东城区 2023—2024 学年度第一学期期末统一检测

初 三 数 学

2024.1

学校__________ 班级__________ 姓名__________ 教育 ID 号__________

考生须知	1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和教育 ID 号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束后，请将答题卡交回。

一、选择题（每题 2 分，共 16 分）

1. 下列四个交通标志图案中，是中心对称图形的是


A


B


C


D

2. 若 $x=3$ 是关于 x 的方程 $x^2-2x-m=0$ 的一个根，则 m 的值是

A. -15　　B. -3　　C. 3　　D. 15

3. 关于二次函数 $y=2(x-1)^2+2$，下列说法正确的是

A. 当 $x=1$ 时，有最小值为 2　　B. 当 $x=1$ 时，有最大值为 2

C. 当 $x=-1$ 时，有最小值为 2　　D. 当 $x=-1$ 时，有最大值为 2

4. 在下列事件中，随机事件是

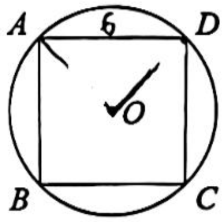
A. 投掷一枚质地均匀的骰子，向上一面的点数不超过 6

B. 从装满红球的袋子中随机摸出一个球，是白球

C. 通常情况下，自来水在 10℃结冰

D. 投掷一枚质地均匀的骰子，向上一面的点数为 2

5. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 6，且顶点 A,B,C,D 都在⊙O 上，则⊙O 的半径为



A. 3

B. 6

C. $3\sqrt{2}$

D. $6\sqrt{2}$

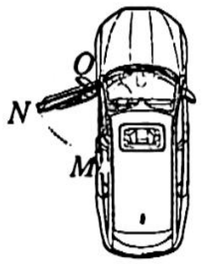
6. 北京 2022 年冬奥会以后，冰雪运动的热度持续. 某地滑雪场第一周接待游客7 000 人，第三周接待游客 8 470 人. 设该地滑雪场游客人数的周平均增长率为 x，根据题意，下面所列方程正确的是

A. $7\ 000(1+x)^2=8\ 470$　　　　B. $7\ 000x^2=8\ 470$

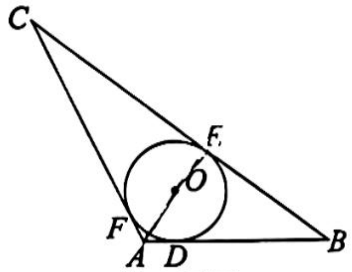
C. $7\ 000(1+2x)=8\ 470$　　　　D. $7\ 000(1+x)^3=8\ 470$

7. 如图，某汽车车门的底边长为 1 m，车门侧开后的最大角度为 72°. 若将一扇车门侧开，则这扇车门底边扫过区域的最大面积是

A. $\frac{\pi}{10}$ m²　　B. $\frac{\pi}{5}$ m²　　C. $\frac{2\pi}{5}$ m²　　D. $\frac{4\pi}{5}$ m²



第 7 题图



第 8 题图

8. 如图，⊙O 是△ABC 的内切圆，与 AB，BC，AC 分别相切于点 D，E，F. 若⊙O 的半径为 2，$AB=6$，$AC=8$，$BC=12$，则△ABC 的面积为

A. $12\sqrt{3}$　　B. 24　　C. 26　　D. 52

二、填空题（每题 2 分，共 16 分）

9. 把抛物线 $y=2x^2$ 向下平移 3 个单位长度，所得到的抛物线的解析式为________.

10. 若一元二次方程 $x^2+6x-1=0$ 经过配方，变形为 $(x+3)^2=n$ 的形式，则 n 的值为________.

11. 为了解某品种小麦的发芽率，某农业合作小组在相同条件下对该小麦做发芽试验，试验数据如下表：

种子个数 n	5	50	100	200	500	1 000	2 000	3 000
发芽种子个数 m	4	44	92	189	476	951	1 898	2 851
发芽种子频率 $\frac{m}{n}$	0.800	0.880	0.920	0.945	0.952	0.951	0.949	0.950

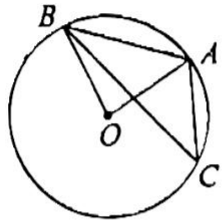
(1)估计该品种小麦在相同条件下发芽的概率为________(结果保留两位小数)；

(2)若在相同条件下播种该品种小麦 10 000 个，则约有________个能发芽.

12. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 A 的坐标为(1，2)，点 B 与点 A 关于原点对称，则点 B 的坐标为________.

13. 已知二次函数 $y=-x^2+8x+3$，当 $x>m$ 时，y 随 x 的增大而减小，则 m 的值可以是______（写出一个即可）.

14. 如图，A，B，C 是⊙O 上的三个点，若∠ACB=40°，则∠OBA 的大小是______°.



15. 如图 1，一名男生推铅球，铅球的运动路线近似是抛物线的一部分. 铅球出手位置的高度为 $\frac{5}{3}$ m，当铅球行进的水平距离为 4 m 时，高度达到最大值 3 m. 铅球的行进高度 y（单位：m）与水平距离 x（单位：m）之间的关系满足二次函数. 若以最高点为原点，过原点的水平直线为 x 轴，建立如图 2 所示的平面直角坐标系 xOy，该二次函数的解析式为 $y=-\frac{1}{12}x^2$. 若以过出手点且与地面垂直的直线为 y 轴，y 轴与地面的交点为原点，建立如图 3 所示的平面直角坐标系 xOy，则该二次函数的解析式为______.

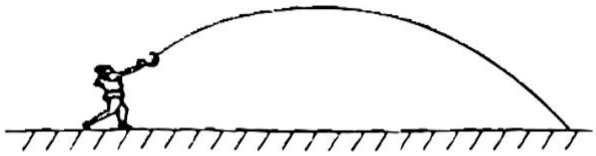


图 1

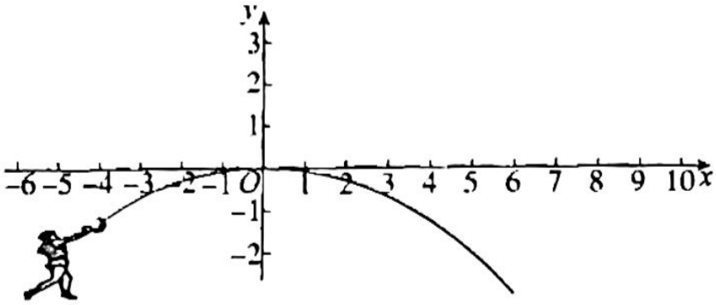


图 2

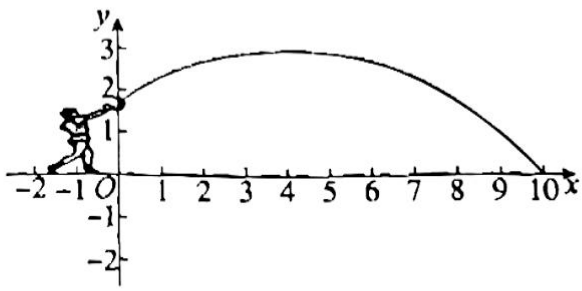


图 3

16. 某单位承担了一项施工任务，完成该任务共需 A，B，C，D，E，F，G 七道工序. 施工要求如下：

①先完成工序 A，B，C，再完成工序 D，E，F，最后完成工序 G；

②完成工序 A 后方可进行工序 B，工序 C 可与工序 A，B 同时进行；

③完成工序 D 后方可进行工序 E，工序 F 可与工序 D，E 同时进行；

④完成各道工序所需时间如下表所示：

工序	A	B	C	D	E	F	G
所需时间/天	11	15	28	17	16	31	25

(1)在不考虑其它因素的前提下，该施工任务最少_______天完成；

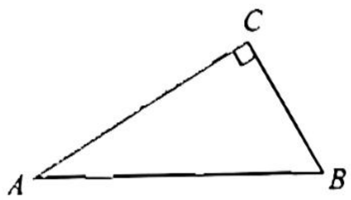
(2)现因情况有变，需将工期缩短到80天. 工序A，C，D每缩短1天需增加的投入分别为5万元，4万元，6万元，其余工序所需时间不可缩短，则所增加的投入最少是_______万元.

三、解答题(共68分，17—21题，每题5分，22题6分，23题5分，24—26题，每题6分，27—28题，每题7分)

17. 解方程：$3x(x+1)=2(x+1)$.

18. 如图，在Rt△ACB中，$\angle C=90°$.

求作：⊙O，使得△ACB的三个顶点都在⊙O上.



作法：

①作边AB的垂直平分线，交AB于点O；

②以点O为圆心，OA长为半径作圆.

则⊙O为所求作的圆.

(1)利用直尺和圆规，补全图形(保留作图痕迹)；

(2)完成下面的证明.

证明：连接OC.

由作图可知，$OB=OA=\frac{1}{2}AB$.

∴点B在⊙O上.

在Rt△ACB中，$\angle ACB=90°$，

∴$OC=\frac{1}{2}$_______(________________________________)(填推理依据).

∴$OC=OA$.

∴点C在⊙O上.

∴△ACB的三个顶点都在⊙O上.

19. 在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y=x^2+bx$ 的图象过点 $A(3,3)$.

(1)求该二次函数的解析式；

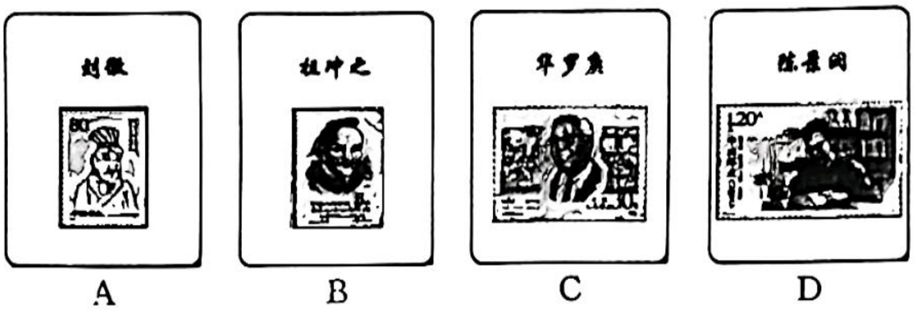
(2)用描点法画出该二次函数的图象；

(3)当 $0<x<3$ 时，对于 x 的每一个值，都有 $kx>x^2+bx$，直接写出 k 的取值范围.

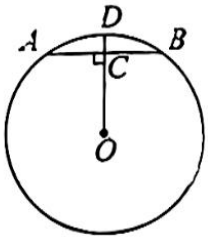
20. 某班开展"讲数学家故事"的活动. 下面是印有四位中国数学家纪念邮票图案的卡片 A,B,C,D，卡片除图案外其它均相同. 将四张卡片背面朝上，洗匀后放在桌面上，小明同学从中随机抽取两张，讲述卡片上数学家的故事.

(1)请写出小明抽到的两张卡片所有可能出现的结果；

(2)求小明抽到的两张卡片中恰好有数学家华罗庚邮票图案的概率.



21. 如图，AB 是⊙O 的弦，半径 $OD\perp AB$ 于点 C. 若 $AB=16$，$CD=2$，求⊙O 的半径的长.



22. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(2m+1)x+m^2-2=0$.

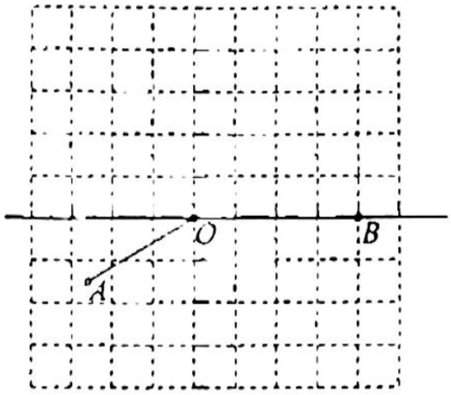
(1)当该方程有两个不相等的实数根时，求 m 的取值范围；

(2)当该方程的两个实数根互为相反数时，求 m 的值.

23. 如图，在边长均为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，O，B 为格点(每个小正方形的顶点叫做格点)，$OA=3$，$OB=4$，且 $\angle AOB=150°$. 线段 OA 关于直线 OB 对称的线段为 OA'，将线段 OB 绕点 O 逆时针旋转 45°得到线段 OB'.

(1)画出线段 OA'，OB'；

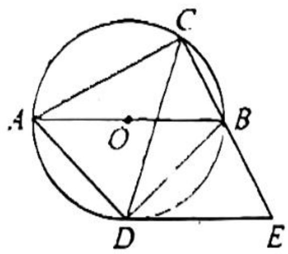
(2)将线段 OB 绕点 O 逆时针旋转 α ($45°<\alpha<90°$) 得到线段 OC'，连接 $A'C'$. 若 $A'C'=5$，求 $\angle B'OC'$ 的度数.



24. 如图，AB 为⊙O 的直径，点 C 在⊙O 上，$\angle ACB$ 的平分线 CD 交⊙O 于点 D，过点 D 作 $DE \parallel AB$，交 CB 的延长线于点 E.

(1)求证：直线 DE 是⊙O 的切线；

(2)若 $\angle BAC=30°$，$BC=2\sqrt{2}$，求 CD 的长.



25. 食用果蔬前，适当浸泡可降低农药的残留. 某小组针对同种果蔬研究了不同浸泡方式对某种农药去除率的影响.

方式一：采用清水浸泡.

记浸泡时间为 t 分钟，农药的去除率为 y_1%，部分实验数据记录如下：

t(分)	5	8	10	12	15	20
y_1(%)	30	50	57	52	37	33

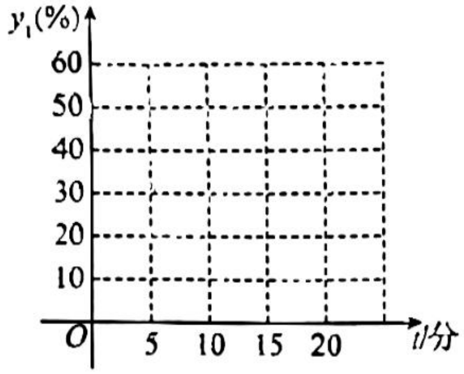
方式二：采用不同浓度的食用碱溶液浸泡相同时间.

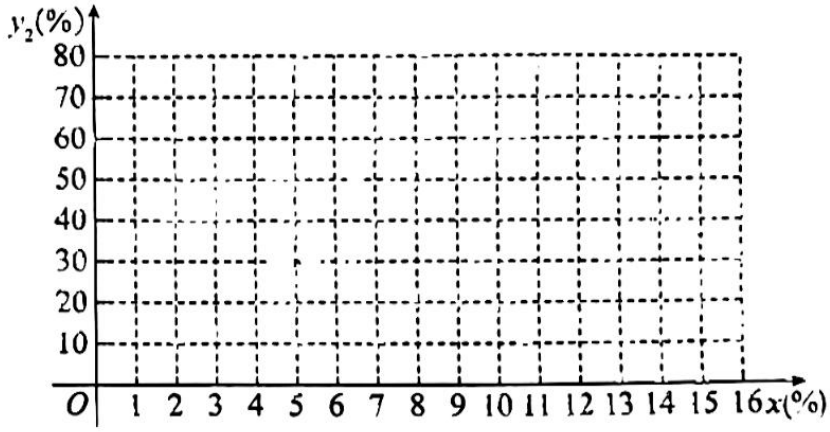
记食用碱溶液的浓度为 x%，农药的去除率为 y_2%，部分实验数据记录如下：

x(%)	2	5	7	10	12	15
y_2(%)	43	52	57	76	57	25

结合实验数据和结果，解决下列问题：

(1) 通过分析以上实验数据，发现可以用函数刻画方式一中农药的去除率 y_1(%)与浸泡时间 t(分)之间的关系，方式二中农药的去除率 y_2(%)与食用碱溶液的浓度 x(%)之间的关系，请分别在下面的平面直角坐标系中画出这两个函数的图象；





(2) 利用方式一的函数关系可以推断，降低该种农药残留的最佳浸泡时间约为________分钟；

(3) 利用方式一和方式二的函数关系可以推断，用食用碱溶液浸泡含该种农药的这种果蔬时，要想不低于清水浸泡的最大去除率，食用碱溶液的浓度 x% 中，x 的取值范围可以是________.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $(2,c)$ 在抛物线 $y=ax^2+bx+c(a>0)$ 上，设该抛物线的对称轴为直线 $x=t$.

(1) 求 t 的值；

(2) 已知 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$ 是该抛物线上的任意两点，对于 $m<x_1<m+1$，$m+1<x_2<m+2$，都有 $y_1<y_2$，求 m 的取值范围.

27. 在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle BAC=120°$，D为BC上一点，连接DA，将线段DA绕点D顺时针旋转$60°$得到线段DE.

(1)如图1，当点D与点B重合时，连接AE，交BC于点H，求证：$AE\perp BC$；

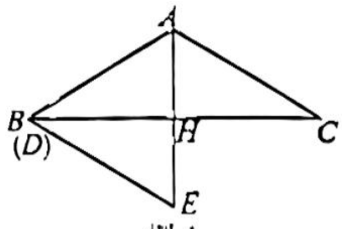


图1

(2)当$BD\neq CD$时(图2中$BD<CD$，图3中$BD>CD$)，F为线段AC的中点，连接EF. 在图2，图3中任选一种情况，完成下列问题：

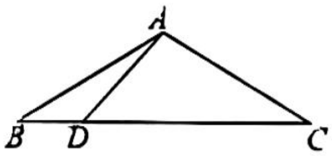


图2

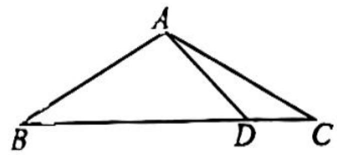


图3

①依题意，补全图形；

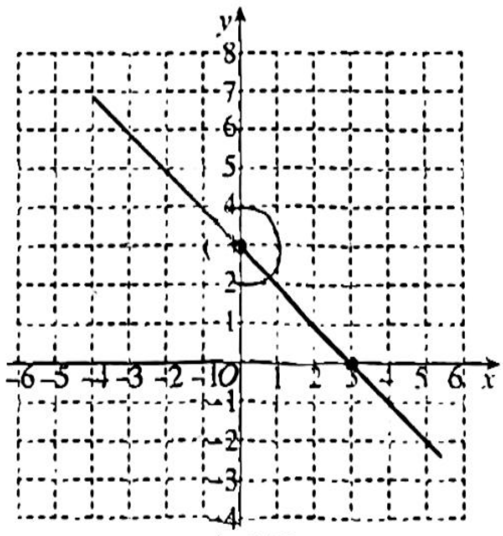
②猜想$\angle AFE$的大小，并证明.

28. 在平面直角坐标系xOy中，已知点P和直线l_1，l_2，点P关于直线l_1，l_2“和距离”的定义如下：若点P到直线l_1，l_2的距离分别为d_1，d_2，则称d_1+d_2为点P关于直线l_1，l_2的“和距离”，记为d. 特别地，当点P在直线l_1上时，$d_1=0$；当点P在直线l_2上时，$d_2=0$.

(1)在点$P_1(3,0)$，$P_2(-1,2)$，$P_3(4,-1)$中，关于x轴和y轴的“和距离”为3的点是________；

(2)若P是直线$y=-x+3$上的动点，则点P关于x轴和y轴的“和距离”d的最小值为________；

(3)已知点$A(0,3)$，$\odot A$的半径为1. 若P是$\odot A$上的动点，直接写出点P关于x轴和直线$y=\sqrt{3}x+6$的“和距离”d的取值范围.



备用图

东城区 2023—2024 学年度第一学期期末统一检测

初三数学参考答案及评分标准

2024.1

一、选择题(每题 2 分,共 16 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	A	D	C	A	B	C

二、填空题(每题 2 分,共 16 分)

9. $y=2x^2-3$　10. 10　11. (1)0.95　(2)9 500　12. $(-1,-2)$　13. 答案不唯一,$m\geqslant4$ 即可

14. 50　15. $y=-\frac{1}{12}x^2+\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$　16. (1)86　(2)38

三、解答题(共 68 分,17—21 题,每题 5 分,22 题 6 分,23 题 5 分,24—26 题,每题 6 分,27—28 题,每题 7 分)

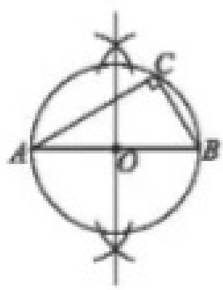
17. 解:移项,得 $3x(x+1)-2(x+1)=0$.

因式分解,得 $(x+1)(3x-2)=0$. ………………………………………… 1 分

于是得 $x+1=0$,或 $3x-2=0$. ………………………………………… 3 分

所以方程的两个根分别为 $x_1=-1$,$x_2=\frac{2}{3}$. ………………………………………… 5 分

18. 解:(1)作图如下,



………………………………………… 3 分

(2)AB　直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半 ………………………………………… 5 分

19. 解:(1)∵点 $A(3,3)$ 在二次函数 $y=x^2+bx$ 的图象上,

$\therefore 3=3^2+3b$.

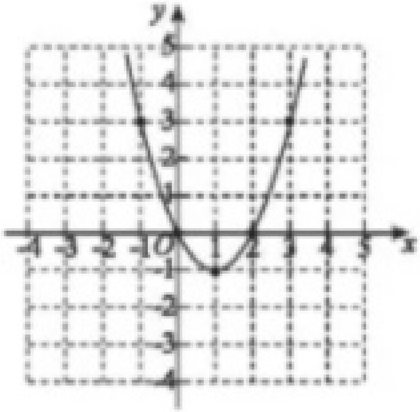
解得 $b=-2$.

∴该二次函数的解析式为 $y=x^2-2x$. ………………………………………… 2 分

(2)列表:

x	…	-1	0	1	2	3	…
y	…	3	0	-1	0	3	…

描点,连线:



…………………………………………………… 4分

(3)$k\geqslant1$. …………………………………………………… 5分

20. 解:(1)所有可能出现的结果共6种:AB,AC,AD,BC,BD,CD. …………………………………………………… 3分

(2)记抽到的两张卡片中恰好有数学家华罗庚邮票图案为事件M,M包含的结果有3种,即AC,BC,CD,且6种可能的结果出现的可能性相等.

所以$P(M)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$. …………………………………………………… 5分

21. 解:连接OA.

∵半径$OD\perp AB$于点C,$AB=16$,

∴$\angle ACO=90^{\circ}$,$AC=\frac{1}{2}AB=8$. …………………………………………………… 2分

设$OA=r$,则$OC=r-2$.

在$Rt\triangle AOC$中,根据勾股定理,得$OA^2=AC^2+OC^2$,

即$r^2=8^2+(r-2)^2$. …………………………………………………… 4分

解得$r=17$.

∴$\odot O$的半径的长为17. …………………………………………………… 5分

22. 解:(1)∵关于x的一元二次方程$x^2-(2m+1)x+m^2-2=0$有两个不相等的实数根,

∴$\Delta=[-(2m+1)]^2-4(m^2-2)=4m^2+4m+1-4m^2+8=4m+9>0$. …………………………………………………… 2分

解得$m>-\frac{9}{4}$.

∴m的取值范围是$m>-\frac{9}{4}$. …………………………………………………… 3分

(2)由(1)可知,$\Delta=4m+9$.

由求根公式,得$x_1=\frac{(2m+1)+\sqrt{\Delta}}{2}$,$x_2=\frac{(2m+1)-\sqrt{\Delta}}{2}$. …………………………………………………… 5分

∵该方程的两个实数根互为相反数,

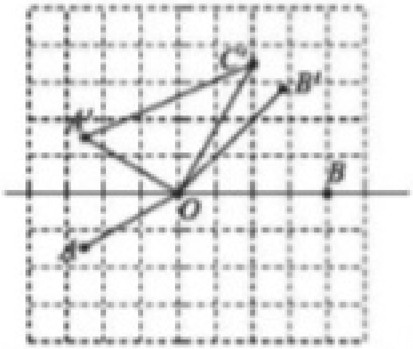
∴$x_1+x_2=0$.

∴$\frac{(2m+1)+\sqrt{\Delta}}{2}+\frac{(2m+1)-\sqrt{\Delta}}{2}=2m+1=0$.

解得$m=-\frac{1}{2}$,符合题意.

∴当方程的两个实数根互为相反数时,$m=-\frac{1}{2}$. …………………………………………………… 6分

23. 解：(1)如图.



…………………………………… 2分

(2)如图，在$\triangle A'OC'$中，$OA'=OA=3$，$OC'=OB=4$，$A'C'=5$，

$\therefore A'C'^2=OA'^2+OC'^2$.

$\therefore\triangle A'OC'$是直角三角形.

$\therefore\angle A'OC'=90^\circ$. …………………………………… 3分

$\because\angle AOB=150^\circ$，$OA'$与$OA$关于直线$OB$对称，

$\therefore\angle A'OB=150^\circ$. …………………………………… 4分

$\therefore\angle C'OB=60^\circ$，即$\alpha=60^\circ$.

$\therefore\angle B'OC'=\angle C'OB-\angle B'OB=60^\circ-45^\circ=15^\circ$. …………………………………… 5分

24. (1)证明：如图1，连接OD.

$\because AB$是$\odot O$的直径，

$\therefore\angle ACB=90^\circ$.

$\because CD$平分$\angle ACB$，

$\therefore\angle ACD=\angle BCD=45^\circ$. …………………………………… 1分

$\therefore\angle ABD=\angle ACD=45^\circ$.

$\because OD=OB$，

$\therefore\angle ODB=\angle OBD=45^\circ$. …………………………………… 2分

$\because DE\parallel AB$，

$\therefore\angle BDE=\angle OBD=45^\circ$.

$\therefore\angle ODE=\angle ODB+\angle BDE=90^\circ$.

$\therefore OD\perp DE$.

$\because OD$为$\odot O$的半径，

$\therefore$直线DE是$\odot O$的切线. …………………………………… 3分

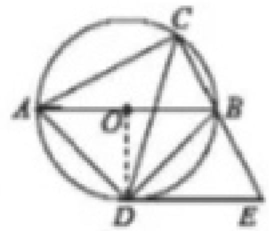


图1

(2)解：如图2，过点B作$BF\perp CD$于点F，

$\therefore\angle BFC=\angle BFD=90^\circ$.

$\because\angle BCD=45^\circ$，

$\therefore\angle CBF=45^\circ$.

$\therefore BF=CF$. …………………………………… 4分

在$Rt\triangle BFC$中，$BC=2\sqrt{2}$，

根据勾股定理，得$BF=CF=2$.

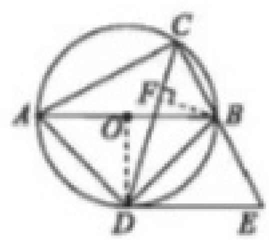


图2

$\because \overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BC}$，

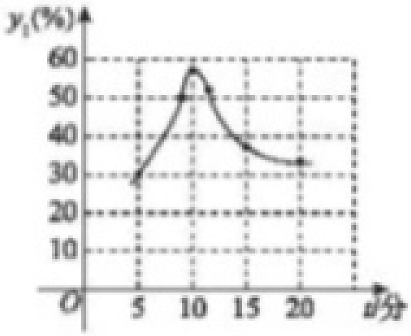
$\therefore \angle CDB=\angle BAC=30^\circ$. ………………………………………………………………… 5分

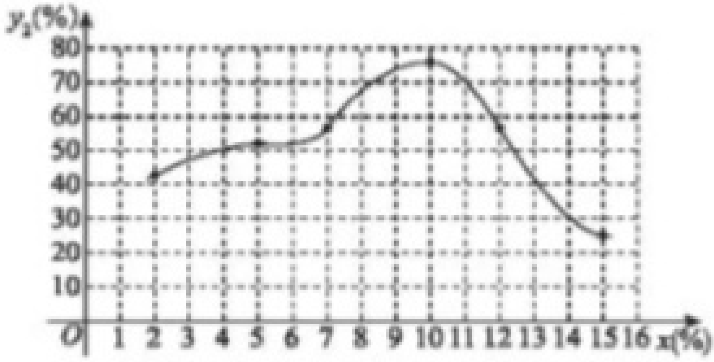
$\therefore BD=2BF=4$，

在 $Rt\triangle BFD$ 中，根据勾股定理，得 $DF=2\sqrt{3}$.

$\therefore CD=CF+DF=2+2\sqrt{3}$. ………………………………………………………………… 6分

25. 解：(1)画图如下，





……… 2分

(2)10 ………………………………………………………………………………… 4分

(3)答案不唯一，如 $7\leqslant x\leqslant 12$ ………………………………………………… 6分

26. 解：(1)由题意可知，$4a+2b+c=c$，

$\therefore b=-2a$.

$\therefore t=-\frac{b}{2a}=1$. ………………………………………………………………… 2分

(2) $\because a>0, t=1$，

$\therefore$ 当 $x\geqslant 1$ 时，y 随 x 的增大而增大；当 $x<1$ 时，y 随 x 的增大而减小. ……………… 3分

①当 $m\geqslant 1$ 时，

$\because m<x_1<m+1, m+1<x_2<m+2$，

$\therefore 1<x_1<x_2$.

$\therefore y_1<y_2$，符合题意. ………………………………………………………………… 4分

②当 $\frac{1}{2}\leqslant m<1$ 时，$\frac{3}{2}\leqslant m+1<2$.

(ⅰ)当 $1\leqslant x_1<m+1$ 时，

$\because m+1<x_2<m+2$，

$\therefore 1\leqslant x_1<x_2$.

$\therefore y_1<y_2$.

(ⅱ)当 $m<x_1<1$ 时，设 $M(x_1, y_1)$ 关于抛物线对称轴 $x=1$ 的对称点为 $M'(x_0, y_1)$，则 $x_0-1=1-x_1$.

$\therefore x_0=2-x_1$.

$\because \frac{1}{2}\leqslant m<1$，

$\therefore 1<x_0<\frac{3}{2}$.

$\because \frac{3}{2}\leqslant m+1<2, m+1<x_2<m+2$，

$\therefore x_2>\frac{3}{2}$.

$\therefore 1<x_0<\frac{3}{2}<x_2$.

$\therefore y_1<y_2$.

$\therefore$当$\frac{1}{2}\leqslant m<1$时，符合题意. …………………………………………………………………………… 5分

③当$0\leqslant m<\frac{1}{2}$时，$1\leqslant m+1<\frac{3}{2}$，

令$x_1=\frac{1}{2}$，$x_2=\frac{3}{2}$，则$y_1=y_2$，不符合题意.

④当$-\frac{1}{2}\leqslant m<0$时，$\frac{1}{2}\leqslant m+1<1$，

令$x_1=0$，$x_2=1$，则$x_1<x_2=1$，

$\therefore y_1>y_2$，不符合题意.

⑤当$-1\leqslant m<-\frac{1}{2}$时，$0\leqslant m+1<\frac{1}{2}$.

令$x_1=-\frac{1}{2}$，$x_2=1$，则$x_1<x_2=1$.

$\therefore y_1>y_2$，不符合题意.

⑥当$m<\ \ 1$时，$x_1<x_2<m+2<1$，

$\therefore y_1>y_2$，不符合题意.

综上所述，m的取值范围是$m\geqslant\frac{1}{2}$. …………………………………………………………………… 6分

27.(1)证明：$\because AB=AC$，$\angle BAC=120^\circ$，

$\therefore \angle ABC=\angle C=30^\circ$.

$\because$将线段DA绕点D顺时针旋转60°得到线段DE，

$\therefore DE=DA$，$\angle ADE=60^\circ$.

$\therefore \triangle ADE$是等边三角形.

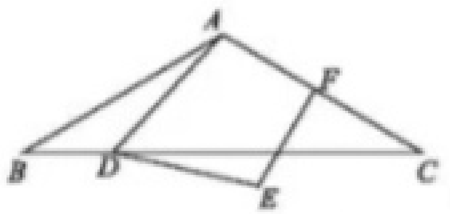
$\therefore \angle BAE=60^\circ$.

$\therefore \angle AHB=90^\circ$.

$\therefore BC\perp AE$. ………………………………………………………………………………………… 3分

(2)解：选择图2：

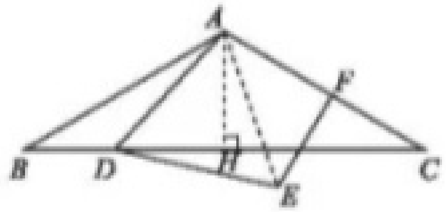
①补全图形如图所示：



……………………………… 4分

②猜想$\angle AFE=90^\circ$. ………………………………………………………………………………………… 5分

证明：如图，过点A作$AH\perp BC$于点H，连接AE.



则$\angle AHB=\angle AHC=90^\circ$.

$\because AB=AC,\angle BAC=120^\circ$,

$\therefore \angle CAH=\frac{1}{2}\angle BAC=60^\circ,\angle C=30^\circ$.

$\therefore AH=\frac{1}{2}AC$.

$\because F$为线段AC中点，

$\therefore AF=\frac{1}{2}AC$.

$\therefore AH=AF$.

由(1)可知$\triangle ADE$是等边三角形.

$\therefore \angle DAE=60^\circ=\angle CAH,AD=AE$.

$\therefore \angle DAH=\angle EAF$.

在$\triangle ADH$和$\triangle AEF$中，

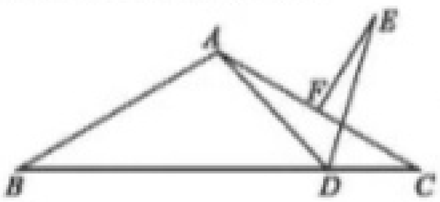
$$\begin{cases}AD=AE,\\ \angle DAH=\angle EAF,\\ AH=AF,\end{cases}$$

$\therefore \triangle ADH\cong\triangle AEF(\text{SAS})$.

$\therefore \angle AFE=\angle AHD=90^\circ$. ………………………………………………………………… 7分

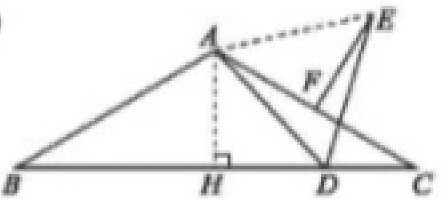
选择图3：

①补全图形如图所示：



………………………………………………………………………… 4分

②



(选择图3的答案与选择图2的答案一致)

28. 解：(1)P_1和P_2. ………………………………………………………………………… 2分

(2)3. ……………………………………………………………………………………………… 4分

(3)$\frac{7}{2}\leqslant d\leqslant\frac{11}{2}$. ………………………………………………………………………… 7分