初三第一学期期中学业水平调研

数　学

参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	B	C	B	C	C	A	D

二、填空题

9．$(-3,2)$　　10．$y=x^2$　　11．25

12．$<$　　13．$\sqrt{2}\pi$　　14．$5\sqrt{3}$

15．$0<h<1$　　16．①③④

注：第 10 题答案不唯一．

三、解答题

17．解：因为 $y=x^2+bx+c$ 的对称轴为 $x=1$，

所以 $-\frac{b}{2}=1$.

得 $b=-2$.

又因为 $M(2,-3)$ 是抛物线上一点，

所以 $-3=2^2+(-2)\times 2+c$.

得 $c=-3$.

所以抛物线的解析式为 $y=x^2-2x-3$.

18．证明：∵线段 BD 绕点 B 顺时针旋转角 α 得到线段 BE，

∴ $BD=BE, \angle DBE=\alpha$.

∵ $\angle ABC=\alpha$,

∴ $\angle ABC=\angle DBE$.

∵ $AD\perp BC$,

∴ $\angle ADB=90°$.

在$\triangle ABD$ 与$\triangle CBE$ 中，

$$\begin{cases} AB = CB, \\ \angle ABD = \angle CBE, \\ BD = BE, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBE$.

$\therefore \angle ADB = \angle CEB = 90°$.

$\therefore BE \perp CE$.

19．解：

直径所对的圆周角是$90°$.

$\angle CAB$.

同弧所对的圆周角相等.

20．解：设这段弯路的半径为 r m,

因为 $OC \perp AB$ 于 D, AB=100 （m）,

所以 $BD=DA=\frac{1}{2}AB=50$（m）.

所以 CD=10（m），

得 $OD=r-10$（m）.

因为 Rt$\triangle BOD$ 中，根据勾股定理有

$BO^2 = BD^2 + DO^2$.

即 $r^2 = 50^2 + (r-10)^2$.

解得 r=130（m）.

因此这段弯路的半径为 130 m.

21.解：

（1）由题意二次函数图象与 x 轴只有一个公共点.

可令 $x^2 - mx + m - 1 = 0$,

则有 $\Delta = 0$.

即 $m^2 - 4(m-1) = 0$.

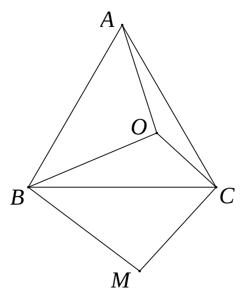
得 $m = 2$.

所以该二次函数的解析式为 $y = x^2 - 2x + 1$.

（2）y 的最大值为 4，最小值为 0.

22．解：

（1）依题意补全图形，如图所示：



（2）连接 OM，

∵△ABC 为等边三角形，

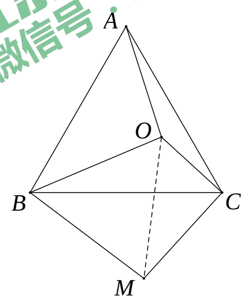
∴$\angle ABC=60^\circ$．

∵△BAO 旋转得到△BCM， $OA=\sqrt{2}$，$OB=\sqrt{3}$，

∴$MC=OA=\sqrt{2}$，$MB=OB=\sqrt{3}$，$\angle OBM=\angle ABC=60^\circ$．

∴△OBM 为等边三角形.

∴$OM=OB=\sqrt{3}$.



在△OMC 中，$OC=1$，$MC=\sqrt{2}$，$OM=\sqrt{3}$.

∵$1^2+\left(\sqrt{2}\right)^2=\left(\sqrt{3}\right)^2$，

∴$OC^2+MC^2=OM^2$.

∴$\angle OCM=90^\circ$.

23．

（1）证明：连接 OD.

∵ $ED=EA$,

∴ $\angle A=\angle ADE$.

∵ $OB=OD$,

∴ $\angle OBD=\angle BDO$.

∵ $\angle ACB=90^\circ$，

∴ $\angle A+\angle ABC=90^\circ$．

∴ $\angle ADE+\angle BDO=90^\circ$．

∴ $\angle ODE=90^\circ$．

∴ DE 是⊙O 的切线.

（2）解：∵ $\angle ACB=90^\circ$，BC 为直径,

∴ AC 是⊙O 的切线.

∵ DE 是⊙O 的切线,

∴ $ED=EC$.

∵ $ED=2\sqrt{3}$，

∴ $ED=EC=EA=2\sqrt{3}$．

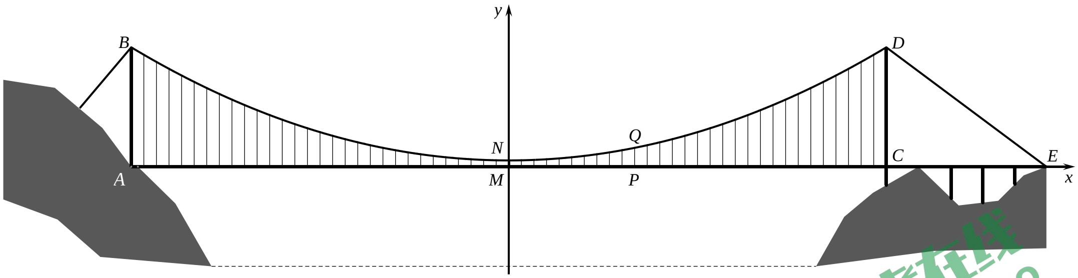
∴ $AC=4\sqrt{3}$.

∵ Rt△ABC 中 $\angle A=30^\circ$，

∴ $BC=4$.

∴ ⊙O 的半径为 2.

24. 解：如图所示建立平面直角坐标系.



依题意可知 $MN=3, PQ=13, MP=100, AC=600, CE=124, AB=DC, BA\perp AC, DC\perp AC$，
$MN\perp AC, PQ\perp AC$.

由抛物线的对称性可知，$MC=\frac{1}{2}AC=300$.则可得点坐标：$M(0,0), N(0,3), Q(100,13)$.

设抛物线的表达式为 $y=ax^2+3$.

因为抛物线经过点 Q，
所以将点 Q 的坐标带入得 $13=100^2a+3$.

解得 $a=\frac{1}{1000}$.

得抛物线的表达式为 $y=\frac{1}{1000}x^2+3$.

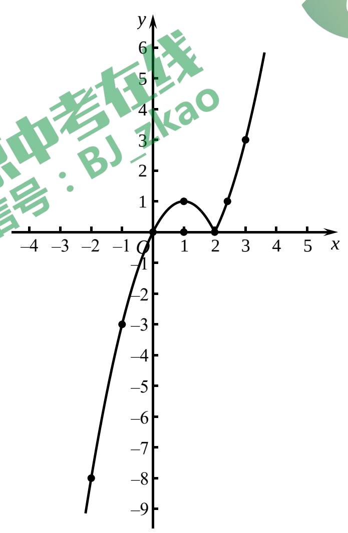
当 $x=300$ 时，得 $y=\frac{1}{1000}\times 300^2+3=93$.

因为 $DC\perp AC$，
所以 $\angle DCE=90°$.

所以 $DE=\sqrt{DC^2+CE^2}=\sqrt{93^2+124^2}=\sqrt{(3\times 31)^2+(4\times 31)^2}=5\times 31=155$.

答：索塔顶端 D 与锚点 E 的距离为 155 米.

25. 解：（1）$m=1$，$n=0$；
（2）如图：



（3）$4<x_1+x_2+x_3<3+\sqrt{2}$.

26．解：（1）由题意直线 $y=x+1$ 与 x 轴交于点 A

可得点 A 坐标为(-1,0)

又因抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 A

所以将点 A 坐标(-1,0)代入抛物线解析式可得

$1-b+c=0$，即 $c=b-1$.

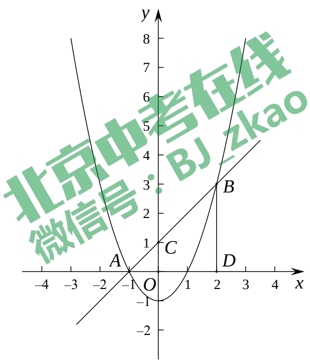
（2）①设 $y=x+1$ 与 y 轴交于点 C，可得

A (-1,0)，C (0,1).

可知 $OA=OC=1$.

又因 $\angle AOC=90^\circ$,

所以 $\angle OAC=45^\circ$.



如图，已知 $AB=3\sqrt{2}$，过 B 作 $BD\perp x$ 轴于点 D,

易知 $\angle ADB=90^\circ$.

又因 $\angle BAD=45^\circ$，$AB=3\sqrt{2}$，

所以 $AD=BD=3$.

所以点 B 的坐标为(2,3).

将点 B 的坐标(2,3)代入抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的解析式可得 $2b+c=-1$.

并与（1）中得到的 $c=b-1$ 联立方程组可得：

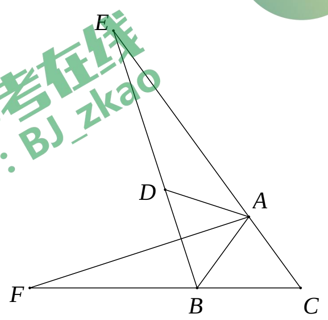
$$\begin{cases} 2b+c=-1, \\ c=b-1. \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} b=0, \\ c=-1. \end{cases}$

得抛物线的解析式为 $y=x^2-1$.

② $b\le 0$ 或 $b\ge 6$.

27.（1）如图所示



（2）证明：∵ 点 C 与点 D 关于直线 AB 对称，

∴ $DB=BC$，$\angle ABD=\angle ABC$.

∵ $DE=BF$，

∴ $DE+BD=BF+BC$.

∴ $BE=CF$.

∵ $AB=AC$，

∴ $\angle ABC=\angle C$.

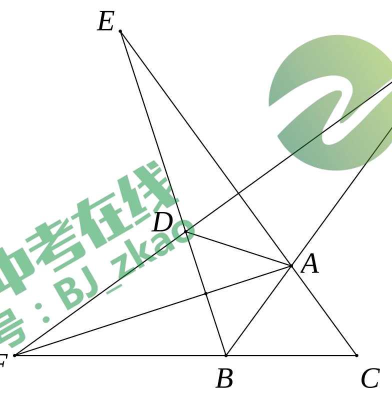
∴ $\angle ABD=\angle C$.

∴ $\triangle ABE \cong \triangle ACF$（SAS）.

∴ $AE=AF$.

（3）$\angle ACB=54°$.

证明：如图，



∵ $AB=AC$，

∴ $\angle ABC=\angle ACB=54°$.

∴ $\angle BAC=180°-\angle ABC-\angle C=72°$.

∵ 点 C 与点 D 关于直线 AB 对称，

∴ $\angle DAB=\angle BAC=72°$，$\angle ADB=\angle C=54°$，$AD=AB=AC$.

∴ $\angle DAE=180°-\angle DAB-\angle BAC=36°$，

∴ $\angle E=\angle ADB-\angle DAE=18°$.

∵ 由（2）得，$\triangle ABF \cong \triangle ADE$（或者$\triangle ACF \cong \triangle ABE$），

∴ $\angle AFB=\angle E=18°$.

∴ $\angle BAF=\angle ABC-\angle AFB=36°=\frac{1}{2}\angle BAD$.

∵ $AB=AD$，

∴ AF 垂直平分 BD.

∴ $FB=FD$.

∴ $\angle AFD=\angle AFB=18°$，

∴ $\angle P=\angle BAF-\angle AFD=18°=\angle AFD$，

∴ $AP=AF$.

∵ 由（2）得 $AE=AF$，

∴ $AP=AE$.

28．解：

（1）是线段 OM 的直角点为 $\underline{P_1, P_3}$；

（2）① 当$\angle BAC$=90°时，设点 C 的坐标为（a，b）.

∵点 A 的坐标为 $(1,4)$，点 C 在直线 $y=-x+7$ 上，

∴ b=4， $b=-a+7$，解得 a=3.

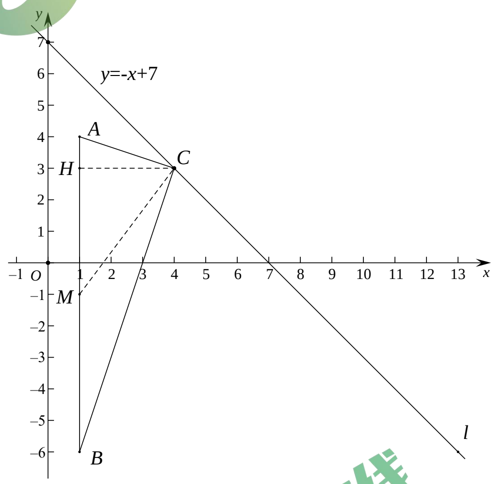
∴点 C 的坐标为 $(3,4)$.

当$\angle ABC$=90°时，设点 C 的坐标为（a，b）.

∵点 B 的坐标为 $(1,-6)$，点 C 在直线 $y=-x+7$ 上，

∴ b=−6， $b=-a+7$，解得 a=13.

∴点 C 的坐标为 $(13,-6)$.



当$\angle ACB$=90°时，如图，设点 C 的坐标为（a, b）.

取 AB 的中点 M，作 $CM\perp AB$ 于点 H，连接 CM.

∵ 点 C 在直线 $y=-x+7$ 上，

∴ 得 $b=-a+7$．　（*）

∵点 A，B 的坐标分别为 $(1,4)$， $(1,-6)$，

∴ 点 M 的坐标为 $(1,-1)$，

CM=5， $CH=a-1, HM=b+1$.

∴ 由勾股定理得方程 $(a-1)^2+(b+1)^2=5^2$.　　　　（**）

由（*），（**）得 $\begin{cases}a=4\\b=3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=5\\b=2\end{cases}$，故 C 的坐标为 $(4,3)$ 或 $(5,2)$.

综上，点 C 的坐标为 $(3,4)$ 或 $(13,-6)$ 或 $(4,3)$ 或 $(5,2)$.

② 直接写出 r 的取值范围是：$\frac{\sqrt{2}}{2}<r<2$.

注：本试卷各题中若有其他合理的解法请酌情给分.