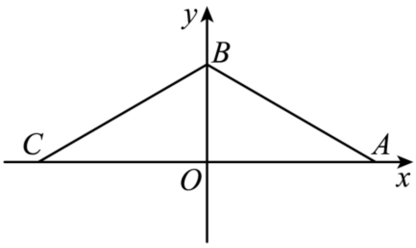
13. 如图，已知反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象经过点 A，且 $AB\perp OB$． $\triangle AOB$ 的面积为 2，则 k 的值为______



14. 如图，在正方形网格中，点 A，B，C 在⊙O 上，并且都是小正方形的顶点，P 是 $\overset{\frown}{ACB}$ 上任意一点，则 $\angle P$ 的正切值为______.



15. 如图，A，B 两点的坐标分别为 $A(3,0)$， $B(0,\sqrt{3})$，将线段 BA 绕点 B 顺时针旋转得到线段 BC．若点 C 恰好落在 x 轴的负半轴上，则旋转角为______°．



16. 某兴趣小组外出登山，乘坐缆车的费用如下表所示：

乘坐缆车方式	乘坐缆车费用（单位：元/人）
往返	180
单程	100

已知小组成员每个人都至少乘坐一次缆车，去程时有 8 人乘坐缆车，返程时有 17 人乘坐缆车，他们乘坐缆车的总费用是 2400 元，该小组共有___________人.

三、解答题（本题共 68 分，17 题 5 分，18 题每小题 4 分，第 19－25 题，每小题 5 分， 26 题 6 分，第 27，28 题，每小题 7 分）

17. 计算：$\sqrt{8}-\left(\pi-\sqrt{2}\right)^{0}-2\cos45^{\circ}+\left|-4\right|$.

18. 解一元二次方程：

（1）$4x^2=36$.

（2）$2x^2-4x-1=0$（公式法）

19. 筒车是我国古代发明的一种水利灌溉工具，彰显了我国古代劳动人民的智慧，图 1，点 P 表示筒车的一个盛水桶．如图 2，当筒车工作时，盛水桶的运行路径是以轴心 O 为圆心，5m 为半径的圆，且圆心在水面上方．若圆被水面截得的弦 AB 长为 8m，求筒车工作时，盛水桶在水面以下的最大深度．

图1

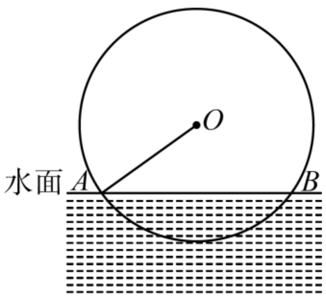


图2

小明同学根据题意作 $OD\perp AB$ 于点 E，交 $\overset{\frown}{AB}$ 于点 D.

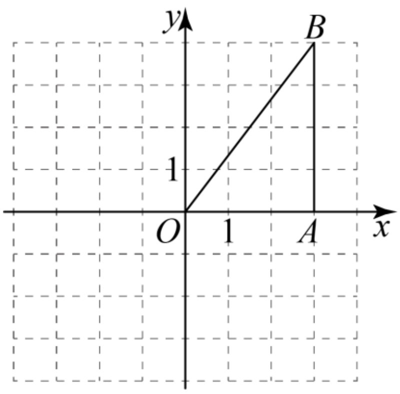
请你参照小明同学添加辅助线的方法补充完整解题过程.

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+(m+2)x+2m=0$.

（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若该方程有一个根大于 3，求 m 的取值范围.

21. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $B\left(3,4\right)$，$BA\perp x$ 轴于 A.

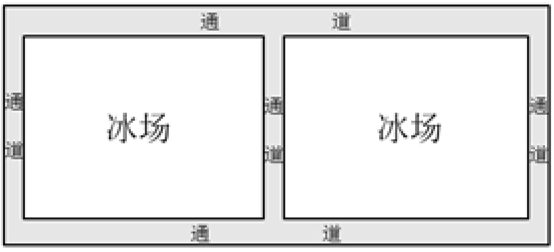


（1）画出将 $\triangle OAB$ 绕原点 O 逆时针旋转 90° 后所得的的 $\triangle OA_1B_1$，并写出点 B 的对应点 B_1 的坐标为 ______；

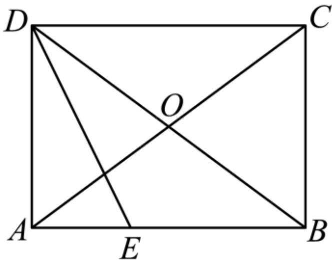
（2）在（1）的条件下，连接 BB_1，则线段 BB_1 的长度为______.

22. 某校举办了“冰雪运动进校园”活动，计划在校园一块矩形的空地上铺设两块完全相同的矩形冰场．如下图所示，已知空地长 27m，宽 12m，矩形冰场的长与宽的比为 4：3，如果要使冰场的面积是原空

地面积的$\frac{2}{3}$，并且预留的上、下通道的宽度相等，左、中、右通道的宽度相等，那么预留的上、下通道的宽度和左、中、右通道的宽度分别是多少米？



23. 如图，在平行四边形$ABCD$中，AC，BD交于点O，且$AO=BO$．



（1）求证：四边形$ABCD$是矩形；

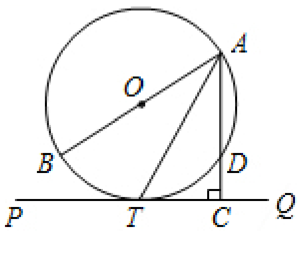
（2）$\angle ADB$的角平分线DE交AB于点E，当$AD=3$，$\tan\angle CAB=\frac{3}{4}$时，求$AE$的长．

24. 在平面直角坐标系xOy中，一次函数$y=kx+b\ (k>0)$与反比例函数$y=\frac{m}{x}\ (m\neq 0)$的图象交于点$A(1,6)$和点B．

（1）若点$B(-6,-1)$，求该一次函数和反比例函数的解析式；

（2）当$x<-3$时，对于x的每一个值，函数$y=\frac{m}{x}\ (m\neq 0)$的值大于一次函数$y=\mathrm{k}x+b\ (k>0)$的值，直接写出k的取值范围

25. 如图，AB为圆O的直径，PQ切圆O于T，$AC\perp PQ$于C，交圆O于D．



（1）求证：AT平分$\angle BAC$；

（2）若$AD=2$，$TC=\sqrt{3}$，求圆O的半径．

26. 有这样一个问题：探究函数$y=\frac{6}{|x-2|}$的图象与性质并解决问题．

小明根据学习函数的经验，对问题进行了探究．

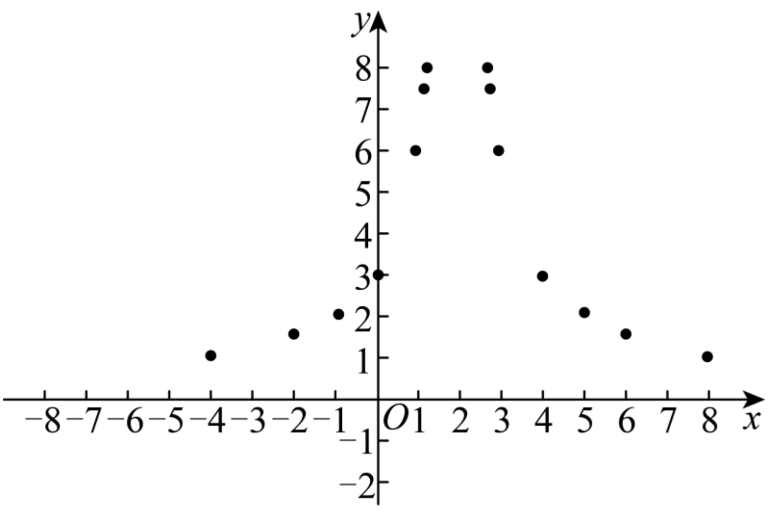
下面是小明的探究过程，请补充完整：

（1）函数 $y=\dfrac{6}{|x-2|}$ 的自变量 x 的取值范围__________；

（2）取几组 y 与 x 的对应值，填写在下表中．

x	…	-4	-2	-1	0	1	1.2	1.25	2.75	2.8	3	4	5	6	8	…
y	…	1	1.5	2	3	6	7.5	8	8	7.5	6	3	m	1.5	1	…

m 的值为______；



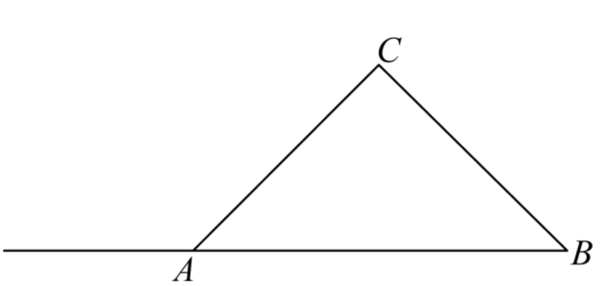
（3）如下图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出补全后的表中各组对应值所对应的点，并画出该函数的图象；

（4）获得性质，解决问题：

①通过观察、分析、证明，可知函数 $y=\dfrac{6}{|x-2|}$ 的图象是轴对称图形，它的对称轴是______；

②过点 $P(-1,n)$ $(0<n<2)$ 作直线 $l\parallel x$ 轴，与函数 $y=\dfrac{6}{|x-2|}$ 的图象交于点 M，N （点 M 在点 N 的左侧），则 $PN-PM$ 的值为______．

27. 如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，点 D 在 BA 的延长线上，连接 CD，以 C 为中心，将线段 CD 逆时针旋转 $90°$，得到线段 CE，连接 AE，BE．

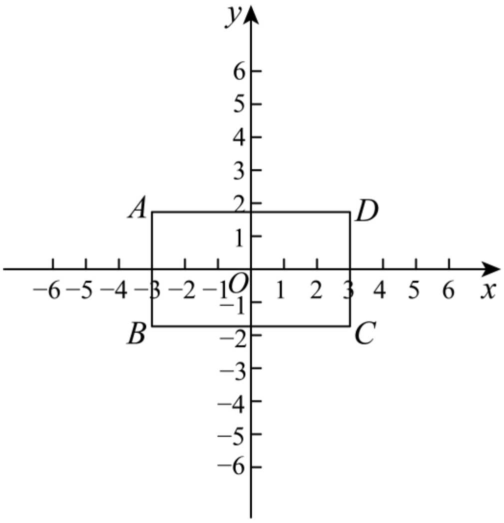


（1）依题意补全图形，并证明 $AD=BE$；

（2）求证：$AB^2+AD^2=AE^2$；

（3）取BD的中点N，连接CN，用等式表示线段AE与CN的数量关系，并证明．

28. 对于平面直角坐标系xOy中的点P和矩形M．给出如下定义：若矩形M各边分别与坐标轴平行，且在矩形M上存在一点Q，使得P、Q两点间距离小于1，则称P为矩形M的“近距点”．



（1）如图，若矩形$ABCD$对角线交点与坐标原点O重合，且顶点$A\left(-3,\sqrt{3}\right)$．

①在点$P_1\left(0,-1\right),P_2\left(2,0\right),P_3\left(4,2\right)$中，矩形$ABCD$的“近距点”是______；

②点P在直线$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$上，若P为矩形$ABCD$的“近距点”，求点P横坐标m的取值范围；

（2）将（1）中的矩形$ABCD$沿着x轴平移得到矩形$A'B'C'D'$，矩形$A'B'C'D'$对角线交点为$\left(n,0\right)$，直线$y=-\sqrt{3}x+\sqrt{3}$与x轴、y轴分别交于点E、F．若线段EF上的所有点都是矩形$A'B'C'D'$的“近距点”，直接写出n的取值范围．

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1 ~ 8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1.【答案】B

【分析】利用轴对称图形和中心对称图形的定义逐一判断即可得到答案．

【详解】A 、既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故此选项不符合题意；

B 、既是轴对称图形，又是中心对称图形，故此选项符合题意；

C 、是轴对称图形，但不是中心对称图形，故此选项不符合题意；

D 、既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故此选项不符合题意；

故选： B .

【点睛】此题考查了中心对称图形与轴对称图形的定义，解题的关键是知道轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转$180°$后两部分重合．

2.【答案】A

【分析】根据方程的解的定义，把 x=1 代入方程，即可得到关于 a 的方程，再求解即可．

【详解】解：根据题意得：1-3+a=0

解得：a=2．

故选 A．

【点睛】本题主要考查了一元二次方程的解的定义，特别需要注意的条件是二次项系数不等于 0．

3.【答案】C

【分析】由 ΔOAB 为等边三角形，得：$\angle AOB$=60°，再根据圆周角定理，即可求解．

【详解】解：∵ ΔOAB 为等边三角形，

∴ $\angle AOB$=60°，

∴ $\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 60°=30°$.

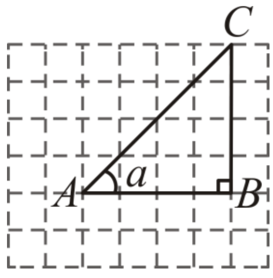
故选 C．

【点睛】本题主要考查圆周角定理，掌握同弧所对的圆周角是圆心角的一半是解题的关键．

4.【答案】B

【分析】利用网格特点，构建 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ ，然后利用正弦的定义求解．

【详解】解：如图，



在 Rt△ABC 中，

$\because AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=4\sqrt{2}$，

$\therefore \sin\alpha=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{4}{4\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

故选：B．

【点睛】本题考查了解直角三角形：在直角三角形中，由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形．灵活应用勾股定理和锐角三角函数．

5.【答案】A

【分析】将常数项移到方程的右边，两边都加上一次项系数一半的平方配成完全平方式后即可．

【详解】解：$\because x^2-8x+10=0$，

$\therefore x^2-8x=-10$，

$\therefore x^2-8x+16=-10+16$，即 $(x-4)^2=6$，

故选 A．

【点睛】本题考查了解一元二次方程的能力，熟练掌握解一元二次方程的几种常用方法：直接开平方法、因式分解法、公式法、配方法，结合方程的特点选择合适、简便的方法是解题的关键．

6.【答案】D

【分析】根据勾股定理的逆定理证得 $\triangle ABC$ 是直角三角形，可以根据直角三角形斜边中线的性质求得 BD 的长，然后与 300m 比较大小，即可解答本题．

【详解】解：$\because AB=300\text{m}$，$BC=400\text{m}$，$AC=500\text{m}$，

$\therefore AB^2+BC^2=AC^2$，

$\therefore\triangle ABC$ 是直角三角形，且 $\angle ABC=90^\circ$，

$\because$ 点 D 是斜边 AC 的中点，

$\therefore AD=CD=250\text{m}$，$BD=\dfrac{1}{2}AC=250\text{m}$，

$\because 250<300$，

$\therefore$ 点 A，B，C 都在覆盖范围内，

$\therefore$ 这三栋楼中在该 $5G$ 基站覆盖范围内的是 A，B，C．

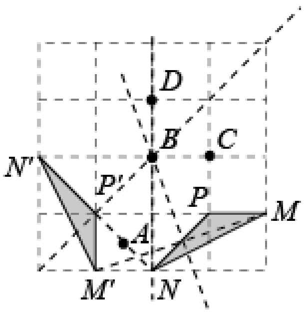
故选：D．

【点睛】本题考查勾股定理的逆定理，解题的关键是求出三角形三个顶点到 D 点的距离．

7.【答案】B

【分析】连接 PP'、NN'、MM'，作 PP' 的垂直平分线，作 NN' 的垂直平分线，作 MM' 的垂直平分线，交点即为旋转中心．

【详解】解：如图，



由$\triangle MPN$绕某点旋转一定的角度，得到$\triangle M'P'N'$，则连接PP'、NN'、MM'，

作PP'的垂直平分线，作NN'的垂直平分线，作MM'的垂直平分线，

$\because$三条线段的垂直平分线正好都过点B，

$\therefore$旋转中心是点B.

故选：B.

【点睛】本题考查了旋转的基本性质，注意：旋转时，对应顶点到旋转中心的距离应相等且旋转角也相等，旋转中心在连接对应点线段的垂直平分线上.

8.【答案】C

【分析】根据题意首先证得$CD=BC$，进而证明$\triangle ABC$、$\triangle ACD$、$\triangle ACE$是等腰三角形解答即可.

【详解】解：根据题意可知$CD=BC$，则$\angle CAB=\angle CAD$，

$\because l_1 \parallel l_2$，

$\therefore \angle ECA=\angle CAB$，

$\because \angle ECA=40^\circ$，

$\therefore \angle ECA=\angle CAB=\angle CAD=40^\circ$，

$\therefore \angle BAD=80^\circ$，$CE=AE$，故②④正确；

$\because AC=AB$，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB=70^\circ$，故①正确；

$\because AC=AD$，

$\therefore \angle ACD=\angle ADC=70^\circ$，

$\because \angle CED=\angle ECA+\angle CAD=80^\circ$，

$\therefore \angle ADC\neq\angle CED$，

$\therefore CE\neq CD$，故③错误；

故正确的结论是①②④.

故选：C.

【点睛】本题综合考查了圆心角、弦、弧之间的关系定理、等腰三角形的判定和性质、平行线的性质等，解题的关键是熟练掌握相关的定理和性质并灵活运用.

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

9.【答案】（1，3）

【分析】直接利用关于原点对称点的性质得出答案．

【详解】解：点（－1，－3）关于原点的对称点的坐标为：（1，3）．

故答案为：（1，3）．

【点睛】本题主要考查了关于原点对称点的坐标，准确计算是解题的关键．

10.【答案】>

【分析】利用反比例函数的表达式将横坐标代入$y=\frac{2}{x}$即可判断．

【详解】∵反比例函数$y=\frac{2}{x}$的图象经过$\left(2,y_1\right)$，$\left(3,y_2\right)$两点，

$\therefore y_1=\frac{2}{2}=1$，$y_2=\frac{2}{3}$，

$\therefore y_1>y_2$，

故答案为：>

【点睛】本题考查利用反比例函数比较函数值的大小问题，掌握反比例函数的性质是解决问题的关键．

11.【答案】2500（1+x）^{2}＝3600．

【分析】根据2011年投入经费额×（1+平均年增长率）^{2}＝2013年投入经费额，列出方程即可．

【详解】设这两年投入经费年平均增长百分率为x，根据题意得2500（1+x）^{2}＝3600，

故答案为2500（1+x）^{2}＝3600．

【点睛】本题考查一元二次方程的应用－－求平均变化率的方法．若设变化前的量为a，变化后的量为b，平均变化率为x，则经过两次变化后的数量关系为a（1±x）^{2}＝b．（当增长时中间的“±”号选“+”，当下降时中间的“±”号选“－”）．

12.【答案】$y=\frac{1}{x}$（答案不唯一）

【分析】直接利用射线的特点得出符合题意的反比例函数解析式．

【详解】解：∵射线l的端点为$\left(0,1\right),l\parallel x$轴，

∴写出一个图象与射线l有公共点的反比例函数的表达式为$y=\frac{1}{x}$．

故答案为：$y=\frac{1}{x}$（答案不唯一）．

【点睛】本题主要考查了反比例函数，熟练掌握反比例函数的图象和性质是解题的关键．

13.【答案】4

【分析】根据反比例函数的性质可以得到$\triangle AOB$的面积等于$|k|$的一半，由此可以得到它们的关系．

【详解】解：依据比例系数k的几何意义可得$\triangle AOB$面积等于$\frac{1}{2}|k|=2$，

解得：$k=\pm4$，

∵反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（k 为常数，$k\neq 0$）的图象在第一和第三象限，

$\therefore k=4$.

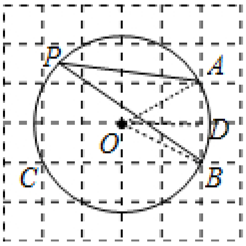
故答案为：4.

【点睛】本题考查反比例系数 k 的几何意义，熟练掌握过双曲线上的任意一点分别向两条坐标轴作垂线，与坐标轴围成的矩形面积就等于 $|k|$ 是解题的关键.

14.【答案】$\frac{1}{2}$

【分析】连接 OA、OB，作 $OD\perp AB$ 于 D，如图，利用等腰三角形的性质和圆周角定理得到 $\angle AOD=\angle APB$，再利用正切的性质得到 $\tan\angle AOD=\frac{1}{2}$，从而得到 $\tan\angle P$ 的值.

【详解】解：连接 OA、OB，作 $OD\perp AB$ 于 D，如图，



∵$OA=OB$，$OD\perp AB$，

∴$\angle AOD=\frac{1}{2}\angle AOB$，

∵$\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB$，

∴$\angle AOD=\angle APB$，

在 Rt△AOD 中，$\tan\angle AOD=\frac{AD}{OD}=\frac{1}{2}$，

∴$tan\angle P=\frac{1}{2}$.

故答案为：$\frac{1}{2}$.

【点睛】本题考查了圆周角定理和正切的定义，解决本题的关键是要熟练利用圆周角的性质和正切定义.

15.【答案】120

【分析】根据图形旋转的性质，可得：BA=BC，由等腰三角形的性质，可知：∠OBC=∠OBA，由 $A(3,0)$，$B(0,\sqrt{3})$，可知：∠OBA=60°，从而可得旋转的角度.

【详解】∵A，B 两点的坐标分别为 $A(3,0)$，$B(0,\sqrt{3})$，

∴OA=3，OB=$\sqrt{3}$，

∴在 RtΔAOB 中，$AB=\sqrt{OB^2+OA^2}=\sqrt{\sqrt{3}^2+3^2}=2\sqrt{3}$，

∴∠OAB=30°，

∴∠OBA=90°-30°=60°，

∵线段 BA 绕点 B 顺时针旋转得到线段 BC，

∴BA=BC，

∵BO⊥AC，

∴∠OBC=∠OBA=60°，

∴∠ABC=∠OBC+∠OBA=60°+60°=120°，

故答案是：120.

【点睛】本题主要考查等腰三角形的性质，熟练掌握"当腰三角形三线合一"是解题的关键.

16.【答案】20

【分析】设此旅行团单程搭乘缆车，单程步行的有 x 人，其中去程及回程均搭乘缆车的有 y 人，根据题意列出二元一次方程，求解即可.

【详解】解：设此旅行团单程搭乘缆车，单程步行的有 x 人，去程及回程均搭乘缆车的有 y 人，

根据题意得$\begin{cases}100x+180y=2400\\(8-y)+(17-y)=x\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x=15\\y=5\end{cases}$，

则总人数为：15+5=20（人），

故答案为：20.

【点睛】此题考查二元一次方程组的应用，解题关键是读懂题意，找出等量关系，列出方程.

三、解答题（本题共 68 分，17 题 5 分，18 题每小题 4 分，第 19－25 题，每小题 5 分， 26 题 6 分，第 27，28 题，每小题 7 分）

17.【答案】$\sqrt{2}+3$

【分析】根据二次根式的性质、零指数幂的性质、45°的余弦值和绝对值的性质计算即可.

【详解】解：$\sqrt{8}-\left(\pi-\sqrt{2}\right)^0-2\cos45°+\left|-4\right|$

$=2\sqrt{2}-1-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}+4$

$=2\sqrt{2}-1-\sqrt{2}+4$

$=\sqrt{2}+3$.

【点睛】本题考查的是实数的混合运算，掌握二次根式的性质、零指数幂的性质、45°的余弦值和绝对值的性质是解题关键.

18.【答案】（1）$x_1=3$，$x_2=-3$

（2）$x_1=\frac{2+\sqrt{6}}{2}$，$x_2=\frac{2-\sqrt{6}}{2}$

【分析】（1）利用直接开平方法解方程；

（2）利用求根公式法解方程．

【小问 1 详解】

解：$4x^2=36$

$x^2=9$

$x=\pm 3$

解得：$x_1=3$，$x_2=-3$；

【小问 2 详解】

解：$2x^2-4x-1=0$

$\because a=2$，$b=-4$，$c=-1$，

$\therefore x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{4\pm\sqrt{(-4)^2-4\times 2\times(-1)}}{2\times 2}$，

$x=\frac{2\pm\sqrt{6}}{2}$，

解得：$x_1=\frac{2+\sqrt{6}}{2}$，$x_2=\frac{2-\sqrt{6}}{2}$．

【点睛】本题主要考查解一元二次方程的能力，根据不同的方程选择合适的方法是解题的关键．

19.【答案】2m

【分析】过 O 点作半径 $OD\perp AB$ 于 E，如图，利用垂径定理得到 $AE=BE=4$，再利用勾股定理计算出 OE，然后计算出 DE 的长即可．

【详解】解：过 O 点作半径 $OD\perp AB$ 于 E，如图，

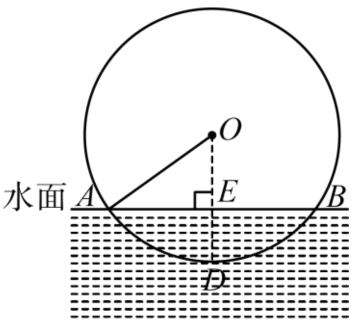


图2

$\therefore AE=BE=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 8=4\text{m}$，

在 Rt△AEO 中，$OE=\sqrt{OA^2-AE^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3\text{m}$，

$\therefore ED=OD-OE=5-3=2\text{m}$，

答：筒车工作时，盛水桶在水面以下的最大深度为 2m．

【点睛】本题考查了垂径定理：垂直于弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧．

20.【答案】（1）见解析；（2）$m<-3$

【分析】（1）根据判别式与一元二次方程根个数的关系，判断判别式的大小即可得到答案；

（2）通过因式分解得到两根，再根据有一个根大于 3 求解即可得到答案；

【详解】（1）证明：$\because \Delta=b^2-4ac$

$=(m+2)^2-4\times 2m$

$=(m-2)^2$，

$\because$无论 m 取何值时，$(m-2)^2\geq 0$，

$\therefore$原方程总有两个实数根；

（2）$\because$原方程可化为$(x+2)(x+m)=0$，

$\therefore x_1=-2$，$x_2=-m$，

$\because$该方程有一个根大于 3，

$\therefore -m>3$．

$\therefore m<-3$．

【点睛】本题主要考查了一元二次方程根的个数与判别式的关系、因式分解法求解二元一次方程，掌握判别式≥ 0，方程有两个实数根是解题的关键．

21.【答案】（1）图形见解析，$B_1(-4,3)$

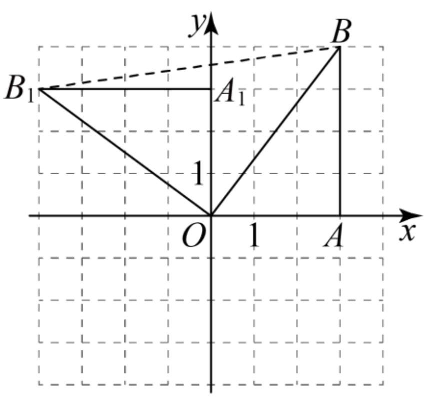
（2）$5\sqrt{2}$

【分析】（1）根据旋转中心为原点 O，旋转方向逆时针，旋转角度90°得到点 A、B 的对应点 A_1, B_1，连接得到$\triangle OA_1B_1$即可；根据点 B_1 所在象限及距离坐标轴的距离可得相应坐标．

（2）根据勾股定理计算得到答案．

【小问 1 详解】

解：如图，$\triangle OA_1B_1$即为所求；点 B_1 的坐标为$(-4,3)$；



【小问 2 详解】

线段 BB_1 的长度为$\sqrt{1^2+7^2}=5\sqrt{2}$，

故答案为：$5\sqrt{2}$

【点睛】本题考查了作图-旋转变换及求旋转后的点的坐标，勾股定理，正确画出图形是关键．

22.【答案】：预留的上、下通道的宽度和左、中、右通道的宽度分别是 1.5 米和 1 米.

【分析】设矩形冰场的长与宽分别为 $4x$ 米、$3x$ 米，根据冰场的面积是原空地面积的 $\frac{2}{3}$ 列出方程，解方程后再求通道的宽度即可.

【详解】解：设矩形冰场的长与宽分别为 $4x$ 米、$3x$ 米，根据题意列方程得，

$2\times4x\times3x=\frac{2}{3}\times27\times12$，

解得，$x_1=3$，$x_2=-3$（舍去），

则上、下通道的宽度为 $\frac{12-3\times3}{2}=1.5$（米），左、中、右通道的宽度 $\frac{27-2\times4\times3}{3}=1$（米），

答：预留的上、下通道的宽度和左、中、右通道的宽度分别是 1.5 米和 1 米.

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，解题关键是准确把握题目中的数量关系，列出方程求解.

23.【答案】(1) 见解析　(2) $AE=\frac{3}{2}$

【分析】(1) 由平行四边形性质和已知条件得出 $AC=BD$，即可得出结论；

(2) 过点 E 作 $EG\perp BD$ 于点 G，由角平分线的性质得出 $EG=EA$. 由三角函数定义得出 $AB=4$，$\sin\angle CAB=\sin\angle ABD=\frac{AD}{BD}=\frac{3}{5}$，设 $AE=EG=x$，则 $BE=4-x$，在 $\mathrm{Rt}\triangle BEG$ 中，由三角函数定义得出 $\frac{x}{4-x}=\frac{3}{5}$，即可得出答案.

【小问 1 详解】

证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AC=2AO$，$BD=2BO$.

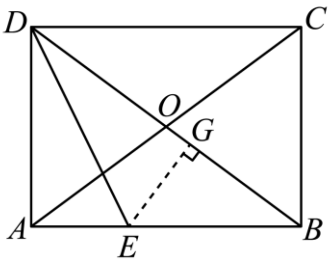
$\because AO=BO$，

$\therefore AC=BD$.

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 为矩形.

【小问 2 详解】

解：过点 E 作 $EG\perp BD$ 于点 G，如图所示：



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore \angle DAB=90^\circ$，

$\therefore EA\perp AD$，

$\because DE$ 为$\angle ADB$的角平分线，

$\therefore EG=EA$.

$\because AO=BO$，

$\therefore \angle CAB=\angle ABD$.

$\because AD=3$，$\tan\angle CAB=\frac{3}{4}$，

$\therefore \tan\angle CAB=\tan\angle ABD=\frac{3}{4}=\frac{AD}{AB}$.

$\therefore AB=4$.

$\therefore BD=\sqrt{AD^2+AB^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$，$\sin\angle CAB=\sin\angle ABD=\frac{AD}{BD}=\frac{3}{5}$.

设$AE=EG=x$，则$BE=4-x$，

在$\text{Rt}\triangle BEG$中，$\angle BGE=90°$，

$\therefore \sin\angle ABD=\frac{x}{4-x}=\frac{3}{5}$.

解得：$x=\frac{3}{2}$，

$\therefore AE=\frac{3}{2}$.

【点睛】本题考查了矩形的判定与性质、角平分线的性质、勾股定理、三角函数定义等知识；熟练掌握矩形的判定与性质和三角函数定义是解题的关键.

24.【答案】(1）一次函数的解析式为$y=x+5$；反比例函数的解析式为$y=\frac{6}{x}$；

(2）$k\geq 2$

【分析】(1）利用待定系数法即可求出该一次函数和反比例函数的解析式；

(2）解方程组求出一次函数和反比例函数图象的交点，根据题意列出不等式，解不等式得到答案.

【小问1详解】

解：$\because$一次函数$y=\text{k}x+b\ (k>0)$的图象过点$A(1,6)$和点$B(-6,-1)$，

$\therefore \begin{cases}k+b=6\\-6k+b=-1\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=1\\b=5\end{cases}$，

$\therefore$一次函数的解析式为$y=x+5$；

$\because$反比例函数$y=\frac{m}{x}\ (m\neq 0)$的图象过点$A(1,6)$，

$\therefore m=1\times 6=6$，

$\therefore$反比例函数的解析式为$y=\frac{6}{x}$；

【小问 2 详解】

解：∵一次函数 $y=kx+b\ (k>0)$ 的图象过点 $A(1,6)$，

$\therefore k+b=6$，$b=6-k$．

解方程组 $\begin{cases} y=kx+(6-k) \\ y=\dfrac{6}{x} \end{cases}$，得 $\begin{cases} x_1=1 \\ y_1=6 \end{cases}$，$\begin{cases} x_2=-\dfrac{6}{k} \\ y_2=-k \end{cases}$，

由题意得，$-\dfrac{6}{k}\ge -3$，

解得 $k\ge 2$，

则 k 的取值范围是 $k\ge 2$．

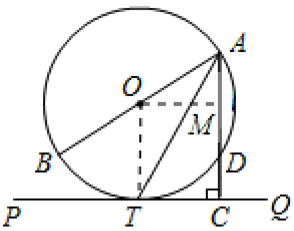
【点睛】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题：求反比例函数与一次函数的交点坐标，把两个函数关系式联立成方程组求解，若方程组有解则两者有交点，方程组无解，则两者无交点．也考查了利用待定系数法求函数的解析式以及不等式的解法．

25.【答案】（1）证明见解析；（2）2．

【分析】（1）PQ 切⊙O 于 T，则 $OT\perp PC$，根据 $AC\perp PQ$，则 $AC\parallel OT$，要证明 AT 平分∠BAC，只要证明∠TAC=∠ATO 就可以了．

（2）过点 O 作 $OM\perp AC$ 于 M，则满足垂径定理，在直角△AOM 中根据勾股定理就可以求出半径 OA．

【详解】（1）连接 OT；



∵PQ 切⊙O 于 T，

∴$OT\perp PQ$，

又∵$AC\perp PQ$，

∴$OT\parallel AC$，

∴∠TAC=∠ATO；

又∵OT=OA，

∴∠ATO=∠OAT，

∴∠OAT=∠TAC，

即 AT 平分∠BAC．

（2）过点 O 作 $OM\perp AC$ 于 M，

∴$AM=MD=\dfrac{AD}{2}=1$，

又∠OTC=∠ACT=∠OMC=90°，

∴四边形 $OTCM$ 为矩形，

∴$OM=TC=\sqrt{3}$，

∴在 $Rt\triangle AOM$ 中，

$AO=\sqrt{OM^2+AM^2}=\sqrt{3+1}=2$；

即⊙O 的半径为 2．

【点睛】考点：1．切线的性质；2．勾股定理；3．矩形的性质；4．圆周角定理．

26.【答案】（1）$x\neq 2$

（2）2　（3）见解析

（4）①$x=2$，②6

【分析】（1）根据分式有意义的条件即可得到结论；

（2）把 $x=5$ 代入函数解析式求出函数值即可．

（3）利用描点法画出函数图象即可．

（4）①根据轴对称图形的定义即可判断是轴对称图形．

②求出 PN，PM 的长（用 n 表示）即可解决问题．

【小问 1 详解】

解：函数 $y=\dfrac{6}{|x-2|}$ 的自变量 x 的取值范围是 $x-2\neq 0$，

解得：$x\neq 2$，

故答案为：$x\neq 2$；

【小问 2 详解】

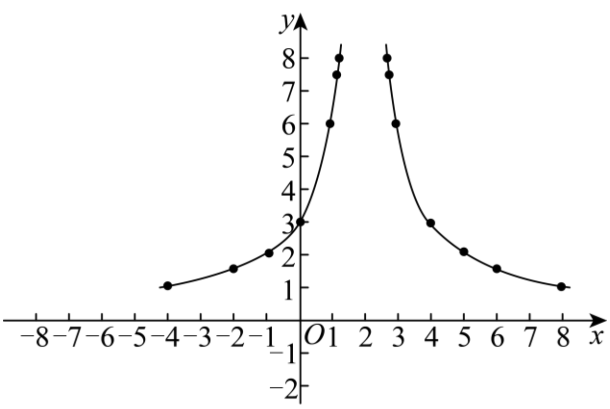
解：由题意 $x=5$ 时，$y=\dfrac{6}{|5-2|}=2$，

∴$m=2$，

故答案为：2．

【小问 3 详解】

解：函数图象如图所示：



【小问 4 详解】

解：①观察图象可知函数$y=\dfrac{6}{|x-2|}$的图象关于$x=2$对称；

$\therefore$图象的对称轴为：$x=2$，

故答案为：$x=2$.

②由题意，

$\because l\parallel x$，点M在点N的左侧，

$\therefore n=\dfrac{6}{|x-2|}$，即$|x-2|=\dfrac{6}{n}$，

解得：$x_1=-\dfrac{6}{n}+2$，$x_2=\dfrac{6}{n}+2$，

$\because (0<n<2)$，

$\therefore -\dfrac{6}{n}<\dfrac{6}{n}$，

$\therefore M\left(-\dfrac{6}{n}+2,n\right)$，$N\left(\dfrac{6}{n}+2,n\right)$，

$\because P(-1,n)$，

$\therefore PN=\dfrac{6}{n}+2-(-1)=\dfrac{6}{n}+3$，$PM=-1-\left(-\dfrac{6}{n}+2\right)=\dfrac{6}{n}-3$，$\therefore PN-PM=\dfrac{6}{n}+3-\left(\dfrac{6}{n}-3\right)=6$，

故答案为：6.

【点睛】本题考查反比例函数的性质，解题的关键是学会用描点法画出函数图象，属于中考常考题型.

27.【答案】(1）见解析；

（2）见解析；（3）$AE=2CN$，理由见解析.

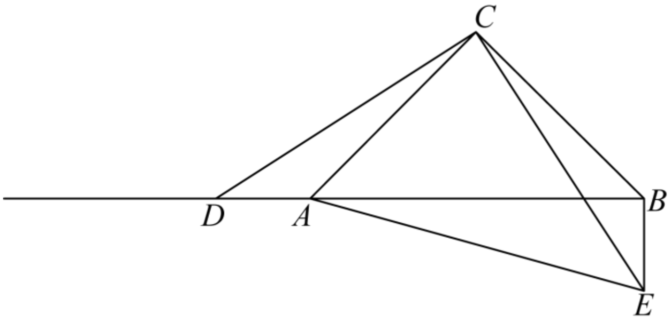
【分析】(1）根据要求作出图形，由旋转性质可知：$CD=CE$，$\angle DCE=90^\circ$，然后证明$\triangle DCA\cong\triangle ECB$即可；

（2）由$\triangle DCA\cong\triangle ECB$可得$DA=EB$，$\angle CAD=\angle CBE$，通过角度和差可证$\angle ABE=90^\circ$，根据勾股定理即可求解；

（3）延长CN到T，使得$NT=CN$，连接BT，证明$\triangle CND\cong\triangle TNB$，从而可得$CD=BT$，$\angle NCD=\angle T$，通过角度和差可以得出$\angle ACE=\angle CBT$，最后证明$\triangle ACE\cong\triangle CBT$即可.

【小问1详解】

依题意补全图形，如图



由旋转性质可知：$CD=CE$，$\angle DCE=90^{\circ}$，

$\because \angle ACB=90^{\circ}$，

$\therefore \angle DCE=\angle ACB$，即$\angle DCA+\angle ACE=\angle ACE+\angle ECB$，

$\therefore \angle DCA=\angle ECB$，

在$\triangle DCA$和$\triangle ECB$中，

$$\begin{cases}CD=CE\\ \angle DCA=\angle ECB\\ CA=CB\end{cases}，$$

$\therefore \triangle DCA\cong\triangle ECB(\mathrm{SAS})$，

$\therefore AD=BE$，

【小问2详解】

由（1）得：$\triangle DCA\cong\triangle ECB$

$\therefore DA=EB$，$\angle CAD=\angle CBE$，

$\because CA=CB$，$\angle ACB=90^{\circ}$，

$\therefore \angle CAB=\angle CBA=45^{\circ}$，

$\therefore \angle CAD=\angle CBE=135^{\circ}$，

$\therefore \angle ABE=90^{\circ}$，

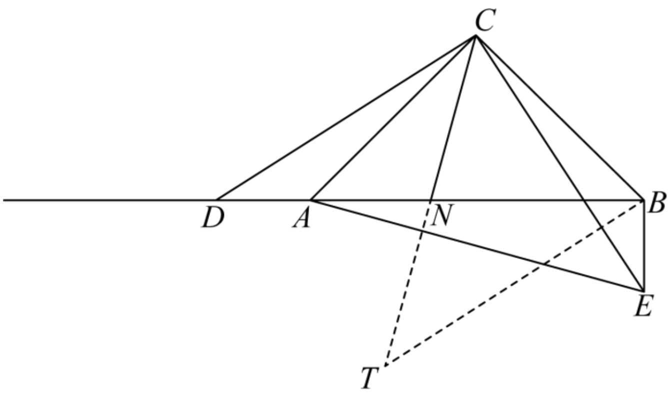
$\therefore AE^{2}=AB^{2}+BE^{2}$，

$\therefore AB^{2}+AD^{2}=AE^{2}$；

【小问3详解】

$AE=2CN$，理由：

延长CN到T，使得$NT=CN$，连接BT，



∵ N 是 BD 的中点，

∴ $DN = NB$，

在$\triangle CND$ 和$\triangle TNB$ 中，

$$\begin{cases} NC = NT \\ \angle CND = \angle BNT \\ ND = NB \end{cases}，$$

∴ $\triangle CND \cong \triangle TNB(\text{SAS})$

∴ $CD = BT$，$\angle NCD = \angle T$，

∴ $CD // BT$，

∴ $\angle DCB + \angle CBT = 180°$，

∵ $CE = CD$，

∴ $BT = CE$，

∵ $\angle ACB + \angle DCE = 180°$，

∴ $\angle ACE + \angle DCB = 180°$，

∴ $\angle ACE = \angle CBT$，

在$\triangle ACE$ 和$\triangle CBT$ 中，

$$\begin{cases} CA = BC \\ \angle ACE = \angle CBT \\ CE = BT \end{cases}，$$

∴ $\triangle ACE \cong \triangle CBT(\text{SAS})$，

∴ $AE = CT$，

∴ $AE = 2CN$．

【点睛】此题考查了等腰直角三角形的性质，全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是添加辅助线，正确构造全等三角形．

28.【答案】（1）①$P_1(0,-1)$；②$3-\sqrt{3}<\sqrt{3}<m<\dfrac{6+\sqrt{3}}{2}$或$-\dfrac{6+\sqrt{3}}{2}<m<\sqrt{3}-3$

（2）$-3<n<4$

【分析】（1）①分别计算各点与矩形各边的最小距离，从而根据定义得出结果；②在OD上取点 P，点 P 在矩形的内部时，作$PQ\perp AD$于Q，计算当$PQ=1$时，DQ的长，从而求得临界时点P的横坐标，当点P在矩形的外部时，$DP=1$时，此时点P的横坐标，从而得出m的范围，根据对称性求得点P在第三象限时m的范围；

（2）先求得$OE=1,OF=\sqrt{3}$，当$A'F=1$时，$AE'\perp x$轴，设$A'C'$交x轴于点R，此时$A'E=\sqrt{3}$，$\angle EA'R=60^{\circ}$，可求得$OR=4$；当C'在y轴上时，当C'在y轴上时，设$A'C'$交x轴于点V，同理$OV=3$，进一步得出结果．

【小问 1 详解】

解：∵矩形$ABCD$对角线交点与坐标原点O重合，且顶点$A\left(-3,\sqrt{3}\right)$，

∴$B\left(-3,-\sqrt{3}\right),C\left(3,-\sqrt{3}\right),D\left(3,\sqrt{3}\right)$，

①∵在矩形M上存在一点Q，使得P、Q两点间距离小于 1，

∴即在M上至少找到一点到P的距离小于 1．

当$P_1\left(0,-1\right)$时，P到M上最小距离为$\sqrt{3}-1<1$，成立，

∴$P_1\left(0,-1\right)$为近距点．

当$P_2\left(2,0\right)$时，最小距离为$1=1$，不成立，

∴$P_2\left(2,0\right)$不是近距点．

当$P_3\left(4,2\right)$时，最小距离为$\sqrt{1^2+\left(2-\sqrt{3}\right)^2}=2\sqrt{2-\sqrt{3}}>1$，不成立，

∴$P_3\left(4,2\right)$不是近距点．

故答案为：$P1\,P_1\left(0,-1\right)$．

②如图 1，在OD上取点P，作$PQ\perp AD$于点Q，

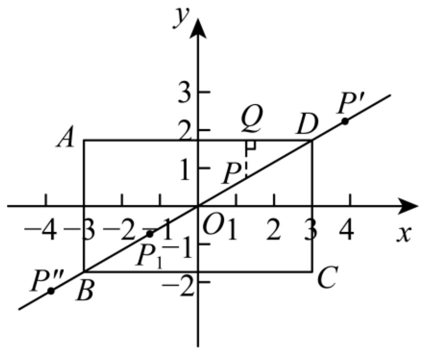


图1

当$PQ=1$时，

∵点P在直线$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$上，

$\therefore \angle PDQ=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore DQ=\frac{PQ}{\tan\angle PDQ}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$，

$\therefore x_P=3-\sqrt{3}$，

当 $DP'=1$ 时，$OD=2\sqrt{3}$，

$\therefore OP'=2\sqrt{3}+1$，

$\therefore x_P=OP'\cdot\cos\angle PDQ=\left(2\sqrt{3}+1\right)\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{6+\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore 3-\sqrt{3}<m<\frac{6+\sqrt{3}}{2}$ 或 $-\frac{6+\sqrt{3}}{2}<m<\sqrt{3}-3$；

【小问 2 详解】

解：如图 2，

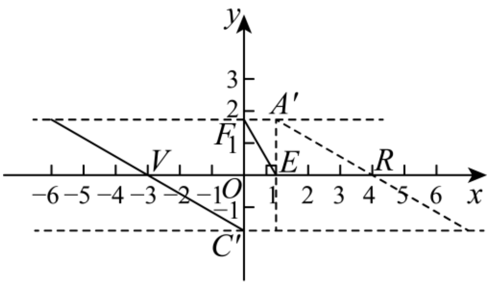


图2

$\because$ 直线 $y=-\sqrt{3}x+\sqrt{3}$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 E、F.

$\therefore$ 点 $E\left(1,0\right),F\left(0,\sqrt{3}\right)$，

$\therefore OE=1,OF=\sqrt{3}$，

由（1）得：$AB=6,BC=2\sqrt{3},\angle ABC=90^\circ$，

$\therefore \tan\angle BAC=\frac{6}{2\sqrt{3}}=\sqrt{3}$，

$\therefore \angle BAC=60^\circ$，

当 $A'F=1$ 时，$AE'\perp x$ 轴，设 $A'C'$ 交 x 轴于点 R，此时 $A'E=\sqrt{3}$，$\angle EA'R=60^\circ$，

$\therefore ER=A'E\cdot\tan\angle EA'R=3$，

$\therefore OR=4$，

$\therefore$ 点 $R\left(4,0\right)$，

当 C' 在 y 轴上时，设 $A'C'$ 交 x 轴于点 V，

同理 $OV=3$，

$\therefore V\left(-3,0\right)$,

综上所述，$-3<n<4$.

【点睛】本题主要考查了一次函数的应用，解直角三角形等知识，解题的关键是理解题意，直观观察和数形结合.